

# **СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, ИНФОРМАТИКИ, АВТОМАТИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ**



Труды  
5-го юбилейного международного научно-технического семинара  
г. Севастополь, 15-20 июня 2015 г.

ИПИ РАН, г. Москва  
СевГУ, г. Севастополь  
2015

Севастопольский  
государственный  
университет

Институт проблем  
информатики РАН,  
г. Москва

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ  
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
ИНФОРМАТИКИ, АВТОМАТИЗАЦИИ  
И УПРАВЛЕНИЯ**

Труды  
5-го юбилейного международного научно-технического семинара  
15-20 июня 2015 г. г. Севастополь

Мероприятие проведено при финансовой поддержке  
Российского фонда фундаментальных исследований  
Проект № 15-01-20383

Москва – Севастополь  
2015

УДК 004:51

И 74

**Научный редактор:**

**И.А. Соколов**, академик РАН, директор ИПИ РАН, г. Москва

**В.И. Кошкин**, д-р физ.-мат. наук, профессор, ректор СевГУ

**Редакционная коллегия:**

**Е.Б. Бабаян**, генеральный директор НП «АНДК», г. Москва

**А.В. Скатков**, д-р техн. наук, профессор, СевГУ, г. Севастополь

**И.М. Гуревич**, канд.техн.наук, ст. научн. сотрудник ИПИ РАН, г. Москва

**Н.Б. Филимонов**, профессор, МГУ, г. Москва

**Л.А. Карелина**, инженер, НИС СевГУ, г. Севастополь

**И 74** **Современные проблемы прикладной математики, информатики, автоматизации и управления: Труды 5-го юбилейного международного научно-технического семинара // Под ред. И.А. Соколова и В.И. Кошкина – Севастополь: Изд-во СевГУ, 2015. – 304 с.**

**ISBN 978-5-9906915-0-6**

В сборнике представлены труды 5-го юбилейного международного научно-технического семинара «Современные проблемы прикладной математики, информатики, автоматизации, управления», проходящего в июне месяце 2015 г. в Севастопольском государственном университете. Изложены перспективные формы и методы решения актуальных задач прикладной математики, информатики, автоматизации и управления.

Материалы докладов публикуются в авторской редакции.

УДК 004:51

© Авторы докладов, 2015

© ФИЦ ИУ РАН

© Севастопольский

государственный университет

ISBN 978-5-9906915-0-6

© СевГУ, 2015

## СОДЕРЖАНИЕ

### **Предисловие.**

Современные проблемы прикладной математики, информатики, автоматизации и управления..... 6

### **Зацаринный А.А.**

Анализ опыта отечественных научных школ в области АСУ и связи – основа успешного развития современных информационных технологий..... 9

### **Синицын И.Н., Синицын В.И., Сергеев И.В., Корепанов Э.Р., Белоусов В.В.**

Условно оптимальная фильтрация нормальных процессов в эредитарных стохастических системах..... 23

### **Синицын И.Н., Шаламов А.С., Белоусов В.В., Корепанов Э.Р., Шоргин В.С., Агафонов Е.С., Горшенин А.К.**

Опыт разработки инструментального программного обеспечения для моделирования стохастических процессов в системах послепродажного обслуживания изделий наукоемкой продукции..... 34

### **Скатков А.В.**

Перспективные направления исследований в области обнаружения атак в критических телекоммуникационных сетях..... 44

### **Скатков А.В., Луговская Л.П., Скаткова Н.А.**

Операционный анализ эффективности систем обнаружения вторжения..... 57

### **Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б.**

Новый взгляд на проблему синтеза робастных систем управления с большим коэффициентом усиления..... 69

### **Гуревич И.М.**

Главные результаты физической информатики ..... 81

### **Гуревич И.М.**

Информационные характеристики физических систем ..... 96

### **Краснодубец Л.А.**

Адаптивное терминальное управление траекторным движением мобильного робота..... 116

### **Панов А.Д.**

Теорема Белла, вычислимость квантовой теории относительность локального реализма..... 125

|   |     |
|---|-----|
| <b>Афанасьев В.Н.</b>   |     |
| Алгоритм вязкого решения в задаче управления нелинейным неопределенным объектом.....  | 144 |
| <b>Скатков А.В., Воронин Д.Ю.</b>   |     |
| Основные подходы к моделированию системных взаимодействий для критических инфраструктур .....   | 157 |
| <b>Бутрин А.Г.</b>  |     |
| Современные методы эффективного управления хозяйственными образованиями в промышленности .....  | 172 |
| <b>Трофимов В.Б.</b>  |     |
| О разработке интеллектуальной автоматизированной системы управления агломерационной машиной.....  | 180 |
| <b>Еременко Ю.И., Полещенко Д.А., Глущенко А.И.</b>   |     |
| О методе построения нейросетевого оптимизатора параметров ПИ-регулятора и оценке его эффективности при решении задачи управления нагревательными печами.....  | 186 |
| <b>Потгосин Ю.В.</b>  |     |
| Метод энергосберегающего противогоночного кодирования состояний асинхронного автомата.....  | 198 |
| <b>Мащенко Е.Н., Шевченко В.И., Гримута А.В.</b>  |     |
| Информационная модель оценки потребностей в ИТ-ресурсах для сервис-ориентированных систем и архитектур.....   | 208 |
| <b>Обжерин Ю.Е.</b>   |     |
| Полумарковская модель двухлинейной системы массового обслуживания с потерями.....   | 218 |
| <b>Байздренко Е.А., Безуглая А.Е., Шушляпин Е.А.</b>  |     |
| Идентификация нелинейных систем на основе эквивалентной замены произвольных ограниченных функций релейными функциями....  | 230 |
| <b>Гуревич И. М., Ткаченко К. С.</b>  |     |
| Организация дистанционного автоматизированного рабочего места для расчета информационных характеристик физических систем.....   | 240 |
| <b>Серегина Е.В., Степович М.А., Макаренков А.М.</b>  |     |
| О некоторых возможностях использования модифицированного проекционного метода наименьших квадратов и проекционного метода галеркина для решения одномерного дифференциального уравнения тепломассопереноса..... | 257 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>Амрастанов А.Н., Гинзгеймер С.А., Степович М.А., Филиппов М.Н.</b>  |     |
| Моделирование распределения неосновных носителей заряда, генерированных в однородных полупроводниках электронным зондом...   | 264 |
| <b>Фархадов М.П., Михайлов А.М., Петухова Н.В., Абраменков А.Н.</b>  |     |
| Математические и программные модели детектирования и идентификации движений для задач распознавания с применением технологии искусственного нейронного кортекса..... | 272 |
| <b>Фархадов М.П., Абраменков А.Н., Петухова Н.В., Васьковский С.В.</b>   |     |
| Об одном подходе к реализации распознавания жестового языка.....   | 282 |
| <b>Мясоедова З.П., Мясоедова М.А.</b>  |     |
| Дистанционное распознавание устной речи зрительным способом в режиме on-line.....  | 288 |
| <b>Мясоедова З.П., Мясоедова М.А.</b>  |     |
| Влияние особенностей сообщения на процесс восприятия устной речи зрительным способом.....  | 296 |

## **СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, ИНФОРМАТИКИ, АВТОМАТИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ**

Прикладная математика, информатика, автоматизация – важнейшие области современной науки, охватывающие практически все направления человеческой деятельности – прежде всего, исследования, а также проектирование, производство, эксплуатацию и др. Поэтому пятое юбилейное издание настоящего сборника представляется весьма важным. Он даст возможность читателям ознакомиться с состоянием, уровнем и перспективами развития данных направлений научных исследований в России.

Можно выделить несколько групп докладов семинара.

1. Доклады, в которых формулируются и обсуждаются теоретические основы рассматриваемых областей современной науки. Это прежде всего работа А.А. Зацаринного, в которой излагаются фундаментальные идеи формирования искусственного современной науки об информационных системах. В докладах А.В. Скаткова обсуждаются важные на практике проблемы. В том числе, анализируются акты несанкционированного перехвата каналов обмена информацией и управления, атаки и вредоносные программы. Предложены методы использования информационной технологии критериального обнаружения атак и модели обнаружения атак и вредоносных программ. В докладе И.Н. Сеницына, А.С. Шаламова, В.И. Сеницына, Э.Р. Корепанова, В.В. Белоусова, А.А. Кулешова «Методы и средства оценки запасов и уровня готовности систем интегрированной логистической поддержки, основанные на канонических разложениях случайных функций» приводятся результаты разработки и испытаний типовой инструментальной системы «Динамика процессов», предназначенной для автоматического поиска и анализа оптимальных поставок запасных частей в системах послепродажного обслуживания изделий наукоемкой продукции. Это позволяет кардинально реформировать традиционные системы управления путем внедрения методов оптимального планирования процессов расходования ресурсов по критериям экономической целесообразности и эффективности. В работе И.М. Гуревича «Информационные основы и ограничения нанотехнологий» определяются фундаментальные информационные константы и на их

основе формулируются ограничения, накладываемые ими на возможности нанотехнологий

2. Работы, посвященные вопросам управления и оптимизации сложных технических систем. В работе А.Б. Филимонова и Н.Б. Филимонова «Ситуационно-целевой подход в задачах автоматизации эргатических систем управления подвижными объектами» обсуждается методология автоматизации эргатических систем данного класса, основанная на иерархической декомпозиции функциональных задач, центральное место в которой занимает концепция ситуационно-целевого управления. С.Ф. Сергеев в работе «Проблема эффективного взаимодействия человека-оператора с интеллектуальными техническими системами и средами» рассматривает возможные варианты симбиотического объединения интеллекта человека-оператора с интеллектом технических систем и сред. В докладе И.Ф. Чебурахина «Обработка данных и управление в дискретных системах на основе функционально-логических уравнений» обсуждаются методы реализации логических алгоритмов (булевых функций) на основе структурно-функциональной параллельной (логической) декомпозиции. В работе Ф.Г. Гарашенко и В.Т. Матвиенко «Моделирование и оптимизация динамики заряженных пучков как задача практической устойчивости» исследуются тесно связанные задачи устойчивости и оптимального управления потоками частиц. Оптимизация систем в структурно-параметрическом классе позволило разработать ряд алгоритмов получения квазиоптимальных решений, которые зарекомендовали свою работоспособность в реальных установках. В работе В.Т. Матвиенко «Оптимизация модальных регуляторов» рассматривается задача оптимального выбора структуры распределения управляющего сигнала в обратной связи линейной системы. В докладе Ю.Е. Обжерина «Полумарковские модели систем с резервом времени» предлагаются методы обеспечения нормального функционирования систем в условиях воздействий внешних возмущений путем назначения и использования резервного (избыточного) времени. В работе Л. А. Краснодарца, А. А. Кабанова «Конструирование информационной структуры и синтез параметров обратных связей систем траекторного управления мобильными роботами» рассматривается проектирование законов траекторного управления МР на основе методов оптимизации и обратных задач механики.

3. Работы посвященные сетевым системам. В работе М.В. Газе, Н.И. Лычагина, А.А. Малаховского «Логическая организация мульти-

сервисных объектовых ведомственных сетей связи» предлагается осуществлять комплексное оснащение различных уровней АСУ отечественным оборудованием, ориентированным на строгое соблюдение перспективных международных стандартов и рекомендаций, имеющих четкую документированную системную идеологию, распространяющуюся на все уровни иерархии АСУ, и обладающих возможностями адаптации к требованиям различных ведомств по обеспечению информационной безопасности, включая работу в различных операционных средах. И.М. Гуревич в работе обосновывает возможность использования многоуровневых статических и динамических моделей сетей для оценок их характеристик.

4. Работы, посвященные системам массового обслуживания. В работе М.П. Фархадова, В.А. Вертлиба, Н.В. Петуховой, З.П. Мясоедовой «Вопросы создания распределенных систем массового обслуживания населения с современными речевыми интерфейсными технологиями» предложены оптимальные решения для объединения разнородных систем обслуживания населения на базе использования принципов создания сетевых структур дистрибутивно-инвенторного типа и унифицированного внутрисетевого взаимодействия.

Настоящий сборник будет полезен студентам, аспирантам, преподавателям ВУЗов и ученым России и других стран, получающим образование и работающим в различных областях современной науки и техники.

**Редколлегия**

УДК 004.414.2

**А.А. Зацаринный**, д.т.н., профессор, заместитель директора ФИЦ ИУ РАН

ФИЦ «Информатика и управление» РАН

119333 Москва, ул. Вавилова, дом 44, корп. 2

тел.+7 (499)135-41-89,

e-mail: azatsarinny@ipiran.ru

## **АНАЛИЗ ОПЫТА ОТЕЧЕСТВЕННЫХ НАУЧНЫХ ШКОЛ В ОБЛАСТИ АСУ И СВЯЗИ – ОСНОВА УСПЕШНОГО РАЗВИТИЯ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

**Введение.** Сегодня можно утверждать, что в России сформировался достаточной устойчивый рынок телекоммуникаций, информационных технологий, продуктов и услуг в этой области. Это приводит к созданию и развитию быстрыми темпами информационной инфраструктуры, которая включает автоматизированные системы управления и телекоммуникационные сети. Информационные технологии превратились в общественный ресурс развития, масштабы использования которого постоянно увеличиваются, а значительный удельный вес в отраслях экономики, связанных с производством знаний, созданием и внедрением наукоемких, в том числе информационных, технологий, оказанием информационных услуг увеличивается.

В обращении помощника Президента РФ А.А.Фурсенко к Президенту РФ В.В.Путину от 11.06.2014 г. указано, что «...создание и развитие отечественных информационных и коммуникационных технологий гарантирует высокое качество и стабильность систем управления и предоставления услуг в экономической и социальной сферах...». Приоритет развития информатики, информационных технологий и вычислительной техники определен в качестве одного из приоритетных направлений науки и техники на период до 2030 года в целом ряде основополагающих документов. Основные из них [1-6]:

- Стратегия национальной безопасности Российской Федерации до 2020 г. (Указ Президента РФ от 12 мая 2009 г.);

- О создании системы распределенных ситуационных центров, работающих по единому регламенту взаимодействия (Указ Президента РФ от 25 июля 2013 г.);

- Программа фундаментальных научных исследований для государственных академий наук на 2013-2020 г.г.;

Прогноз Минобрнауки России по научно-техническому развитию Российской Федерации;

Прогноз развития науки и технологий Минпромторга России;

Прогноз научно-технологического развития России: 2030. - Высшая школа экономики, 2014;

- План мероприятий "Развития отрасли информационных технологий" в ближайший период 2014 - 2018 г.г. (утвержден распоряжением Правительства Российской Федерации от 30 декабря 2013 г. № 2602-р).

В настоящем докладе рассматриваются основные направления развития информационных технологий, определяемые нормативными документами, а также пути эффективной их реализации с учетом анализа отечественных научных школ создания рупных АСУ и связи.

## **1. Основные направления развития информационных технологий.**

К основным факторам, обусловившим резкое возрастание внимания к информационным системам и технологиям, следует отнести [7]:

- Информационный «взрыв»: лавинообразный рост объемов информации, проблема Big Data.
- Прогнозы развития информационно-коммуникационных технологий.
- Новые инновационные подходы к управлению экономикой, прежде в сфере оборонно-промышленного комплекса.
- Интенсивный переход на новые методы управления войсками и оружием.
- Формирование нормативно-правовой базы на государственном уровне.

С учетом указанных факторов эксперты определили на период до 2030 г. семь наиболее приоритетных направлений исследований [6]:

- Телекоммуникационные сети.
- Компьютерные архитектуры и системы.
- Технологии обработки и анализа информации.
- Предсказательное моделирование.
- Алгоритмы и программное обеспечение.
- Информационная безопасность.
- Элементная база и электронные устройства, робототехника.

Появление принципиально новых систем и комплексов (прежде всего программных) должно обеспечить высокий уровень устойчивости систем управления, эффективности распределения задач по выделенным ресурсам, а также сокращение времени реакции пользователя на запросы. Планируется появление высокоинтеллектуальных систем типа «умная лаборатория» (в научных организациях), «умное предприятие» (в промышленности, особенно в оборонно-промышленном комплексе), «умный город» (в субъектах федерации, в крупных муниципальных образованиях), «умная инфраструктура энергетики» и др. Отметим включение в проект государственной программы «Развитие науки и технологий» направления по созданию аналитических систем нового поколения, новых технологий формализации знаний, когнитивных моделей сознания и поведения, технологий моделирования человеческого интеллекта [3].

В качестве основных направлений проведения работ по созданию перспективных информационных систем следует назвать следующие [6 ]:

В области фундаментальных научных исследований:

- Разработка методологии, методов, алгоритмов интеграции разнородных по своим формам представления и физической природе данных, информации и знаний о состоянии системы управления сложными объектами на различных этапах ее жизненного цикла.

- Разработка методологии, методов, алгоритмов суперкомпьютерной обработки, анализа и визуализации в реальном времени сверхбольших объемов разнотипной информации о состоянии системы управления при наличии в ней некорректных, неточных и противоречивых данных.

- Разработка методологии, методов и алгоритмов комбинированного использования аналитико-имитационных, логико-лингвистических, логико-алгебраических, гибридных моделей и мультимоделльных комплексов при создании и применении информационных систем.

- Разработка методологии, методов, алгоритмов адаптации и управляемой самоорганизации информационных систем.

В области прикладных исследований:

- Разработка и реализация мобильных защищенных интегрированных интеллектуальных информационных технологий.

- Разработка и реализация межведомственных защищенных интегрированных интеллектуальных информационных технологий обра-

ботки, анализа и представления данных, информации и знаний о космической, воздушной, наземной, надводной и подводной обстановки.

- Разработка комплексных адаптивных интеллектуальных систем обеспечения информационной безопасности систем, построенных на принципах автономных вычислений.

- Разработка унифицированных архитектур и интерфейсов компонентов платформы.

- Создание методов гибкого перераспределения и децентрализации функций, задач, алгоритмов управления, информационных потоков между уровнями АСУ ОВГУ, реконфигурации структур указанных систем при их деградации.

- Создание межвидовых защищенных интегрированных интеллектуальных информационных технологий обработки, анализа и представления данных, информации и знаний о космической, воздушной, наземной, надводной и подводной обстановки в АСУ ОВГУ.

В области опытно-конструкторских разработок:

- Создание технологии, программного обеспечения и методик обработки, интеграции и анализа многоуровневой разнородной разнотипной информации, поступающей в реальном времени из функциональных подсистем органов военного и государственного управления и используемой ими при подготовке и принятии управленческих решений в динамически изменяющихся условиях.

- Создание комплексных адаптивных интеллектуальных систем обеспечения информационной безопасности СППР, построенных на принципах автономных вычислений.

Особую значимость в классе информационных систем приобретают ситуационные центры с учетом упомянутого выше Указа Президента РФ. В рамках этой системы планируется объединить на единой информационно-технической основе ситуационные центры ведомств, субъектов федерации, госкорпораций и крупнейших бизнес-структур [7]. Основная задача современного СЦ состоит в поддержке процессов принятия решений полномочным должностным лицом или органом на основе наглядных представлений (образов) ситуаций, возникающих в подконтрольной сфере, визуализации результатов их анализа в наиболее удобной для принятия решения форме [8]. Вместе с тем, современный СЦ должен обеспечивать предоставление руководителю не только результатов анализа текущей ситуации, но и тенденций ее развития, позволяющих осуществлять прогнозирование си-

туации на кратко-, средне- и долгосрочный периоды. Другими словами, в функциональном плане понятие «СЦ» должно трактоваться шире, чем функции, связанные с представлением и анализом текущих событий и ситуаций; речь должна идти о ситуационно-аналитических или аналитических центрах, реализующих функции прогнозирования развития ситуаций на различные периоды времени [17]. .

## **2. Об опыте некоторых отечественных научных школ создания АСУ и связи.**

При решении задач по развитию ИКТ нельзя забывать подтвержденную десятилетиями аксиому: новое – хорошо забытое старое. Естественно, что современные технологии и реализующие их аппаратно-программные средства существенно превышают по своим техническим и эксплуатационным характеристикам аналогичные средства, применявшиеся 10-20 лет назад. Вместе с тем, следует учитывать, что информационно-телекоммуникационная система (ИТКС) - это взаимоувязанная совокупность системотехнических решений, нормативно-технических документов (стандарты, протоколы, рекомендации) и аппаратно-программных средств [8]. Другими словами, построение ИТКС на самых современных аппаратно-программных средствах должно быть основано на разработке комплекса системных решений, обеспечивающих, с одной стороны, выполнение требуемых функциональных задач, а с другой, - наиболее рациональное (в идеале – оптимальное) построение инфраструктуры сети по критериям «эффективность – стоимость». Именно в этом аспекте оказывается излишним анализировать опыт создания систем в прошлом. Формирование и развитие системного подхода, пожалуй, самое ценное в этом опыте; более того, такие подходы сегодня являются крайне востребованными при реализации крупных проектов. Иллюзии возможности создания систем на основе готовых (серийно выпускаемых) аппаратно-программных комплексов без всесторонней отработки системных решений, обеспечивающих требованиям заказчика, сегодня постепенно растворяются во времени. **Тем не менее, школы системного подхода во многом уже утрачены. Их надо восстанавливать и создавать новые.** В связи с этим, обратимся к положительному опыту прошлого.

Научные школы системного подхода в СССР стали формироваться к концу 50-х г.г. До этого системы связи создавались непосредственно пользователями на основе серийно выпускаемых средств связи,

которые были полностью отечественными. Наметилась тенденция постепенного переноса «центра тяжести» в проведении исследований и разработки отдельных комплексов и средств связи к проблематике системных и сетевых задач. Системный подход стал формироваться тогда, когда стали появляться такие средства связи, применение которых могло осуществляться только на основе достаточно сложных «объединяющих» технологий, получивших впоследствии название системных решений. Такие технологии могли быть разработаны только конструкторами средств связи или с их участием. Разработка таких решений в процессе проектирования отдельных средств связи, по существу, объективно вызвала необходимость постановки работ по созданию соответствующих систем связи. Подобные системные постановки задач зарождались в умах ученых и конструкторов как применительно к конкретным специализированным системам, так и к созданию единой общегосударственной сети связи страны.

Отметим, что в теоретическом плане идеи создания единой сети связи впервые четко сформулировал выдающийся советский ученый академик **А.А.Харкевич** (1904-1965), основатель и первый директор Института проблем передачи информации Академии наук СССР. Он обосновал основные пути организационно-технического объединения сетей связи, предсказал направления приоритетного развития и внедрения цифровых методов обработки и передачи информации, методов коммутации различных видов информации на единых принципах. Важно отметить, что, по мнению А.А.Харкевича, единая сеть связи должна создаваться в органическом единстве с системой «вычислительных, управляющих и справочных центров» [9]. Другими словами, уже тогда закладывалась идея будущих информационно-телекоммуникационных сетей, создаваемых на основе конвергенции средств обмена данными и средств информатизации.

В 1963 году вышло Постановление ЦК КПСС и Совета Министров СССР о создании Единой автоматизированной сети связи (ЕАСС) страны. Руководство созданием ЕАСС возложено на Минсвязи СССР (министр Псурцев Н.Д.). Для координации работ образован Межведомственный координационный совет под руководством министра связи. В состав МВКС вошли представители практически всех министерств и ведомств. Головной организацией определен ЦНИИС Минсвязи (директор Аджемов С.А.) [10].

Заметим, что МВКС (впоследствии – ГКЭС) на протяжении нескольких десятилетий выполняла роль государственного межведомст-

венного координатора, но в середине «нулевых» прекратила свое существование.

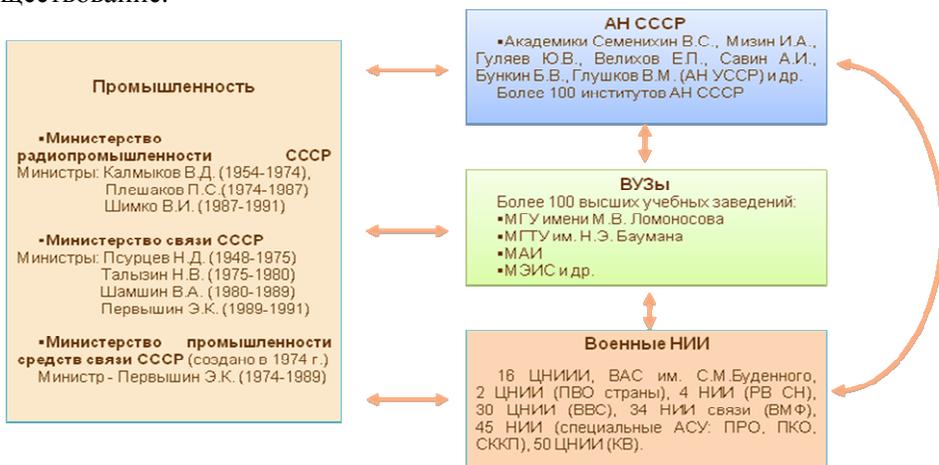


Рисунок 1 – Взаимодействие основных научных школ в области систем и средств связи

Отметим некоторые научные школы системного подхода, которые сформировались в промышленности с участием АН СССР и крупных ВУЗов страны, в военных НИИ (рисунок 1).

В Академии наук СССР такие школы формировались под руководством академиков Семенихина В.С., Мизина И.А., Гуляева Ю.В., Велихова Е.П., Савина А.И., Глушкова В.М. (АН УССР). По некоторым оценкам в 60-70-е гг. исследованиями в области автоматизированных систем управления и связи занимались ученые около 100 академических институтов.

В промышленности научные школы стали развиваться на предприятиях в основном трех министерств: Министерство радиопромышленности (Калмыков В.Д., Плешаков П.С., Шимко В.И.), Министерство связи (Псурцев Н.Д., Тальзин Н.В., Шамшин В.А., Первышин Э.К.) и Министерство промышленности средств связи (Первышин Э.К.).

Нельзя также не упомянуть мощные научные школы военных институтов, прежде всего: 27 ЦНИИ МО (Стрельченко Б.И.), 16 ЦНИИИ связи МО (Нечаев Н.Т., Якунин В.М.), 4 ЦНИИ РВ СН (Волков Л.И.), а также 2, 3, 30, 34, 45, 50 НИИ МО.

Наиболее ярко системная постановка проявилась в 60-70-гг. при создании единой системы спутниковой связи первого поколения (ЕССС-1). Действительно, объединить в систему и обеспечить совме-

стное функционирование ряда таких технических средств как абонентские станции, узловые станции, ретрансляторы на борту спутника, сложные антенные комплексы возможно было только на основе системных решений, которые, в свою очередь, обусловили появление автоматизированной системы управления связью.

Такой подход получил развитие в последующем при создании систем связи в интересах ряда автоматизированных систем управления. Объективно появилась потребность в появлении такой должности как Главный (а потом и Генеральный) конструктор системы связи, который руководил разработкой прежде всего системных решений и координировал работу Главных конструкторов отдельных средств связи с целью обеспечения их согласованного и эффективного функционирования в составе системы.

Но и этого оказалось недостаточным для создания больших многофункциональных систем. Главный конструктор, прежде чем приступить к разработке должен быть «вооружен» результатами предварительных научных исследований и проработок. Другими словами, системный подход потребовал развития и соответствующих научно-практических методических школ. Отметим некоторые из них.

Центральный НИИ связи – головной институт отечественной отрасли «Связь», один из старейших научных институтов страны (создан в 1918 г.), наибольшего расцвета достиг в 60-80-е г.г. [10]. Институт возглавлял работы по созданию ЕАСС страны, выполнил ряд важнейших разработок, в том числе специальных систем передачи данных и связи. Институт возглавляли С.А.Аджемов (в период 1961-1977), известный специалист в области связи, выдающийся организатор науки, кандидат технических наук, а также Л.Е.Варакин (1987-2003), известный ученый в области радиотехники и инфокоммуникаций, д.т.н., профессор, основатель и первый президент Международной академии связи.

НПО «Красная заря», г. Ленинград - одно из старейших предприятий страны в области средств связи (создано в начале 20-х г.г. на базе завода фирмы «Эрикссон и К»), в 70-80-г.г. стало выполнять роль головной организации по созданию объединенной автоматизированной системы военной связи, выполнило комплексные исследования по обоснованию основных технических решений создания отечественных интегральных сетей связи ISDN. В 80-е г.г. институт возглавлял Генеральный конструктор ОАСС ВС СССР Данилевский Ю.Г..

В 90-е г.г. НПО «Красная заря» разделилось на несколько предприятий: ОАО «Интелтех» (Мясников О.Г.), ФГУП «Рубин» (Шибанов В.С.), НПО «Радуга» (Мещеряков С.П.), НИИ «Масштаб» (Давыдов Е.Б.).

На основе системного подхода были созданы несколько поколений системы военной спутниковой связи (Московский НИИРС - Главный конструктор А.П.Биленко, затем - А.В.Лисин, Московский НИРТИ - Главный конструктор А.А.Генов).

Ленинградское НПО ОКБ Импульс (создано в 1961 г. на базе Ленинградского политехнического института (ЛПИ) под руководством директора Т. Н. Соколова в 60- г.г. выполнило разработку, изготовление и внедрение системы управления ракетными войсками стратегического назначения (РВСН).

ОАО «Научно-исследовательский институт автоматической аппаратуры имени академика В. С. Семенихина» (ОАО «НИИАА») был создан в 1956 году как НИИ-101 Министерства радиотехнической промышленности СССР для автоматизации специальных систем[12]. На протяжении нескольких десятилетий НИИ АА являлся ведущим предприятием в области АСУ ВС. Под руководством академика Семенихина В.С. в НИИ АА была создана научная школа системного подхода к созданию крупномасштабных АСУ в интересах Вооруженных Сил (Конашев В.В., Логинов М.С., Агаджанов А.С., Мизин И.А., Гладышев В.И., Лещенко Ю.П., Чудинов С.М.)

Наиболее ярким примером формирования системного подхода к созданию крупной территориально распределенной системы и его успешной реализации является создание системы обмена данными (СОД). СОД – первая отечественная система передачи данных с пакетной коммутацией.

Система в течение нескольких десятилетий успешно выполняла задачи по передаче информации в интересах нескольких автоматизированных систем управления стратегического назначения. Это полностью отечественная система, включая системные, алгоритмические, программные, аппаратные, конструктивные решения[12,13,16].

В этом году исполняется 80 лет со дня рождения Главного конструктора СОД академика Мизина И.А. и 85 лет его преемника – д.т.н. Березина В.Н. [14,15].

Отметим, что создание СОД представляет собой образец сочетания результатов теоретических исследований и практики разработки и внедрения этих результатов.

Кроме того, необходимо отметить многолетнее конструктивное взаимодействие в процессе разработки коллектива Главного конструктора Мизина И.А. с коллективами Генерального заказчика (начальник связи ВС маршал войск связи Белов А.И., генералы Трофимов К.Н., Зименков А.П.) и 16 ЦНИИИ связи (Нечаев Н.Т., Якунин В.М., Супрун Б.А., Иванов В.Н. ). Институт (старейший военный институт - образован в 1923 году) много лет являлся надежной методологической научно-практической опорой начальника связи и в 80- г.г. достиг своего расцвета.

### **3. ИПИ РАН у истоков современных информационных технологий**

Системные исследования в ИПИ РАН (создан в 1983 году) получили интенсивное развитие в 90-е г.г. под руководством директора института академика И.А.Мизина по двум взаимоувязанным направлениям: обоснованием информационных технологий для создания крупных территориальных информационных и телекоммуникационных сетей и созданием информационных сетей в интересах органов государственной власти в рамках конкретных проектов [11,13].

К наиболее значимым достижениям в этой части следует отнести развитие теоретических основ информационно-телекоммуникационных технологий, разработку информационных технологий построения крупномасштабных информационно-вычислительных и коммуникационных сетей, а также создание и внедрение комплекса базовых технических и программных средств [13,14].

Наиболее значимые работы:

- Модернизация информационных и телекоммуникационных систем органов государственной власти.
- Участие в создании Ситуационного центра Президента РФ.
- Разработка и внедрение региональных сетей передачи данных.
- Выбор базовых информационных технологий для применения в системах органов государственной власти.

С 1999 г. комплекс фундаментальных системных исследований и научно-практических работ по созданию информационных систем в защищенном исполнении выполняется под руководством академика И.А.Соколова.

Основные направления исследований института [11]:

- Теоретические основы стохастических информационных технологий и инструментального программного обеспечения.
- Математические модели хаотических стохастических процессов и потоков экстремальных событий.
- Гибридная инфраструктура предметных посредников и AstroGrid для решения задач Российской Виртуальной Обсерватории над множеством неоднородных, распределенных информационных ресурсов.
- Технология исследования и оптимизации оперативного управления потоками заданий в системах Грид.
- Методы создания и технологии функционирования ситуационных центров, включая технологии поддержки принятия решений [8,17].
- Технология комплексной биометрической идентификации личности.
- Система функционально-семантических представлений языковых структур ряда европейских языков (русского, английского, французского, немецкого).
- Комплекс программ расчета систем массового обслуживания для описания функционирования информационно-телекоммуникационных систем интегрированного типа с мешающими воздействиями.

Наиболее значимые работы:

- Единый банк данных «Антитеррор».
- Катастрофоустойчивая информационная система Банка России.
- Модернизация информационных систем органов государственной власти.
- Система ситуационных центров специального назначения.
- Единая информационно-телекоммуникационная система ОВД.
- Информационная система повседневной деятельности Ведомства.
- Система распределенных ситуационных центров, работающих по единому регламенту взаимодействия.

Институт под руководством И.А.Соколова выполняет важнейшие координирующие функции в рамках Советов Главных конструкторов, Экспертных советов, секции научно-технического совета ВПК в части АСУ и информационной безопасности.

В настоящее время Институт на основании приказа Федерального агентства научных организаций от 31 декабря 2014 г. № 1421 преобразован в Федеральное государственное учреждение науки «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук» (ФИЦ ИУ РАН) с присоединением к нему ВЦ РАН им. Академика А.А.Дородницына и ИСА РАН. Целью и предметом деятельности Центра наряду с традиционным для академических институтов выполнением фундаментальных, поисковых и прикладных научных исследований в области вычислительной и прикладной математики, системного анализа, математического моделирования, теоретической информатики, информационных, интеллектуальных и когнитивных технологий, управления, автоматизации и вычислительных систем для решения актуальных научно-технических и социально-экономических проблем, должны стать:

- применение результатов исследований для создания информационно-телекоммуникационной инфраструктуры страны и регионов, информатизации общества;
- укрепление связей между наукой и образованием.

ФИЦ ИУ РАН, по существу, должен стать системообразующим методологическим центром в области информационно-телекоммуникационных сетей, в том числе в интересах органов государственной власти.

### **Выводы.**

1. Развитие информационных технологий сегодня объективно выступает важнейшим фактором успешного развития всех отраслей экономики, военной и социальной сферы. Особую значимость приобретают вопросы создания отечественных информационных технологий и аппаратно-программных средств для объектов информатизации и связи.

2. Для создания и развития отечественных информационных систем и технологий крайне полезен опыт создания отечественных информационно-телекоммуникационных систем (СОД, ЕССС и других систем). Этот опыт содержит много полезного для нынешнего поколения исследователей и разработчиков. Отметим следующие аспекты:

- Эффективность сформированного и подтвержденного практикой системного подхода на всех этапах разработки, внедрения и эксплуатации.

– Необходимость развития методологии выбора системотехнических решений, удовлетворяющих требованиям заказчика; в современных условиях актуальность такой методологии возрастает, т.к. требуется решать задачу выбора с учетом множества готовых аппаратно-программных средств и технологий.

– Разработка системотехнических решений, начиная с ранних стадий, с учетом требований по защите информации – обязательное условие успешности разработки.

– Конструктивное взаимодействие Заказчика, Главного конструктора и военной науки.

– Обязательное соблюдение требований нормативно-технических документов (ГОСТ), определяющих порядок разработки.

– Целевая подготовка с участием Главного конструктора специалистов для эксплуатации и эффективного применения систем.

3.Системообразующим методологическим центром в области информационно-телекоммуникационных сетей, в том числе в интересах органов государственной власти, должен стать ФИЦ ИУ РАН, создаваемый на базе ИПИ РАН.

### **Библиографический список использованной литературы**

1.Приоритетные направления развития науки, технологий и техники в Российской Федерации и перечня критических технологий Российской Федерации, утвержденные Указом Президента РФ от 07.07.2011 № 899.

2.Перечень критических технологий Российской Федерации, утверждённый Указом Президента РФ от 7 июля 2011 года № 899.

3.Государственная программа Российской Федерации «Развитие науки и технологий на 2013-2020 годы» (утверждена распоряжением Правительства РФ от 20.12.2014 г. №2433-р).

4.План мероприятий ("дорожная карта") "Развитие отрасли информационных технологий" (Утвержден распоряжением Правительства Российской Федерации от 30 декабря 2013 г. № 2602-р)

5.Концепция федеральной целевой программы "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России" на 2014-2020 г.г. Утверждена Распоряжением Правительства Российской Федерации от 2 мая 2013 г. N 736-р г.

6.Прогноз научно-технологического развития России: 2030. Информационно-коммуникационные технологии / Под ред. Л.М. Гохбер-

га, И.Р. Агамирзяна. – Москва: Министерство образования и науки Российской Федерации, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики, 2014. – 52 с.

7. Зацаринный А.А. Некоторые проблемы информационно-аналитической поддержки принятия стратегических решений в органах государственной власти. – Международный научно-аналитический журнал «Стратегические приоритеты», вып.2, М.:2014, с.55-70.

8. Зацаринный А.А. Организационные и системотехнические подходы к построению современных ситуационных центров // Методы построения и технологии функционирования ситуационных центров. – М.: ИПИ РАН, 2011. - С. 11–26.

9. Харкевич А.А. Информация и техника, «Коммунист», №12, 1962 г.

10. 90 лет в мире связи. –М.: ФГУП ЦНИИС, 2008, 308 с.

11. Зацаринный А.А., Захаров В.Н., Синицин И.Н. ИПИ РАН и создание информационно-телекоммуникационных сетей в интересах органов государственной власти Российской Федерации (к 25-летию ИПИ РАН). – Ведомственные корпоративные сети, №2 (47), 2008, с.118-128.

12. Автоматизация управления. Наш путь. К 50-летию НИИ АА им. Академика В.С.Семенихина. – М.: НИИ АА, 2006, -210 с.

13. И.А.Мизин – ученый, конструктор, человек. Под ред. Академика И.А.Соколова, М.: ИПИ РАН, 2010, 319 с.

14. Соколов И.А., Зацаринный А.А., Захаров В.Н. О вкладе академика И.А. Мизина в теорию и практику создания отечественных информационно-телекоммуникационных систем. – Системы и средства информатики, 2015, т.25, №1, с.216-232.

15. Соколов И.А., Зацаринный А.А., Захаров В.Н. У истоков создания отечественных телекоммуникационных систем. – Электросвязь, №3, 2015, с.18-22.

16. Зацаринный А.А. Аппаратура систем и комплексов обмена данными. - В научном издании «История отечественных средств связи», М.: ЗАО «Издательский дом «Столичная энциклопедия», 2013, с. 501-506.

17. Зацаринный А.А., Шабанов А.П. Технология информационной поддержки деятельности организационных систем на основе ситуационных центров. – М.: ТОРУС ПРЕСС, 2015. – 232 с.: ил.

УДК:519.62

**И.Н. Синицын**, д-р техн. наук, зав. отделом;

**В.И. Синицын**, д-р физ.-мат. наук, зав. отделом;

**И.В. Сергеев**, канд. техн. наук, зам. директора;

**Э.Р. Корепанов**, канд. техн. наук, зав. сектором;

**В.В. Белоусов**, канд. техн. наук, зав. сектором.

ФГБУН «Институт проблем информатики» РАН

119333 Москва, ул. Вавилова, дом 44, корп. 2

e-mail: sinitsin@dol.ru

## **УСЛОВНО ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НОРМАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭРЕДИТАРНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Рассматриваются алгоритмы синтеза дискретных условно оптимальных фильтров Пугачева (ФП) для фильтрации процессов в непрерывных и дискретных эредитарных стохастических системах (ЭСтС) с винеровскими и пуассоновскими возмущениями. Во введении дан краткий обзор работ в области анализа и моделирования нормальных стохастических процессов (СтП) в ЭСтС. Отмечается, что для нелинейных ЭСтС алгоритмы ФП нормальных СтП в реальном масштабе времени допускают простую реализацию и обладают достаточной точностью для широкого круга задач прикладной информатики и управления. В разделе 2 представлены уравнения непрерывных ЭСтС и дискретным СтС. Раздел 3 содержит алгоритмы синтеза дискретных ФП для обработки нормальных СтП в непрерывных и дискретных ЭСтС. Приводятся примеры.

**Введение.** Как известно (см. обзор [1]), эредитарные стохастические системы (ЭСтС), описываемые стохастическими интегродифференциальными уравнениями, используются в задачах аналитического и статистического моделирования стохастических процессов (СтП) в них. Такие СтП, как правило, являются немарковскими. Для ЭСтС с затухающей памятью путем аппроксимации эредитарных ядер линейными обыкновенными дифференциальными уравнениями и гладких нелинейностей или вырожденными ядрами и для негладких нелинейностей удастся привести уравнения ЭСтС к дифференциальным стохастическим системам. В результате СтП в таких дифференциальных СтС (ДСтС) становятся марковскими. Поэтому появляется возможность использовать богатый опыт моделирования ДСтС. Вопросам параметрического статистического и аналитического моделирования

посвящены работы [2–5]. Если инструментальные программные средства моделирования процессов в ЭСтС достаточно развиты для широкого круга практических задач, то средств обработки информации в ЭСтС, тем более в реальном масштабе времени практически нет. В [6] приведен обзор работ по синтезу фильтров Пугачева (ФП) для фильтрации СтП в ЭСтС, приводимых к ДСтС. Однако в задачах практики, связанных с оперативной обработкой существенно нестационарных СтП в ЭСтС, алгоритмы ФП.

Доклад посвящен алгоритмам синтеза дискретных нормальных ФП для фильтрации СтП в ЭСтС в реальном масштабе времени в составе инструментального программного обеспечения «IDStS–Filtering» в среде MATLAB. В качестве примеров рассмотрены задачи обработки информации в ЭСтС в условиях сложных ударных воздействий.

## 1. Эредитарные стохастические системы

**Уравнения ЭСтС.** Следуя [7, 8], рассмотрим ЭСтС описываемую интегродифференциальным уравнением Ито следующего вида:

$$dX = \left[ a(X, t) + \int_{t_0}^t a_1(X(\tau), \tau, t) d\tau \right] dt + \left[ b(X, t) + \int_{t_0}^t b_1(X(\tau), \tau, t) d\tau \right] dW_0 + \int_{R_0^q} \left[ c(X, t, v) + \int_{t_0}^t c_1(X(\tau), \tau, t, v) \right] dP^0(t, dv) \quad (2.1)$$

с начальным условием  $X(t_0) = X_0$ .

В (2.1) приняты следующие обозначения и допущения:  $X = X(t)$  –  $n_x$ -мерный вектор состояния;  $W_0$  –  $r_x$ -мерный винеровский процесс интенсивности  $v_0 = v_0(t)$ ;  $\int_A dP^0(t, A)$  – центрированная пуассоновская мера, удовлетворяющая условию

$$\int_A dP^0(t, A) = \int_A dP(t, A) - \int_A v_p(t, A) dt,$$

где  $\int_A dP(t, A)$  – число скачков пуассоновского процесса в интервале  $\Delta$ ;  $v_p(t, A)$  – интенсивность пуассоновского процесса  $P(t, A)$ ;  $v$  –  $q$ -

мерный вспомогательный параметр;  $A$  – некоторое борелевское множество пространства  $R_0^q$  с выколотым началом.

Функции  $a = a(X, t)$ ,  $a_1 = a_1(X(\tau), \tau, t)$ ,  $b = b(X, t)$ ,  $b_1 = b_1(X(\tau), \tau, t)$ ,  $c = c(X, t, \nu)$ ,  $c_1 = c_1(X(\tau), \tau, t, \nu)$  имеют размерности  $n_x \times 1$ ,  $n_x \times 1$ ,  $n_x \times r_x$ ,  $n_x \times r_x$ ,  $n_x \times 1$ ,  $n_x \times 1$  и допускают представления вида

$$a_1 = A(t, \tau)\varphi(X(\tau), \tau), \quad b_1 = B(t, \tau)\psi(X(\tau), \tau), \quad c_1 = C(t, \tau)\chi(X(\tau), \tau, \nu) \quad (2.2)$$

Здесь ядра  $A(t, \tau) = [A_{ij}(t, \tau)]$  ( $i, j = \overline{1, n_x}$ ),  $B(t, \tau) = [B_{il}(t, \tau)]$  ( $i = \overline{1, n_x}, l = \overline{1, r_x}$ ),  $C(t, \tau) = [C_{ij}(t, \tau)]$  ( $i, j = \overline{1, n_x}$ ) имеют размерности  $n_x \times n_x$ ,  $n_x \times r_x$ ,  $n_x \times n_x$ , удовлетворяют следующим условиям физической реализуемости и асимптотического затухания:

$$A_{ij}(t, \tau) = 0, B_{il}(t, \tau) = 0, C_{ij}(t, \tau) = 0 \quad \forall \tau > t, \quad (2.3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |A_{ij}(t, \tau)| d\tau < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} |B_{il}(t, \tau)| d\tau < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} |C_{ij}(t, \tau)| d\tau < \infty. \quad (2.4)$$

Функции  $\varphi = \varphi(X(\tau), \tau)$ ,  $\psi = \psi(X(\tau), \tau)$ ,  $\chi = \chi(X(\tau), \tau, \nu)$  зависят от  $\tau$  и имеют размерности  $n_x \times 1$ ,  $n_x \times n_x$ ,  $n_x \times 1$  соответственно.

Если эредитарные ядра удовлетворяют условиям

$$A_{ij}(t, \tau) = \tilde{A}_{ij}(u), B_{il}(t, \tau) = \tilde{B}_{il}(u), C_{ij}(t, \tau) = \tilde{C}_{ij}(u) (u = t - \tau), \quad (2.5)$$

говорят об ЭСтС со стационарным затуханием.

Важный класс эредитарных ядер представляют собой сингулярные (вырожденные) эредитарные ядра, когда имеют место представления

$$A_{ij}(t, \tau) = A_{ij}^+(t)A_{ij}^-(\tau), \quad B_{il}(t, \tau) = B_{il}^+(t)B_{il}^-(\tau), \quad C_{ij}(t, \tau) = C_{ij}^+(t)C_{ij}^-(\tau) \quad (2.6)$$

$$(i, l = \overline{1, n_x}, j = \overline{1, r_x}).$$

В [7, 8] для гладких и негладких функций  $\Phi, \Psi, \chi$  разработаны алгоритмы приведения ЭСтС (2.1) к ДСтС вида [2, 3]:

$$dZ = a^z(Z, t)dt + b^z(Z, t)dW_0 + \int_{R_0^q} c^z(Z, t, \nu)dP^0(t, d\nu) \quad (2.7)$$

В основе моделирования нормальных СтП в (2.7) лежат алгоритмы, описанные в [2–5].

Дискретные уравнения ЭСтС. Уравнения ЭСтС (2.1) при функциях  $\varphi, \psi, \chi$ , допускающих производные второго порядка с точностью до  $h^2$  и  $h^{3/2}$  ( $h$  – шаг интегрирования) в детерминированной и стохастической части моделируются следующей эквивалентной стохастической дискретной системой уравнений [1, 3, 5]

$$\bar{X}_{n+1} = \bar{\Phi}_n(\bar{X}_n) + \Psi_n(\bar{X}_n, V_n^{(1)})V_n, \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} a'(X_t, t) &= a(X_t, t) + \int_{t_0}^t a(X_\tau, \tau) d\tau, \quad b'(X_t, t) = b(X_t, t) + \int_{t_0}^t b(X_\tau, \tau) d\tau, \\ c'_i(X_t, t, v) &= c_i(X_t, t, v) + \int_{t_0}^t c_i(X_t, t, \tau, v) d\tau. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Здесь приняты следующие обозначения и сокращения:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_n(\bar{X}_n) &= \bar{X}_n + \left[ a'(\bar{X}_n, nh) - \sum_{j=1}^N c'_j(\bar{X}_n, nh) \mathbf{v}_{jn} \right] h + \\ & \frac{1}{2} \left\{ a'_t(\bar{X}_n, nh) - \sum_{j=1}^N c'_j(\bar{X}_n, nh) \mathbf{v}_{jn} + \left[ a'_x(\bar{X}_n, nh)^T - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sum_{j=1}^N c'_{jx}(\bar{X}_n, nh)^T \mathbf{v}_{jn} \right] \left[ a'(\bar{X}_n, nh) - \sum_{j=1}^N c'_j(\bar{X}_n, nh) \mathbf{v}_{jn} \right] + \right. \\ & \left. \frac{1}{3} \left[ a'_{xx}(\bar{X}_n, nh) - \sum_{j=1}^N c'_{jxx}(\bar{X}_n, nh) \mathbf{v}_{jn} \right] : \sigma(\bar{X}_n, nh) \right\} h^2, \\ \Delta a'_n &= a'(\bar{X}_n + c'_i, nh) - a'(\bar{X}_n, nh), \quad \Delta b'_n = b'(\bar{X}_n + c'_i, nh) - b'(\bar{X}_n, nh), \\ \Delta_j c'_{in} &= c'_i(\bar{X}_n + c'_j, nh) - c'_i(\bar{X}_n, nh), \\ [\varphi_{xx}(x, t) : \sigma_0(x, t)]_k &= \text{tr}[\varphi_{kxx}(x, t) \sigma_0(x, t)], \\ \sigma_0(x, t) &= b'(x, t) \mathbf{v}_0(t) b'(x, t)^T. \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\Psi_{1n}(\bar{X}_n) = b(\bar{X}_n, nh) + \frac{1}{2} \left[ a'_x(\bar{X}_n, nh)^T - \sum_{j=1}^N c'_j(\bar{X}_n, nh)^T \mathbf{v}_{jn} \right] b'(\bar{X}_n, nh), \quad (2.11)$$

$$V_{1n} = \Delta W_n = W_0((n+1)h) - W_0(nh),$$

$$V_{in} = \Delta P_{i-1,n} = P_{i-1}((n+1)h) - P_{i-1}(nh), \quad i = 2, \dots, N,$$

$$V_{1n}' = \int_{nh}^{(n+1)h} \frac{\tau - nh}{h} dW_0(\tau), \quad V_{1n}'' = \int_{nh}^{(n+1)h} \left( \frac{\tau - nh}{h} \right)^2 dW_0(\tau),$$

$$V_{in}' = \int_{nh}^{(n+1)h} \frac{\tau - nh}{h} dP_{i-1}^0(\tau) \quad (2.12)$$

$$V_{in}'' = \int_{nh}^{(n+1)h} \left( \frac{\tau - nh}{h} \right)^2 dP_{i-1}^0(\tau), \quad i = 2, \dots, N+1$$

$$P_i^0(t) = P_i(t) - \int_0^t \mathbf{v}_i(\tau) d\tau,$$

$$V_n = [V_{1n}^T V_{1n}^T V_{1n}^{\prime T} V_{2n}^T V_{2n}^T V_{2n}^{\prime T} \dots V_{N+1,n} V_{N+1,n}' V_{N+1,n}'' ]^T,$$

$$\mathbf{v}_{in} = \mathbf{v}_i \left( nh + \frac{h}{2} \right), \quad i = 1, \dots, N, \quad V_n^{(1)} = [V_{1n} V_{2n} \dots V_{n+1}]^T,$$

$$\Psi_{in}'(\bar{X}_n) = c'_{i-1}(\bar{X}_n, nh) + \left[ \Delta_{i-1} a'_n - \sum_{j=1}^N \Delta_{i-1} c'_{jn} \mathbf{v}_{jn} \right] h,$$

$$\Psi'_{1n}(\bar{X}_n, V_n^{(1)}) = \left\{ b'(\bar{X}_n, nh) + \left[ a'(\bar{X}_n, nh)^T - \right. \right.$$

$$\left. \left. \sum_{j=1}^N c'_{jn}(\bar{X}_n, hn)^T \mathbf{v}_{jn} \right] \frac{\partial}{\partial x} b'(\bar{X}_n, nh) + \right. \\ \left. + V_{1n}^T b'(\bar{X}_n, nh)^T \frac{\partial}{\partial x} b'(\bar{X}_n, nh) \right\} h + \sum_{j=1}^N \Delta_j b'_n V_{j+1,n}$$

$$\Psi'_{in}(\bar{X}_n, V_n^{(1)}) = \{ c'_{i-1,t}(\bar{X}_n, nh) + c'_{i-1,x}(\bar{X}_n, nh)^T$$

$$\left[ a'(\bar{X}_n, nh) - \sum_{j=1}^N c'_{jn}(\bar{X}_n, hn) \mathbf{v}_{jn} \right] \} h +$$

$$+ c'_{i-1,x}(\bar{X}_n, nh)^T b'(\bar{X}_n, nh) V_{1,n} + \sum_{j=1}^N \Delta_j c'_{j-1,n} V_{j+1,n},$$

$$\Psi'_{1n}(\bar{X}_n) = \frac{1}{2} [b'_{xx}(\bar{X}_n, nh) : \sigma(\bar{X}_n, nh)]$$

$$\Psi''_{in}(\bar{X}_n) = \frac{1}{2} [c'_{i-1,xx}(\bar{X}_n, nh) : \sigma(\bar{X}_n, nh)]$$

$$\Psi_n(\bar{X}_n, V_n^{(1)}) = [\Psi_{1n}(\bar{X}_n) \Psi'_{1n}(\bar{X}_n, V_n^{(1)}) \Psi''_{1n}(\bar{X}_n) \\ \dots \Psi_{N+1,n}(\bar{X}_n) \Psi'_{N+1,n}(\bar{X}_n, V_n^{(1)}) \Psi''_{N+1,n}(\bar{X}_n)]$$

При этом математические ожидания случайных величин (с. в.)  $V_{1n}'$ ,  $V_{1n}''$  равны нулю, случайный вектор  $[V_{1n}^T V_{1n}'^T V_{1n}''^T]^T$  имеет нормальное распределение, а скалярные с. в.  $V_{2n}, \dots, V_{N+1,n}$  – пуассоновские распределения с параметрами

$$\mu_{in} = \int_{nh}^{(n+1)h} v_{i-1}(\tau) d\tau = v_{i-1}\left(nh + \frac{1}{2}h\right)h, \quad (i = 2, \dots, N+1).$$

Тройки с. в.  $V_{1n}, V_{1n}', V_{1n}''$ ,  $V_{2n}, \dots, V_{N+1,n}$ ,  $V_{2n}', \dots, V_{N+1,n}'$ ,  $V_{2n}'', \dots, V_{N+1,n}''$  независимы в силу независимости процессов  $W_0(t)$ ,  $P_1(t), \dots, P_N(t)$  и что при различных  $n$  величины  $V_n$  независимы. Однако при любых данных  $i, n$  величины  $V_{in}$ ,  $V_{in}'$ ,  $V_{in}''$  зависимы.

Ковариационные и взаимные ковариационные матрицы стохастических интегралов случайного вектора  $[V_{in}^T V_{in}'^T V_{in}''^T]^T$  определяются формулами:

$$\begin{aligned} K_{1n,11} &= M_N V_{1n} V_{1n}^T = \int_{nh}^{(n+1)h} v_0(\tau) d\tau \equiv v_0(nh + h/2)h, \\ K_{1n,12} &= M_N V_{1n} V_{1n}'^T = \int_{nh}^{(n+1)h} \frac{\tau - nh}{h} v_0(\tau) d\tau \equiv \frac{1}{2} v_0(nh + h/2)h, \\ K_{1n,13} &= M_N V_{1n} V_{1n}''^T = \int_{nh}^{(n+1)h} \left(\frac{\tau - nh}{h}\right)^2 v_0(\tau) d\tau \equiv \frac{1}{3} v_0(nh + h/2)h, \\ K_{1n,23} &= M_N V_{1n} V_{1n}''^T = \int_{nh}^{(n+1)h} \left(\frac{\tau - nh}{h}\right)^3 v_0(\tau) d\tau \equiv \frac{1}{4} v_0(nh + h/2)h, \\ K_{1n,33} &= M_N V_{1n} V_{1n}''^T = \int_{nh}^{(n+1)h} \left(\frac{\tau - nh}{h}\right)^4 v_0(\tau) d\tau \equiv \frac{1}{5} v_0(nh + h/2)h. \\ K_{1n,21} &= K_{1n,12}, \quad K_{1n,31} = K_{1n,13}, \quad K_{1n,31} = K_{1n,13}, \quad K_{1n,32} = K_{1n,23}, \end{aligned}$$

При статистическом моделировании системы с помощью (2.8) также не представляет трудностей моделировать с. в., распределенные по нормальному и пуассоновским законам. Правая часть разностного уравнения (2.8) определена с точностью до  $h^2$  в детерминированном (при данном  $\bar{X}_n$ ) слагаемом  $\Phi_n(\bar{X}_n)$  и с точностью до  $h^{3/2}$  в случайном слагаемом  $\Psi_n(\bar{X}_n, V_n^{(1)})V_n$ . Сохраняя в (2.8) члены с точностью до  $h^2$  и  $h^{3/2}$ , придем к алгоритмам Эйлера [9–11].

Для ЭСтС, приведенных к виду ДСтС (2.7) для гладких функций  $\varphi, \psi, \chi$  и негладких функций  $\Phi, \Psi, \chi$  используются уравнения (2.8) при  $a' = a = \varphi, b' = b = \psi, c' = c = \chi$ .

## 2. Основные результаты

**Уравнения нелинейного дискретного ФП.** Пусть векторный дискретный СтП  $Z_k = [X_k^T Y_k^T]^T$  определяется стохастическими разностными уравнениями нелинейной регрессии вида:

$$X_{k+1} = \omega_k(X_k, Y_k, V_k), \quad Y_k = \omega_{1k}(X_k, Y_k, V_k) \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (3.1)$$

Здесь  $X_k$  – ненаблюдаемый  $n_x$ -мерный векторный дискретный случайный процесс (в общем случае расширенный вектор состояния);  $Y_k$  – наблюдаемый  $n_y$ -мерный дискретный СтП;  $V_k$  – дискретный  $n_v$ -мерный векторный белый шум с известной характеристической функцией  $h_k = h_k(\rho)$ .  $\omega_k, \omega_{1k}$  – известные векторные  $n_x$ - и  $n_y$ -мерные функции отмеченных переменных. Требуется оценить вектор состояния системы  $X_k$  в любой момент времени  $k > 1$  по результатам наблюдения дискретного процесса  $Y_k$  в интервале времени  $[l, k]$ ,  $Y_1^k = \{Y_j, j = 1, \dots, k\}$ .

Аналогично ставятся задачи оценивания дискретных СтП в ДСтС, описываемых уравнениями авторегрессии вида:

$$X_{k+1} = \varphi_k(X_k, Y_k) + \psi_k(X_k, Y_k)V_k^d, \quad Y_k = \varphi_{1k}(X_k, Y_k) + \psi_{1k}(X_k, Y_k)V_k^d. \quad (3.2)$$

Иногда, целесообразно формально выделить дискретные шумы  $V_1^d$  и  $V_2^d$  в уравнениях состояния и наблюдения. В этом случае (3.2) приобретают вид соответственно для задач фильтрации и экстраполяции:

$$X_{k+1} = \varphi_k(X_k, Y_k) + \psi_k(X_k, Y_k)V_{1k}^d, \quad Y_k = \varphi_{1k}(X_k, Y_k) + \psi_{1k}(X_k, Y_k)V_{2k}^d. \quad (3.3)$$

Одним из эффективных приближенных подходов к синтезу дискретных условно оптимальных ФП состоит в отказе от абсолютной оптимальности и ограничении оптимальными оценками для некоторых классов допустимых оценок, удовлетворяющих некоторым простым в реализации разностным уравнениям, которые могут быть вычислены на основе результатов наблюдений в масштабе реального времени. Главная трудность при синтезе дискретных ФП состоит в выборе класса допустимых дискретных фильтров. Обычно в практи-

ческих задачах классом допустимых дискретных ФП считают множество фильтров, описываемых конечномерными разностными уравнениями с некоторыми неизвестными коэффициентами. В этом случае проблема оптимизации сводится к определению оптимальных значений всех неизвестных коэффициентов, которые в общем случае зависят от времени.

Первая особенность дискретного нелинейного условно оптимального оценивания заключается в том, что такое оценивание является многокритериальным, поскольку требуется минимизация средней квадратической ошибки для любого момента времени  $k$  из некоторого интервала. Таким образом, надлежит воспользоваться известными парето-оптимальными оценками. Второй особенностью дискретного нелинейного условно оптимального оценивания является то, что оптимальные коэффициенты дискретных фильтров должны определяться в ходе проектирования фильтра только априорными данными без использования текущих наблюдений, как это имеет место в фильтрах Калмана [6]. Данные текущих наблюдений используются лишь в процессе дискретной фильтрации при рекуррентном решении уравнений фильтра.

**Дискретные линейные фильтры Калмана и Пугачева.** За дискретный фильтр Калмана (ФК) Пугачев принимал обычный одношаговый линейный предсказатель и также строил нелинейную дискретную условно оптимальную фильтрацию. Тогда как в западной литературе делают различие между алгоритмами фильтрации и одношаговыми предсказателями. Это просто разная трактовка понятия «фильтрация». В. С. Пугачев считал, что при дискретной фильтрации невозможно в один и тот же момент времени  $k$  одновременно получать наблюдение и тут же (мгновенно в этот же момент времени) оценивать состояние. Поэтому, например, структуру линейного дискретного фильтра он записывал в следующей форме  $X_{k+1} = \alpha_k X_k + \beta_k Y_k + \gamma_k$ . Таким образом получался либо фильтр Пугачева, либо «одношаговый предсказатель»  $(X_k, Y_k)$  прогноз  $X_{k+1}$  который В.С.Пугачев называл дискретным фильтром Калмана. В западной литературе (и Калман сам) записывают дискретную версию фильтра Калмана «по определению», согласно которому в один и тот же момент времени  $k$  мы проводим наблюдение и тут же (мгновенно) оцениваем состояние. Тогда уравнение для оценки имеет вид  $X_{k+1} = \bar{\alpha}_k X_k + \bar{\beta}_k Y_{k+1} + \bar{\gamma}_k$ . Вследствие

разницы записи для одномерных линейных ФК и ФП получаются разные уравнения для коэффициентов усиления  $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$  фильтров. Это обстоятельство характерно только для дискретных СтС.

В основе синтеза дискретного линейного ФП для дискретных линейных СтС вида

$$X_{k+1} = a_k X_k + a_{k0} + \psi_k V^d, \quad Y_k = b_k X_k + b_{0k} + \psi_{1k} V_k^d, \quad (3.4)$$

лежат следующие уравнения [6] (**теорема 1**)

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1} &= a_k \hat{X}_k + \beta_k Y_k + \gamma_k = a_k \hat{X}_k + a_{0k} + \beta_k (Y_k - b_k \hat{X}_k - b_{0k}), \\ \beta_k &= (a_k R_k b_k^T + \psi_k v_k^d \psi_{1k}^T) (b_k R_k b_k^T + \psi_k v_k^d \psi_{1k}^T)^{-1}, \\ R_{k+1} &= (a_k - \beta_k b_k) R_k a_k^T + (\psi_k - \beta_k \psi_{1k}) v_k^d \psi_{1k}^T, \end{aligned} \quad (3.5)$$

Дискретные линейные ФП, во-первых, проще ФК в алгоритмическом отношении, а во-вторых, при одинаковой точности порядок ФП может быть меньше порядка ФК ( $Q_{\text{ФК}} = n_k(n_k + 3)/2$ ).

**Дискретные нелинейные нормальные ФП.** Как показано в [6, 12], при обработке нормальных СтП посредством нелинейных нормальных ФП для определения апостериорного распределения в (3.1) применяют метод нормальной аппроксимации (МНА) или метод статистической линеаризации (МСЛ) в случае аддитивных шумов в (3.2), когда  $\varphi_k(X_k, Y_k) = \varphi_k(X_k)$ ,  $\varphi_{1k}(X_k, Y_k) = \psi_{1k}(X_k)$ . Таким образом, применительно к нормальной дискретной системе уравнений (3.3) при независимости функций  $\varphi_k, \psi_k, \varphi_{1k}, \psi_{1k}$  от  $Y_k$  уравнения нормального ФП имеют вид:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1} &= f_k(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}) + h_k(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}) [(Y_{k+1} - f_k^{(1)}(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}))], \\ R_{k+1} &= \{f_k^{(2)}(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}) - h_k(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k})(\psi_{1k} v_k^d \psi_{1k}^T) h(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k})^T\} + \\ &+ \sum_{r=1}^{n_y} \rho_r(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}) [Y_{r,k+1} - f_{r,k}^{(1)}(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k})]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} f_k &= f_k(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}) = M_N[\varphi_k], \\ f_k^1 &= f_k^{(1)}(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}) = M_N[\varphi_{1k}], \\ h_k &= h_k(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}) = M_N[x \varphi_{1k}(Y_k, x) + \psi_k v_k^d \psi_{1k}^T(Y_k, x)], \\ f_k^{(2)} &= f_k^{(2)}(\hat{X}_{k+1|k}, Y_k, R_{k+1|k}) = M_N[(x - \hat{X}_{k+1|k}) \varphi_k(Y_k, x)^T + \varphi_k(Y_k, x)(x^T - \hat{X}_{k+1|k}) + \psi_k v_k^d \psi_{1k}^T(Y_k, x)], \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\rho_r(\hat{X}_{k+1k}, Y_k, R_{k+1k}) = M_N[(x - \hat{X}_{k+1k})(x^T - \hat{X}_{k+1k}^T) + a_r(Y_k, x) + (x - \hat{X}_{k+1k})b_r(Y_k, x)(x^T - \hat{X}_{k+1k}^T) + b_r(Y_k, x)(x^T - \hat{X}_{k+1k}^T)],$$

$$M_N[\bullet] = [(2\pi)^{n_x} |R_{k+1k}|]^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} (\bullet) \exp\{-(x^T - \hat{X}_{k+1k}^T)R_{k+1k}^{-1}(x - \hat{X}_{k+1k})/2\} dx,$$

Где

$a_r$  –  $r$ -й элемент матрицы строки  $(\Phi_{1k}^T - \hat{\Phi}_{1k}^T)(\Psi_{1k} V_k^d \Psi_{1k}^T)^{-1}$ , а  $b_r = [b_{1r} \dots b_{n_x r}]^T$ ,  $b_{lr}$  – элемент  $l$ -й строки и  $r$ -го столбца матрицы  $\Psi_k V_k^d \Psi_k^T (\Psi_{1k} V_k^d \Psi_{1k}^T)^{-1}$ . В качестве начальных условий принимаются

$$\hat{X}_{11} = \hat{X}_1 = M_N[X_1 | Y_1], \quad R_{11} = R_1 = M_N[(X_1 - X_1^0)(X_1 - X_1^{0T}) | Y_1], \quad (3.41)$$

определяющие начальное нормальное распределение  $\mathcal{N}(\hat{X}_1, R_1)$  (теорема 2).

Для дискретной системы с аддитивными шумами нормальный ФП совпадает с нормальным квазилинейным субоптимальным фильтром [6, 12]. Поэтому для системы (3.2) при условиях

$$\begin{aligned} \Phi_k(X_k, Y_k) &= \Phi_k(X_k) \approx \Phi_{k0} - k_{1k}^\Phi m_k^x + k_1^\Phi X_k, \\ \Phi_{1k}(X_k, Y_k) &= \Phi_{1k}(X_k) \approx \Phi_{1k0} - k_{1k}^{\Phi 1} m_k^x + k_1^{\Phi 1} X_k, \\ \Psi_k(X_k, Y_k) &= \Psi_{k0}, \quad \Psi_{1k}(X_k, Y_k) = \Psi_{1k0}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

уравнения ФП имеют вид (3.4), (3.5) (теорема 3), если принять

$$a_k = k_{1k}^\Phi, \quad b_k = k_{1k}^{\Phi 1}, \quad a_{k0} = \Phi_{k0} - k_{1k}^\Phi m_k^x, \quad b_{k0} = \Phi_{1k0} - k_{1k}^{\Phi 1} m_k^x, \quad \Psi_k = \Psi_{k0}, \quad \Psi_{1k} = \Psi_{1k0}, \quad (3.10)$$

где  $\Phi_{k0}, k_{1k}^\Phi, \Phi_{1k0}, k_{1k}^{\Phi 1}$  – коэффициенты МСЛ нелинейных функций, зависящие от математических ожиданий  $m_k^x$  и ковариационной матрицы  $K_k^x$ . Они определяются из первого уравнения (3.4) и имеют следующий вид:

$$m_{k+1}^x = a_k m_k^x + a_{0k}, \quad m_k^x = M_N X_1, \quad K_{k+1}^x = a_k K_k a_k^T + \Psi_k V_k^d \Psi_k^T, \quad K_1^x = M_N X_1^0 X_1^{0T} \quad (3.11)$$

Разработанные алгоритмы положены в основу инструментально-программного модуля «IDStS-Filtering» в среде MATLAB для оперативной обработки нормальных процессов в ЭСтС с затухающей памятью. В докладе приводятся результаты синтеза ФП для типовых ЭСтС [12].

**Библиографический список использованной литературы**

1. Синицын И.Н., Корепанов Э.Р., Белоусов В.В. Развитие математического обеспечения аналитического и статистического моделирования эрдитарных стохастических систем // Труды X международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO'15). – 2015. – CD-ROM. – С.1275–1297.

2. Пугачев В. С., Синицын И. Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. – М.: Наука, 1990. – 632 с. [Stochastic Differential Systems. Analysis and Filtering. – Chichester, New York: John Wiley, 1987. – 549 p.].

3. Пугачев В. С., Синицын И. Н. Теория стохастических систем. – М.: Логос, 2000; 2004. 1000 с. [Stochastic Systems. Theory and Applications. – Singapore: World Scientific, 2001. – 908 p.].

4. Синицын И. Н. Канонические представления случайных функций и их применение в задачах компьютерной поддержки научных исследований. – М.: Торус Пресс, 2009. – 768 с.

5. Синицын И. Н. Параметрическое статистическое и аналитическое моделирование распределений в нелинейных стохастических системах на многообразиях // Информатика и ее применения, – 2013. – Т. 7. Вып. 2. – С. 4–16.

6. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева. – М.: Логос (2-е изд.), 2007.

7. Синицын И. Н. Анализ и моделирование распределений в эрдитарных стохастических системах // Информатика и ее применения, – 2014. – Вып. 1. – С. 2–11.

8. Синицын И. Н. Сергеев И.В., Синицын В.И., Корепанов Э.Р., Белоусов В.В Математическое обеспечение параметрического моделирования распределений в интегродифференциальных стохастических системах// Системы и средства информатики, – 2014. – Т. 24. – № 1. – С. 2–43.

9. Kloeden P., Platen E. Numerical Solution of Stochastic Differential Equations. – Berlin–Heidelberg–New York: Springer, 1992. – 636 с.

10. Артемьев С. С. Численные методы решения задачи Коши для систем обыкновенных и стохастических дифференциальных уравнений. – Новосибирск: ВЦ СО РАН, 1993. – 156 с.

11. Кузнецов Д. Ф. Численное интегрирование стохастических дифференциальных уравнений. – СПб.: СПбГУ, 2001. – 712 с.

12. Синицын И. Н., Синицын В. И. Лекции по нормальной и эллипсоидальной аппроксимации распределений в стохастических системах. – М.: Торус Пресс, 2013. – 488 с.

УДК 621

**И.Н. Сеницын**, д-р техн. наук, профессор;

**А.С. Шаламов**, д-р техн. наук, профессор;

**В.В. Белоусов**, канд. техн. наук;

**Э.Р. Корепанов**, канд. техн. наук;

**В.С. Шоргин**, канд. техн. наук;

**Е.С. Агафонов**, м.н.с.;

**А.К. Горшенин**, канд. физ-мат. наук.

ФГБУН «Институт проблем информатики» РАН

119333 Москва, ул. Вавилова, дом 44, корп. 2

e-mail: vbelousov@ipiran.ru

## **ОПЫТ РАЗРАБОТКИ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ ПОСЛЕПРОДАЖНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ИЗДЕЛИЙ НАУКОЕМКОЙ ПРОДУКЦИИ**

**Введение.** Использование информационно - вычислительных систем в сфере управления стоимостью жизненного цикла изделий наукоёмкой продукции (ЖЦ ИНП) основано на CALS – методологии (Continuous Acquisition and Life cycle Support — непрерывной информационной поддержке поставок и жизненного цикла). Описание данной концепции подробно представлено в [1, 2]. Ее основу составляют технологии логистической поддержки (ЛП), средства и процедуры которой должны обеспечивать минимизацию затрат в системе послепродажно-го обслуживания (СППО). С этой целью создаются специализированные технико-экономические информационные модели ЖЦ ИНП, представляющие собой нормативные базы данных и технической документации. Основные принципы CALS изложены в международных стандартах MIL STD 1388 (США) и Def Stan 00-600 «Integrated Logistic Support. Requirements for MOD Projects», JSP-886 «The defence logistic support chain manual. Volume 7: Integrated logistic support» и др. Однако при всем совершенстве и многообразии технологий, предлагаемых этими стандартами, фактически остается нерешенной главная проблема – проблема оптимального проектирования системы обслуживания, ремонта и снабжения для обеспечения эксплуатации изделий с минимальной стоимостью на годы вперед, вплоть до их списания.

В работе [3] говорится, что помимо простых моделей должны существовать более сложные, а именно вероятностные модели. Необходим новый подход, использующий единую теоретическую базу для получения отдельных частных моделей, описывающих стоимость различных стадий ЖЦИ как в целом, так и их отдельных этапов и процессов. Такие модели будут достаточно легко интегрироваться, так как имеют общую методологическую основу.

В работах ИПИ ФИЦ ИУ РАН (департамент Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН) развиваются новые научные подходы к решению сформулированной проблемы. Подробное, систематичное изложение данных подходов можно найти в [1, 2, 4-10]. Они позволяют кардинально реформировать традиционные системы управления при создании и эксплуатации ИНП путем внедрения методов прогнозирования и оптимального планирования процессов в СППО.

Основываясь на материалах [11-13] можно сформулировать следующие главные проблемы управления конфигурацией ИНП и СППО:

1. Разработка эффективных алгоритмов управления конфигурацией, обеспечивающих достижение требуемого (актуального) баланса стоимости и качества ИНП. Разработка исходных моделей ИНП и СППО.

2. Разработка моделей стоимости ИНП и СППО (моделей стоимости ЖЦИ). Это одна из центральных проблем [13].

3. Разработка СППО, аккумулирующей в себе решения всех основных проблем современного этапа научно-технического прогресса в области управления закупками и эксплуатацией ИНП.

### **1. Развитие алгоритмических методов моделирования СППО, основанных на символьных преобразованиях**

В [1–2] подробно излагаются новые стохастические подходы для прогнозирования процессов смешанной природы в СППО ИНП. В данной работе представлено, созданное на базе данных подходов, инструментальное программное обеспечение «StS-CALS.Анализ» (версия 1).

Данное инструментальное программное обеспечение, разработанное в среде MatLab, позволяет выводить в аналитическом виде уравнения для первых трех моментов нелинейных стохастических систем с полиномиальными нелинейностями, осуществлять численное решение получаемых систем дифференциальных уравнений и выво-

дать графические результаты. Применительно к задачам моделирования СПЮ, пакет позволяет выполнять совместную оптимизацию затрат заказчика на поставки запасных частей и производительность ремонта на годы вперед, для поддержания заданного уровня готовности системы в условиях ограничений на выделяемые финансовые ресурсы.

Представим систему в виде ориентированного графа, изображенного на рис.1.а. Вершины графа соответствуют  $1, 2, \dots, n$  состояниям, в которых могут находиться как трудовые, так и финансовые ресурсы. Количество единиц ресурса в этих состояниях в каждый момент времени  $t > 0$  будем обозначать переменными, соответственно,  $y_1(t), y_2(t), y_3(t), y_n(t)$ . Естественно рассматривать эти функции времени как составляющие фазового вектора  $Y(t)$  системы размерности  $n$ .

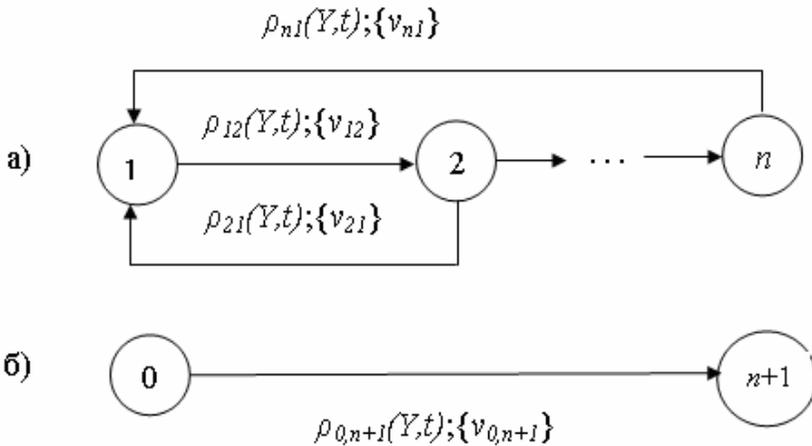


Рисунок 1 – Граф общего вида системы

Дуги графа соответствуют переходам рассматриваемого ресурса из некоторого состояния  $k$  в состояние  $h$  ( $k, h = 1, 2, \dots, n; k \neq h$ ). Будем полагать, что эти состояния соответствуют нахождению ресурса в некоторых системах массового обслуживания (СМО), каковыми являются как организации - владельцы ресурса, так и его пользователи, а также другие элементы системы, где осуществляется деятельность по учету ресурсов, их хранению и, при необходимости, восстановлению до необходимой кондиции после использования, по подготовке к повторному использованию и т.д. Если каналы обслуживания в одной

СМО идентичны, то общая производительность СМО определяется количеством каналов и является существенно нелинейной функцией от количества единиц ресурса, поступающих на вход СМО. На графе это отражено обозначениями вида  $\rho_{kh}(Y, t)$ , т.е. нелинейная функция в общем случае имеет векторный аргумент.

Возможна другая ситуация, когда на выходе каналов СМО будет прогнозироваться поток не заранее известных, а случайных по величине объемов  $\nu_{kh}$  (например, для банка - случайных в определенном диапазоне траншей денежных средств). При этом запись  $[\rho_{kh}(Y,t); \{\nu_{kh}\}]$ , сделанная при разметке графа на рис.1, означает, что из состояния  $k$  в состояние  $h$  прогнозируется переход объемов ресурсов численностью  $\{\nu_{kh}\}$  с интенсивностью  $\rho_{kh}(Y,t)$ . Под интенсивностью в данном случае понимается среднее количество событий появления на выходе СМО объемов ресурсов в единицу времени.

Граф, изображенный на рис.1а, отражает физическую природу процессов накопления и расходования различных видов ресурсов, когда фиксированный (заранее известный) или случайный объем ресурса попадает в состояние  $i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) только лишь из какого-либо другого состояния ( $j=1,2,\dots, n; j \neq i$ ).. Однако на этом графе невозможно показать процессы иного характера, например, суммарное количество ресурсов, прошедших через состояние  $i$  на промежутке  $[0,t)$ . Очевидно, что эта сумма будет функцией времени. Такие процессы, или функции, будем называть суммирующими.

Для изображения суммирующих процессов с помощью графа предлагается:

- ввести понятие «псевдосостояние» - источник с бесконечным количеством ресурсов и присвоить ему номер «0» (0 - вершина графа),
- все псевдосостояния пронумеровать от  $n+1$  до  $n+g$ , где  $g$  - число суммирующих процессов,
- соединить 0 - вершину с остальными  $g$  соответствующими дугами и определить интенсивности переходов типа  $0 \rightarrow \mu$ , где  $\mu = n+1, \dots, n+g$ .

На рис.1.б показан для примера граф псевдосостояний, построенный с учетом вышеизложенного правила. Здесь псевдосостояние  $n+1$  характеризует суммирующий процесс для состояния 1, т.е. определяет количество ресурсов, прошедших через это состояние. Отсюда интенсивность  $\rho_{0,n+1}(Y,t)$  должна определяться как функция от интенсивностей  $\rho_{k,1}(Y,t)$ ,  $k=2,3,\dots,n$ .

Аналогично можно принять в качестве псевдосостояния суммирующий процесс, являющийся функцией от количества ресурсов, прошедших через группу состояний.

В [1] приведена математическая модель, описывающая динамику системы, в виде различных вариантов обобщенного уравнения ИТО, справедливого для непрерывно-дискретных систем с протекающими в них марковскими процессами, порожденными, в свою очередь, как винеровским, так и пуассоновским процессами. Это уравнение имеет вид:

$$\frac{dY(t)}{dt} = \Phi(Y(t)) + b(Y,t)V(t) + \sum_{k,h=1}^n \sum_{j=1}^{\infty} \widehat{S}_{kh}(t_{j_{kh}}) \delta(t - t_{j_{kh}}), \quad (1)$$

Уравнение для компоненты  $Y_i(t)$  вектора  $Y(t)$  определяется выражением:

$$\begin{aligned} \frac{dY_i(t)}{dt} = & \Phi_i(Y(t)) + [b(Y,t)V(t)]_i + \\ & + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{\infty} [s_{iki}(t_{j_{ik}}) \delta(t - t_{j_{ik}}) + s_{kii}(t_{j_{ki}}) \delta(t - t_{j_{ki}})], \end{aligned} \quad (2)$$

где:  $\Phi_i(Y(t))$  - составляющая известной непрерывной вектор - функции  $\Phi(Y(t))$  (общий случай),  $i=1, \dots, n$ ,  $b(Y,t)$  - матричный коэффициент размерности  $n \times n$ ,  $V(t)$  -  $n$  - мерный вектор белых шумов;

$\widehat{S}_{kh} = S_{kh}^T$  - некая структурная матрица системы:

$$S_{kh}(t_{j_{kh}}) = S_{kh}(s_{kh1}(Y, t_{j_{kh}}), s_{kh2}(Y, t_{j_{kh}}), \dots, s_{kh,(n-1)}(Y, t_{j_{kh}}), s_{khn}(Y, t_{j_{kh}})) \quad \text{вектор - строка, } 1 \times n, \quad (3)$$

где  $s_{khi}$  - известные функции аргументов  $v_{kh}$ , количественно характеризующих групповые (в виде случайных по величине объемов) переходы ресурсов из состояния  $k$  в состояние  $h$ :

$$s_{khi} = \begin{cases} -v_{kh}, & i = k, \\ +v_{kh}, & i \neq k, \\ 0, & i \neq k, i \neq h \end{cases} \quad (4)$$

Для определения вероятностных моментов в рамках нормального распределения в [1,2] выведены следующие уравнения:  
 для математических ожиданий

$$\dot{m}_\eta(t) = M[\Phi_\eta(Y(t)) + \sum_{k,h=0}^n s_{kh\eta}(v_{kh})\rho_{kh}(Y,t)] \quad \text{ - в скалярной форме,} \quad (5)$$

$$\dot{\bar{m}}(t) = M[\Phi(Y(t)) + S^T(v)\rho] \quad \text{ - в матричной форме}$$

для ковариаций

$$\theta_{\eta\xi}(t) = M\{y^o_\eta(t)\Phi_\xi(Y(t)) + y^o_\xi(t)\Phi_\eta(Y(t)) + \sum_{k,h=0}^n \rho_{kh}(Y,t) \times [s_{kh\eta}(v_{kh})s_{kh\xi}(v_{kh}) + s_{kh\eta}(v_{kh})y^o_\xi(t) + s_{kh\xi}(v_{kh})y^o_\eta(t)]\} \quad \text{ - в} \quad (6)$$

вскалярной форме,

$$\dot{\theta}(t) = M\{[\Phi(Y(t)) + S^T\rho]Y^{ot} + Y^o[\Phi^T(Y(t)) + \rho^T S] + S^T \text{diag}(\rho)S\}$$

в матричной форме, где:  $\bar{m}(t) - (n \times 1)$  - вектор математического ожидания процесса  $Y(t)$ ;  $\theta(t) - (n \times n)$  - матрица ковариаций векторного процесса  $Y(t)$ ;  $S - (l \times n)$  - структурная матрица системы, составленная из строк вида (3);  $\rho = \rho(Y,t) - (l \times 1)$  - вектор, составленный из интенсивностей  $\rho_{kh}(Y,t)$  в порядке, согласованном со строками матрицы  $S$ ;  $\text{diag}(\rho(Y,t)) - (l \times l)$  - диагональная матрица вектора  $\rho$ , составленного из  $\rho_{kh}(Y,t)$ .

## 2. Результаты моделирования

Рассмотрим пример системы, состоящей из 10 состояний. В соответствии с разделом 2, система задается следующими матричными и векторными выражениями:

$$\Phi^T(Y(t)) = \left| \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{y_2 + y_5}{tN} - \frac{y_9}{t} & C_k(y_9^2 - 2y_9\bar{K}_{иззв} + \bar{K}_{иззв}^2) & & & & & & & & \end{array} \right|;$$

$$S = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\bar{\rho} = \begin{pmatrix} \lambda_0 y_2 (m_F + K_F y_1^o) \\ \lambda_{23} y_2 \\ \lambda_{24} y_2 \\ \lambda_{25} y_2 \\ \lambda_{26} y_2 \\ \lambda_{27} y_2 \\ K_{03} + K_{13} y_3 \\ K_{05} + K_{15} y_5 \\ K_{06} + K_{16} y_6 \\ K_{08} + K_{18} y_8 \end{pmatrix}.$$

Ниже представлены результаты работы пакета «StS-CALS.Анализ» состоящие в получении в аналитическом виде уравнений для первых и вторых моментов.

Уравнения для первых моментов:

$$\begin{aligned} \dot{m}_1 &= -\lambda_0(m_2 m_F + K_F \theta_{12}) + K_{08}, \\ \dot{m}_2 &= -\lambda_0(m_2 m_F + K_F \theta_{12}) + K_{03} + K_{05} + K_{06} - m_2(\lambda_{23} + \lambda_{24} + \lambda_{25} + \lambda_{26} + \lambda_{27}) \\ \dot{m}_3 &= \lambda_{23} m_2 - K_{03}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{m}_4 &= \lambda_{24} m_2, \\
\dot{m}_5 &= \lambda_{25} m_2 - K_{05}, \\
\dot{m}_6 &= \lambda_{26} m_2 - K_{06}, \\
\dot{m}_7 &= \lambda_{27} m_2, \\
\dot{m}_8 &= -K_{08} \\
\dot{m}_9 &= -\frac{1}{t} \left( m_9 + \frac{m_2 + m_5}{N} \right), \\
\dot{m}_{10} &= C_k (\theta_{99} + m_9^2 - 2m_9 \overline{K}_{изад} + \overline{K}_{изад}^2).
\end{aligned}$$

Уравнения для вторых моментов:

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_{11} &= -\lambda_0 (2m_F - K_F) \theta_{12} + \lambda_0 m_F m_2 + 2K_{18} \theta_{18} + K_{08}, \\
\dot{\theta}_{22} &= \lambda_0 (2m_F \theta_{22} + K_F \theta_{12} + m_F m_2) - \theta_{22} \times \\
&\times (\lambda_{23} + \lambda_{24} + \lambda_{25} + \lambda_{26} + \lambda_{27}) + K_{13} \theta_{23} + K_{15} \theta_{25} + K_{16} \theta_{26}, \\
\dot{\theta}_{33} &= \lambda_{23} (m_2 + 2\theta_{23}) - 2K_{13} \theta_{13} + K_{03}, \\
\dot{\theta}_{44} &= \lambda_{24} (m_2 + 2\theta_{24}), \\
\dot{\theta}_{55} &= \lambda_{25} (m_2 + 2\theta_{25}) - 2K_{15} \theta_{55} + K_{05}, \\
\dot{\theta}_{66} &= \lambda_{26} (m_2 + 2\theta_{26}) - 2K_{16} \theta_{66} + K_{06}, \\
\dot{\theta}_{77} &= \lambda_{27} (m_2 + 2\theta_{27}), \\
\dot{\theta}_{88} &= -2K_{18} \theta_{88} + K_{08}, \\
\dot{\theta}_{99}(t) &= -\frac{2}{t} \theta_{99} + \frac{2}{tN} (\theta_{29} + \theta_{59}), \\
\dot{\theta}_{10,10}(t) &= 4C_k (m_9 - \overline{K}_{изад}) \theta_{9,10}.
\end{aligned}$$

## **Библиографический список использованной литературы**

1. Синицын И.Н., Шаламов А.С. Лекции по теории систем интегрированной логистической поддержки. – М.: ТОРУС ПРЕСС, 2012. 624с.

2. Пугачев В.С., Синицын И.Н. Теория стохастических систем. М.: Изд-во «Логос», 2000 и 2003. (1 и 2 изд.) [Англ. пер.: Stochastic Systems. Theory and Applications. – Singapore, World Scientific, 2001].

3. Киркпатрик Д. Основные проблемы, связанные с определением стоимости жизненного цикла // Бюл. техн. информации по мат. междунар. конф. «Стоимость жизненного цикла изделий оборонной и авиационно-космической техники». — М., 2000. С. 149—155.

4. Синицын И.Н., Шаламов А.С. Методологические аспекты современной интегрированной логистической поддержки изделий наукоемкой продукции // Системы высокой доступности, 2011. Т.7. №4. С.48-74.

5. Синицын И. Н., Шаламов А. С., Корепанов Э. Р., Белоусов В. В., Сергеев И. В., Кулешов А. А. Развитие алгоритмического и инструментального программного обеспечения для аналитического вероятностного моделирования и оптимизации процессов материально-технического обеспечения // Сб. Докладов XIV международной научно-технической конференции «Кибернетика и высокие технологии XXI века». г. Воронеж. Изд. НПФ «Саквоее», 2013. Т.2. С.375-384.

6. Синицын И.Н., Шаламов А.С., Синицын В.И. Развитие систем интегрированной логистической поддержки изделий наукоемкой продукции // Сборник материалов X международной конференции «Опикоэлектронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации» (Распознавание-2012), г. Курск, 15-18 мая 2012 г., Изд. Юго-Западный ГУ, 2012. С.63-65.

7. Синицын И.Н., Шаламов А.С., Сергеев И.В., Белоусов В.В., Агафонов Е.С. Развитие средств интегрированной логистической поддержки изделий наукоемкой продукции на основе систем компьютерной математики // Системы компьютерной математики и их приложения. Сб. Материалов XIII международной научной конференции. г. Смоленск, 2012. Изд. Смол. ГУ, 2012. Вып.13. С.119-124.

8. Синицын И.Н., Шаламов А.С. Проектирование CALS систем. Часть 1. Системы управления жизненным циклом изделий и их моделирование // Системы высокой доступности. –М: Радиотехника, 2012. №3. Т.8. С.3-17.

9. Сеницын И.Н., Шаламов А.С. Проектирование CALS систем. Часть 2. Аналитическое моделирование интегрированных систем после продажного обслуживания изделий наукоемкой продукции // Системы высокой доступности. –М: Радиотехника, 2012. №4. Т.8. . С.4-49.

10. Сеницын И.Н., Шаламов А.С., Сергеев И.В., Сеницын В.И., Корепанов Э.Р., Белоусов В.В., Агафонов Е.С., Шоргин В.С. Методы и средств анализа и моделирования стохастических систем интегрированной логистической поддержки // Системы и средства информатики. – М.: ИПИ РАН, 2012. Вып.22. №2. С.3-28.

11. Бюллетень технической информации ФГУП «РСК МиГ» по мат. междунар. конф. «Стоимость жизненного цикла изделий оборонной и авиационно-космической техники». — Лондон, 2000.

12. Хеслтон Б. Разумные закупки: подход к разумной закупке военной техники с учетом стоимости всего жизненного цикла // Бюл. техн. информации по мат. междунар. конф. «Стоимость жизненного цикла изделий оборонной и авиационно-космической техники». — М., 2000.

13. Дюрэн Л. Каким образом стоимость жизненного цикла будет учитываться в будущих закупках военной техники и вооружений // Бюл. техн. информации по мат. мждунар. конф. «Стоимость жизненного цикла изделий оборонной и авиационно-космической техники». — М., 2000. С. 123—129.

УДК 004.56

**А.В. Скатков**, д-р техн. наук, профессор  
Севастопольский государственный университет  
299053, г. Севастополь, ул. Университетская 33  
e-mail: kv.t.sevntu@gmail.ru

## **ПЕРСПЕКТИВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ АТАК В КРИТИЧЕСКИХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ**

**Введение.** Тенденции развития информационных технологий, компьютерных и телекоммуникационных сетей показали необходимость системного объединения компьютерных сетей, информационных и телекоммуникационных технологий. Эта консолидация позволяет создавать современные телекоммуникационные сети (ТКС). ТКС является сложной территориально, функционально, структурно распределенной системой, характеризующейся наличием множества взаимодействующих компонентов, подсистем, системных и прикладных информационных и телекоммуникационных процессов.

Развитие информационных технологий на базе телекоммуникационных сетей (ТКС) приводит к повышению эффективности промышленного производства и многих инфраструктур в энергетической, транспортной, социальной сферах. ТКС, как одна из основных подсистем инфраструктуры, должна обеспечивать высокую реактивность, достоверность и своевременность передачи информации между функциональными подсистемами инфраструктуры. Отказ или нарушение работы ТКС может привести к дезорганизации функционирования всей инфраструктуры и, следовательно, опасности возникновения критических ситуаций, которые могут иметь катастрофические последствия.

Актуальность и важность проблемы обеспечения информационной безопасности ТКС обусловлена следующими факторами [1, 2]:

1. Современные уровни и темпы развития средств защиты информации в ТКС значительно отстают как от темпов развития информационных технологий в целом, так и от развития методов и типов атак в ТКС.

2. Высокие темпы увеличения количества персональных компьютеров и других точек доступа, используемых практически во всех областях деятельности человека.

3. Рост числа пользователей ТКС, среди которых увеличивается и количество злоумышленников, стремящихся нарушить безопасность сети с той или иной целью.

4. Увеличение частоты использования систем облачного хранения и обработки информации, что существенно увеличивает число потенциально возможных точек атак.

Анализ проблематики решения фундаментальной задачи обеспечения информационной безопасности на основе методов построения систем обнаружения вторжений в телекоммуникационных сетях показал на необходимость получения принципиально новых решений в области создания систем обнаружения вторжения (СОВ).

Известным СОВ [3 — 6] присущи недостатки системного характера. В частности, они, как правило:

- ограничиваются решением отдельных задач, и предлагаемые решения не носят комплексный характер;

- не гарантируют удовлетворительного уровня достоверности обнаружения вторжений в реальных условиях, когда имеет место дефицит априорной информации о свойствах источника вторжений и существенна стохастическая природа распознаваемых событий;

- не обеспечивают возможность распознавания атак на ранних стадиях обнаружения, классификации событий при малых выборках, принятия решений в условиях нестационарного трафика;

- известные модели не дают ни четких ответов, ни рекомендаций по ряду ключевых вопросов, например, как выбирать параметры наблюдения и настройки, как устанавливать границы для шкал измерения параметров, как оценивать достоверность контроля трафика при малых выборках и другие.

Отмеченные обстоятельства диктуют необходимость дальнейшего развития и совершенствования классических методов обнаружения вторжений, основанных на статистическом анализе данных, с использованием критериального обнаружения атак. Данный подход базируется на оценке изменения состояния системных показателей ТКС. Речь в данном случае идет о всех возможных видах нарушения регламента нормального функционирования ТКС: несанкционированный доступ, попытки установки вредоносного программного обеспечения, искажение данных, вирусные атаки различных видов и т.д. События такого плана далее будем называть А-событиями. Как правило, детекторы, построенные на основании критериального обнаружения, позволяют за сравнительно небольшой временной промежуток с задан-

ным уровнем достоверности определить наличие А-события в ТКС, в том числе ранее неизвестного типа или вида. К сожалению, такие детекторы трудно обнаруживают вторжения, которые приводят к незначительным, медленным изменениям системных показателей ТКС. Однако, современные системы обработки данных, реализованные на основе ТКС, как правило, обладают высоким динамизмом системных характеристик.

Критическая компьютерная сеть (ККС) как особый вид предназначена для информационной обработки множества функциональных задач (ФЗ), поддерживающих оперативное управление нормальной работоспособности совокупности объектов критического назначения (ОКН), порождающих поток запросов с жёстким регламентом времени окончания обработки и выдачи управляющей информации. Информационное описание множества ФЗ представимо кортежем:

$$\Phi Z :< \text{ДДС}, \text{ПЗ}, \text{ВТ}, \text{КН} > \quad (1)$$

Структуры в правой части (1) являются векторными функциями операционных моментов времени принятия решений  $t_k \in [0; T]$ , т.е. при фиксированном  $t_k$  образуют числовые векторы и матрицы:

ДДС — директивные сроки окончания обработки запросов и дисциплин их обслуживания;

ПЗ — интенсивности формирования потоков запросов по каждой ФЗ;

ВТ — вычислительные трудоёмкости запросов (объём элементарных машинных операций, необходимых для обработки запросов);

КН — нагрузки на телекоммуникационные сети, определяемые интенсивностями информационных сообщений, связанных с обработкой запросов.

Для нестационарных задач элементы кортежа (1) структурно представляют собой числовые матрицы, каждая строка которых соответствует фиксированному  $t_k \in [0; T]$  и определяет текущее значение векторов ДДС, ПЗ, ВТ, КН.

Функциональное назначение ККС состоит в качественном решении ФЗ по совокупности критериев, определяемых особыми условиями функционирования ОКН. В первую очередь должны быть учтены такие характеристики информационного обслуживания, как реактивность, достоверность, гарантоспособность своевременного окончания обработки каждой ФЗ.

Информационное описание ККС как системного образования — это кортеж следующей структуры:

$$KKS : \langle \Phi Z, ПЦОД, СКВ, ТОВП, СПВЗ, РТ, РЗ, ДДС, E, DR \rangle \quad (2)$$

ПЦОД — множество процессорных центров обработки данных;

СКВ — множество узлов сети коммуникационного взаимодействия;

ТОВП — граф, определяющий структуру системы технологического обеспечения вычислительного процесса;

СПВЗ — граф, определяющий структуру системы противовирусной защиты;

РТ и РЗ — матрицы параметров систем ТОВП и СПВЗ;

E — векторный критерий качества функционирования ККС;

DR — матрицы доступные ресурсы.

Энтропия состояний ККС, определяемая как результат информационных взаимодействий внешних факторов и элементов кортежей (1), (2), характеризуется структурно-параметрической недоопределённостью:

$$H : \langle \Phi Z, KKS, BC \rangle,$$

где BC — информационное описание мгновенных воздействий внешней среды.

Постановка и поиск решений оптимизационных задач синтеза детекторов А-событий диктует необходимость введения в правую часть (2) таких параметров, как  $\lambda_\phi$ ,  $\mu_\phi$ ,  $\mu_\Pi$ ,  $\lambda_\Pi$ , где  $\lambda_\phi$  и  $\lambda_\Pi$  — фактическая и плановая интенсивности поступления запросов в ККС,  $\mu_\phi$  и  $\mu_\Pi$  — фактическая и плановая интенсивности обработки запросов.

$$KKS : \langle \Phi Z, ПЦОД, СКВ, ТОВП, СПВЗ, ДДС, E, DR, H, \lambda_\phi, \lambda_\Pi, \mu_\phi, \mu_\Pi \rangle \quad (3)$$

Интенсивности  $\lambda_\phi : \langle \Phi Z, ДДС \rangle$  и  $\lambda_\Pi : \langle \Phi Z, ДДС \rangle$  определяются на основе суммарной интенсивности циркулирующих потоков в ККС, представимых моделями класса замкнутых СМО класса GIGIMIK с возможными прерываниями и присутствием эффекта «потери заявок».

Интенсивности  $\mu_\phi$  и  $\mu_\Pi$  определяются системными требованиями к суммарной производительности ККС как замкнутой СМО класса GIGIMIK и доступными ресурсами DR

$$\mu_{\phi}(KКС): \langle ПЦОД, СКВ, ТОВП, СПВЗ, DR, \lambda_{\phi} \rangle$$

$$\mu_{\pi}(KКС): \langle ПЦОД, СКВ, ТОВП, СПВЗ, DR \rangle \quad (4)$$

Критерий качества функционирования ККС определяется, в первую очередь, принятой ТОВП и эффективностью работы СПВЗ:  $E(V_i, U_j, t_k, \xi)$ , где  $V: \{V_i(ТОВП, t_k)\}$  и  $U: \{U_j(СПВЗ, t_k)\}$  —  $i$ -й вариант технологии обработки данных и  $j$ -й вариант детектирования А-событий,  $\xi$  — случайное внешнее воздействие, связанное с А-событием, тогда  $E(V_i, U_j, t_k, \xi_k)$ ,  $\xi_k$  — нестационарная компонента. При оценивании  $E$  следует пользоваться его математическим ожиданием, т.е.  $M\{E(t_k); 0 \leq t_k \leq T\}$ .

Информационное описание СПВЗ – это кортеж вида:

$$СПВЗ: \langle \Phi O, CO, PO, DO, ДВА \rangle \quad (5)$$

$P$  — правила поддержки принятия решений по управлению стратегиями обнаружения атак;  $S$  — стратегии обнаружения атак и актов нарушения прав доступа в КТС;  $R$  — системные ресурсы, выделяемые на противодействие атакам в КТС;  $\lambda_a$  — интенсивность атак в КТС;  $C_s$  — вектор системных характеристик КТС;  $K_k$  — функционал эффективности применяемых к атакам контрмер.

Детекторы вирусных атак могут быть реализованы по различным технологиям, основные из которых соответствуют трём следующим классам:

- детекторы, использующие результаты сигнатурного анализа на основе периодически пополняемых библиотеки сигнатур;

- детекторы, реализованные с использованием интеллектуальных информационных технологий на основе нейросетевых решений и нечёткой логики;

- статистические критериальные детекторы, основанные на использовании непараметрических критериев математической статистики.

Основные методы построения эффективных детекторов представлены на рисунке 1.

Детекторы А-событий, основанные на современных информационных технологиях, таких как экспертные системы, нейронные сети, гибридные системы, системы, базирующиеся на методах искусственного иммунитета, позволяют с высокой достоверностью идентифицировать А-события в сети. Однако основным недостатком данных ме-

тодов является низкая реактивность детекторов, построенных на их основе. Связан этот факт с необходимостью обучения нейронных сетей, сбора большого объема статистики, определение типа и вида атак.



Рисунок 1 – Основные методы построения детекторов А-событий

Для ККС, на наш взгляд, наиболее оправдано применение критериальных детекторов как обладающих сравнительно наиболее высокой реактивностью, управляемым уровнем достоверности и малой вычислительной трудоёмкостью.

Критерий Е зависит от интенсивностей возникновения А-событий, интенсивностей отказов и восстановлений, требований достоверности принимаемых решений. Критерий Е как скалярная характеристика может интерпретироваться, например, как нестационарный коэффициент готовности с последующей стационарной аппроксимацией, вероятность гарантированного обслуживания заявки за время, не превышающее директивное, и т.д. В более общем случае к построению Е следует подходить как к векторной оценке качества функционирования ККС, учитывающей совокупность скалярных критериев. В частности, эффективность ККС можно характеризовать соотношениями фактического и потенциального быстрогодействия, а так же

соотношением функциональной и потенциальной пропускных способностей коммуникационных каналов. Тем самым определяются КП — коэффициент использования ПЦОД и КС — коэффициент использования коммутационной сети:

$$K_{\Pi} = \frac{\mu_{\phi}}{\mu_{\Pi}}, K_{\Pi} \in [0;1] \quad K_C = \frac{V_{\phi}}{V_{\Pi}}, K_C \in [0;1] \quad (6)$$

В данной работе принята гипотеза о том, что основной первопричиной различия функциональных и потенциальных характеристик является следствие воздействий А-событий, так как объектом вирусных атак и несанкционированного доступа, в первую очередь, являются процессорные и каналные ресурсы. Своевременное обнаружение А-событий и последующие управления восстановлением ККС позволяют в случае их эффективности повысить значения этих коэффициентов, приближая их к правой границе области изменения.

**Задача управления ККС:** при известных элементах кортежей (1), (2), (3), (4) найти такие решения  $(u, t_k)$  для настройки ТОВП и СПВЗ, которые обеспечивают  $M(E_0(u, t_k, K_{\Pi}, K_C)) \in E_C$  или  $M(E_0(u, t_k, K_{\Pi}, K_C)) \in E_{\Pi}$ , где  $E_C$  и  $E_{\Pi}$  — множества эффективных векторов оценки качества ККС по Слейтеру или по Парето соответственно. Оценка  $e(u, t_k)$  критерия  $E(u, t_k)$  определяется, таким образом, управлением  $u \in U_0, t_k \in [0, T]$ , где  $T$  имеет смысл терминального времени обработки всех заявок, связанных с решением ФЗ.

Текущие значения оценок  $e = \{e_1, e_2, \dots, e_{|V|}\}, e_i \geq 0$  зависит от  $u$ , определяемых в моменты времени  $t_k$ , а так же от  $V(u), U(u)$ . Эта последовательность содержит такое  $e_{i0}$ , что оно обеспечивает

$$e_{i0} = \text{ext}_{u_i \in U_0} (e_i(u_i, t_k)) \quad (7)$$

Далее будем полагать, что конструктивно оценка  $E$  построена таким образом, что целью управления является её максимизация.

Определим меру отклонения от эффективного решения как  $\max_{1 \leq i \leq |U|} |e_{i0} - e_i| / e_{i0}$ . Задача поиска оптимального управления ККС при таком подходе может быть сформулирована как нахождение такого управления, которое обеспечивает оценку качества на основе решения следующей минимаксной задачи:

$$\min_{u \in U} \max_{1 \leq i \leq |U|} \frac{|e_{i0} - e_i|}{e_{i0}} \quad (8)$$

Задачу выбора эффективных управлений ККС следует рассматривать с точки зрения функциональной организации. В первую очередь рассматривается функционирование СПВЗ, т.е. управление выбором решений  $U \in U_{\text{эфф}}$  при фиксированных решениях для  $V \in V_{\text{эфф}}$ . Отметим, что в рамках рассматриваемой задачи именно  $u_i(t_k)$  определяет численные значения коэффициентов  $K_{\Pi}(t_k, \xi)$  и  $K_C(t_k, \xi)$  и их математические ожидания  $M(K_{\Pi}(t_k, \xi))$  и  $M(K_C(t_k, \xi))$  в  $\delta$ -окрестности операционной точки  $t_k: (t_k - \delta; t_k + \delta)$ . На временном интервале  $(t_k - \delta; t_k)$  осуществляется сбор статистики, на временном интервале  $(t_k; t_k + \delta)$  осуществляется обработка данных и принятие решений.

Далее предлагается система комплементарного принятия решения на основе блока модулей детекторов вирусных атак (КС-система).

Структура адаптивного комплементарного детектора вирусных атак на базе использования непараметрических критериев математической статистики приведена на рисунке 2. Его основу составляет блок модулей детекторов, каждый из которых предназначен для обработки данных в соответствии с алгоритмами непараметрических методов математической статистики о проверке гипотез  $H_0, H_1$ . Таким образом, на вход каждого модуля подаются две выборки, одна из которых соответствует нормальному течению процессов обработки данных в смысле коэффициентов  $K_{\Pi}$  и  $K_C$ , вторая соответствует выборочным данным, полученным в данный момент времени  $t_k$ . Если нет достаточных оснований к построению нормативной выборки, то в качестве её принимается значение выборочных данных, зафиксированное в момент времени  $t_{k-1}$ . Промежуток времени  $(t_k - t_{k-1})$  используется для формирования текущих операционных выборок. На выходе каждого детекторного модуля формируется оценка вероятностей принятия гипотез  $P(H_0|H_0), P(H_0|H_1), P(H_1|H_0), P(H_1|H_1)$ . Целесообразность использования методов непараметрической статистики подтверждается тем, что, во-первых, исследуются выборки малых объемов, во-вторых, нет достаточных оснований для принятия адекватных

моделей по их функциям распределений, и, в-третьих, они обладают сравнительно низкой вычислительной трудоемкостью. В первую очередь, при оценивании ситуаций по изменению выборочных коэффициентов  $K_D$  и  $K_C$ , представляет интерес наличие эффекта сдвига распределений, т.е. сдвига выборочных данных. Вследствие этого выбраны следующие критерии, обладающие описанным свойством: критерий знаков (модуль SIGN), критерий Уилкоксона (модуль Willcoxon), критерий Фрезера (модуль Fraser), критерий Фридмана (модуль Fridman), критерий Пейджа (модуль Page), критерий Доксама (модуль Doksum), критерий ранговых сумм Фридмана (модуль RANG SUMM Fridman), критерий Квейда (модуль Quade).

В структурной схеме коммутация информационных потоков осуществляется с помощью управляемых многопозиционных ключей. Предусмотрены следующие коммутационные блоки:  $K_1$  — коммутатор входного трафика,  $K_2$  — коммутатор блока детекторных модулей,  $K_3$  — коммутатор выходных каналов детекторных модулей,  $K_4$  — коммутатор подсистемы сбора статистики,  $K_5$  — коммутатор тестовых трафиков, D — динамическое управление процессом анализа сетевого трафика, S — результат экспертного оценивания статуса системы обнаружения А-событий.

Динамический анализ сетевого трафика может выполняться по различным альтернативным схемам, отличающимся длительностью интервалов времени регистрации такого трафика, а также правилами принятия решений по определению момента времени начала и конца регистрации. В значительной степени эта задача требует неформализованных решений на основе экспертных знаний, которые реализуются функциональным блоком «ЛПР». Совокупность альтернативных программ динамического анализа трафика содержится в блоке D. Список таких программ может пополняться, а для организации его работы можно использовать методы адаптивного выбора вариантов, в связи с чем предлагаемая технология в целом является адаптивной.

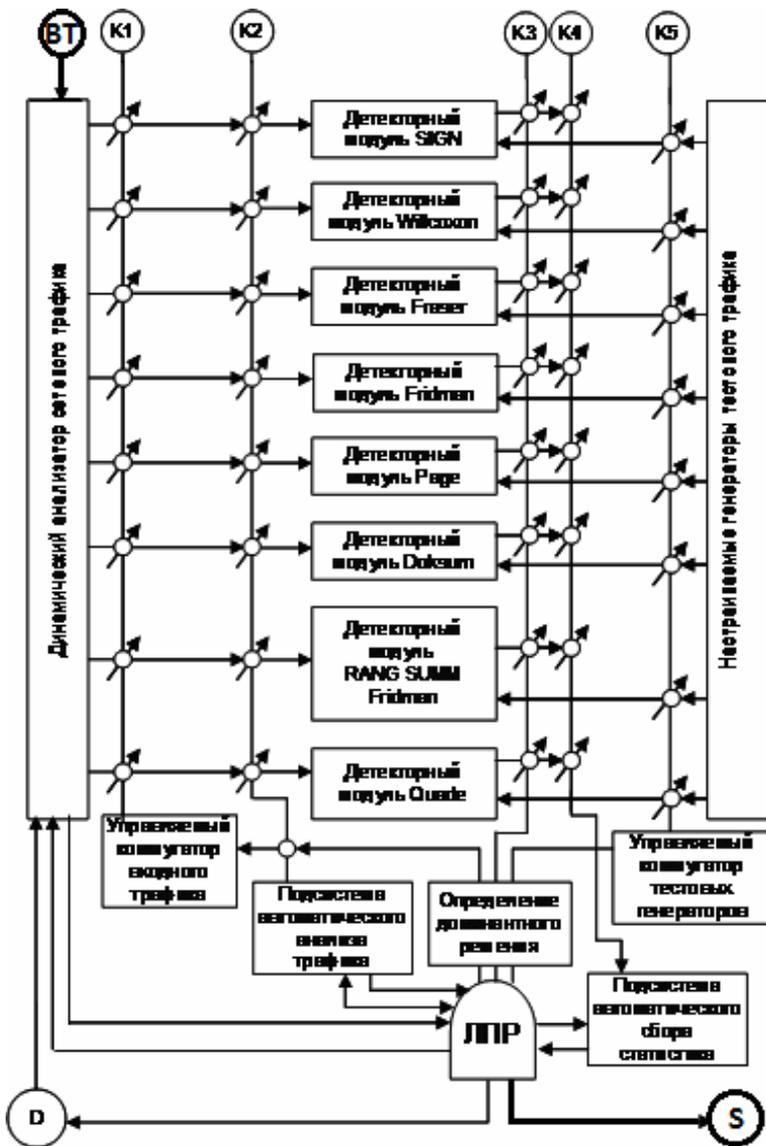


Рисунок 2 – Структура адаптивного комплементарного детектора (АКД) вирусных атак на базе непараметрических критериев

Комплекс АКД должен обеспечивать работу в двух режимах: рабочего функционирования и тестового имитационного моделирования. Второй режим предназначен для обучения ЛПП обоснованному принятию решений при постулировании событий, связанных с возникновением ситуаций, соответствующих гипотезам  $H_0$ ,  $H_1$ . Второй режим позволяет, кроме того, определить области устойчивого распознавания, устойчивого нераспознавания и толерантные области по отношению к используемым критериям [6].

По результатам имитационного моделирования (второй режим) становится также возможным определение совокупности следующих системных характеристик:

- наиболее мощного относительного непараметрического критерия;
- параметрически настраиваемого комплементарного критерия;
- области комплементарного достоверного распознавания факта вирусной атаки;
- области комплементарного уверенного нераспознавания факта вирусной атаки.

Содержательно постановка задачи комплементарного детектирования атак в телекоммуникационных системах состоит в том, что совокупность детекторных модулей (ДМ) должна быть такой, чтобы обеспечивалась следующая система требований:

1. Хотя бы один из детекторов, входящих в АКД, обеспечивал уверенное распознавание ситуации  $H_0H_0$ .

2. Хотя бы один из детекторов, входящих в АКД, обеспечивал уверенное распознавание ситуации  $H_0H_1$ .

3. Хотя бы один из детекторов, входящих в АКД, обеспечивал уверенное распознавание ситуации  $H_1H_0$ .

4. Хотя бы один из детекторов, входящих в АКД, обеспечивал уверенное распознавание ситуации  $H_1H_1$ .

5. Если имеется пара детекторов, противоречиво оценивающих информационную ситуацию, то для окончательного принятия решений используются оценки менее мощных детекторов.

В качестве примера результатов комплементарного детектирования приведем полученные машинным моделированием зонированные области, связанные с принятием гипотезы в ситуации  $H_0H_1$  для сравнения нормального трафика и трафика, подверженного воздействию А-события, которое привело к смещению параметрической оценки одной из системных характеристик (производительность процессорной обработки).

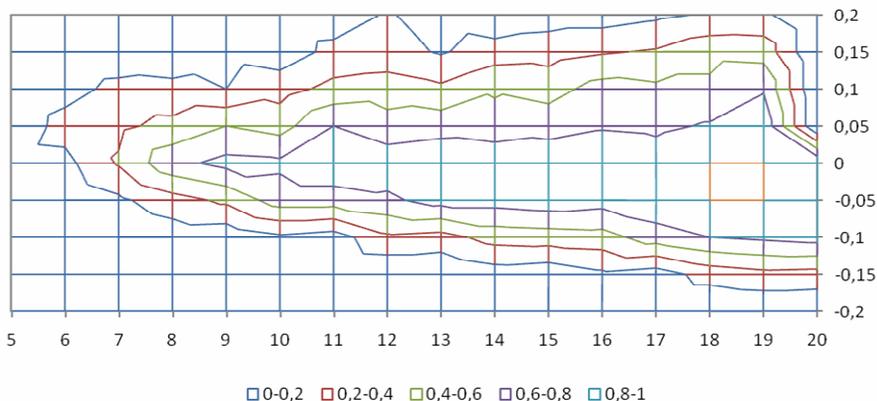


Рисунок 3 – Интервальные оценки  $P(N_0|N_1)$  в зависимости от степени разности системной характеристики (производительность процессорной обработки) и объемов выборки случайных величин, поступающих на вход детекторов

В заключение следует отметить, что:

1. Предлагаемая система АКД ориентирована на использование в режиме реального времени, так как обладает сравнительно низкой вычислительной сложностью и в силу этого может быть рекомендована, в первую очередь, для объектов критического применения.

2. Наличие в системе АКД режима имитационного моделирования процессов принятия решений позволяет ЛППР, во-первых, реализовать режим обучения, во-вторых, придает системе в целом адаптивные свойства.

3. Предложенная методика выявления комплементарных свойств может иметь перспективу использования и при оценивании сложных гипотез.

4. Перспективным направлением дальнейших исследований является построение процедур оценивания мегаэнтропии процессов обработки данных на основе оценок гипотез, полученных с использованием системы АКД, а также разработка алгоритмов адаптивного выбора вариантов для конкретных критических приложений, позволяющих минимизировать состав комплементарного детекторного блока без нарушений его функциональной полноты.

## **Библиографический список использованной литературы**

1. Информационные технологии для критических инфраструктур: моногр./ Под ред. А.В. Скаткова — Севастополь. СевНТУ, 2012. — 306с.

2. Технологии высокой готовности для программно-технических комплексов космических систем / В.С. Харченко, О.Н. Одарущенко, Ю.Л. Поночовый и др. – Х.:Гос. Центр регулирования качества поставок и услуг, Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2010. – 372 с.

3. Черней Г.А. Безопасность автоматизированных информационных систем / Г.А. Черней, С.А. Охрименко, Ф.С. Ляху. – Кишинев : Руханда, 1996. – 186с.

4. Системы обнаружения атак на сетевом уровне. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.citforum.ru/intemet/securities/faq/ids.shtml>, Monday, 17 March 2013 20:07:17.

5. Guide to Intrusion Detection and Prevention Systems (IDPS) // National Institute of Standards and Technology [Электронный ресурс]. 2013 – Режим доступа: <http://csrc.nist.gov/publications/nistpubs/800-94/SP800-94.pdf>, Wensday, 26 November 2014 19:07:44.

6. Скатков А.В. Модель вирусных атак в компьютерных системах с ограниченным доступом, основанных на искусственных иммунных системах / А.В. Скатков, В.С. Ловягин, А.С. Нирич // Сборник научных трудов Севастопольского национального университета ядерной энергетики и промышленности. – Севастополь: Изд-во СХУЯЭиП, 2011г. – Выпуск 3 (39). – С. 84 – 89.

7. Skatkov A.V. Management of Critical Infrsatructures based on technical megastate / A.V. Skatkov, V.S. Kharchenko, O.V. Ivanchenko, V.S. Loviahin // Proceedings of the first International Workshop Critical Infrastructure Safety and Security (CrISS-DESSERT). – Kharkiv: KhAI/ Vol. 1. – pp. 168 – 180.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 14-47-01514).

УДК 004.56

**А.В. Скатков**, д-р техн. наук, профессор;

**Л.П. Луговская**, ст. преподаватель;

**Н.А. Скаткова**, канд. техн. наук, доцент

Севастопольский государственный университет

299053, г. Севастополь, ул. Университетская 33

e-mail: kvv.sevntu@gmail.ru

## **ОПЕРАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ ОБНАРУЖЕНИЯ ВТОРЖЕНИЯ**

**Введение.** Общеизвестна актуальность проблем информационной безопасности в научном и прикладном значении [1]. Пользователи современных сетей сталкиваются с беспрецедентным спектром атак и угроз, которые приводят к масштабным потерям. В связи с этим весьма актуальной является задача своевременного и достоверного обнаружения атак различных типов и видов [1, 2]. На сегодняшний день предложены различные решения по разработке систем обнаружения вторжений (СОВ), которые широко используются при поиске источников несанкционированных действий. Однако ощущается острая необходимость в постоянном совершенствовании СОВ, так как непрерывно развиваются виды атак на различные объекты сети.

В зависимости от источника обнаружения вторжений различают системы уровня host-based (HIDS) и сетевые СОВ (NIDS – network intrusion detection) [1]. Первые, как правило, проводят мониторинг трафика и отдельных ядер компьютера, в то время как вторые – исследуют сетевой трафик локальной сети и определяют его состояние. Этим самым текущее состояние (ТС) трафика классифицируется либо как нормальное (НС), либо как аномальное (АС) [1]. Основная проблема в обнаружении вторжений состоит в необходимости получения объективной оценки состояния трафика в сочетании с высокой их достоверностью, реактивностью в условиях экономного потребления вычислительных ресурсов [2].

**Базовая модель.** Рассматривается сеть, состоящая из  $n$  узлов, в которой возможны А-события: вирусные атаки, несанкционированные вторжения, нарушения прав доступа и т.д. С целью обнаружения А-событий в сети осуществляется детектирование ее состояний на основе выборочных данных. Выборочные данные, полученные для оценивания состояния системных характеристик, сравнивают с некоторой типовой выборкой. По результатам таких сравнений выполняется ста-

статистическая оценка возможности принятия одной из конкурирующих гипотез. Таким образом, детектирование есть процедура, состоящая из двух относительно самостоятельных частей: регистрации данных и их последующей обработки. Детектор функционирует на основе соответствующего программного обеспечения и ресурсов самой сети. Он может быть подключен к некоторым заранее выделенным узлам. В этом смысле детектор может интерпретироваться как некоторое обслуживающее устройство, работающее по вызову. Источником такого вызова является А-запрос, инициированный администратором сети, с целью обнаружения А-события. Следствием появления А-события в узле является его «зависанием», либо другие нарушения его нормальной производительности.

Совокупность  $m$  детекторов образуют систему детекторного обслуживания (СДО), подключающихся к узлам сети при появлении А-требования, рассматривается как многоканальная система массового обслуживания замкнутого типа, в которую поступает пуассоновский поток требований переменной интенсивности  $\lambda_k$ , зависящей от числа требований  $k$ , уже находящихся в системе:

$$\lambda_k = (n - k)\lambda ; k < n$$

здесь  $n$  — число узлов сети.

Обслуживание А-требований производится в порядке их появления и состоит в подключении к узлу одного из свободных детекторов, входящих в СДО. Длительность обслуживания, осуществляемая одним детектором, подчиняется показательному закону распределения с параметром  $\mu$ . А-требование, заставшее все детекторы занятыми, остается в очереди, ожидая начала обслуживания в течение времени. В это же время, при наличии А-события, параллельно развивается процесс значимого изменения системных характеристик узла. Предполагается, что допустимое время до развития предельного деградиционного изменения системных характеристик узла является случайной величиной, распределенной по показательному закону с параметром  $\nu$ . Далее такие процессы будем называть  $\nu$ -процессами.

СДО может пребывать в следующих состояниях:

$S_0$  – А-требований на обслуживание нет, все детекторы свободны;

$S_k$  — детекторы подключены к  $k$  узлам для обслуживания А-требований ( $1 \leq k \leq m - 1$ );  $(m-k)$  детекторов свободны;

$\sum m+r$  — все детекторы подключены к узлам, одновременно с этим, некоторое число А-требований (а именно  $r$ ) ожидают обслуживания в очереди ( $r = 0, 1, \dots, n-m$ ).

Известно, что системы массового обслуживания такого типа исследовались В.С. Ждановым [3], который получил аналитические выражения для вероятностей состояний. На основе этих результатов, для случая описанной СДО, вероятности состояний равны:

$$p_k = \begin{cases} C_n^k \alpha^k p_0, & 1 \leq k \leq m \\ C_n^k \alpha^k p_0 \frac{k!}{(m-1)!} \cdot \frac{\Gamma(\frac{m}{\beta})}{\beta^{k-m+1} \cdot \Gamma(m \frac{1-\beta}{\beta} + k + 1)} & k > m, \end{cases} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu}; \quad \beta = \frac{\nu}{\mu}.$$

$\Gamma$  — гамма-функция

Вероятность  $p_0$  находится из условий нормировки  $\sum_{k=0}^n p_k = 1$ :

$$p_0 = \left[ \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k \alpha^k + \frac{\Gamma(\frac{m}{\beta})}{(m-1)!} \cdot \sum_{k=m}^n C_n^k \alpha^k \frac{k!}{\beta^{k-m+1} \cdot \Gamma(m \frac{1-\beta}{\beta} + k + 1)} \right]^{-1} \quad (2)$$

В качестве критерия оценки эффективности функционирования СДО можно использовать вероятность обслуживания без ожидания, без опасности развития  $\nu$ -процессов (или связанная с ней вероятность отказа при отсутствии свободных детекторов в момент поступления А-требования) -  $P(\lambda, \mu, \nu, m, n)$  для которой справедливо:

$$P = P(\tau_\nu = 0) = p_0 \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k \alpha^k; \quad (3)$$

Вероятность отказа в обслуживании:

$$Q = 1 - P. \quad (4)$$

Вероятность потери А-требования может быть найдена как вероятность того, что при возникновении очередного А-события не окажется ни одного свободного детектора и, вследствие чего, произошло недопустимое развитие v-процесса:

$$P_n = \sum_{k=m}^n p_k \left( 1 - \frac{m + (k - m)\beta}{m + (k - m + 1)\beta} \right)^{k-m+1} \quad (5)$$

Для анализа уровня достаточности детекторного обеспечения могут быть использованы параметры: среднее число подключенных детекторов -  $\bar{m}$  и средняя длина очереди  $\bar{r}$ . Они могут быть определены в соответствии со следующими выражениями:

$$\bar{m} = p_0 \sum_{k=1}^m k C_n^k \alpha^k + m \sum_{k=m+1}^n p_k \quad (6)$$

$$\bar{r} = \sum_{k=m}^n (k - m) p_k \quad (7)$$

Поскольку вероятность  $P(\lambda, \mu, \nu, m, n)$  является функцией многих аргументов, то анализ зависимостей от них сложно представить в форме ориентированной на принятие решений. Целесообразно перейти к анализу зависимостей от отношений основных аргументов этой функции. С этой целью для характеристики структурных особенностей сети и статистических параметров потоков будем использовать следующие коэффициенты:

1) Относительный детекторный ресурс D - отношение числа де-

текторов к числу узлов сети  $D = \frac{m}{n}$  ;

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{t_{обсл}}{t}$$

2) Коэффициент реактивности  $K_p = \frac{\lambda}{\mu}$ , где t — среднее значение интервала времени между двумя А-событиями;

$$\beta = \frac{\nu}{\mu} = \frac{t_{обсл}}{t_{ож}}$$

3) Коэффициент критичности  $K_{кр} = \frac{\nu}{\mu}$ .

На рисунках 1 и 2 показаны зависимости вероятности отказа в обслуживании А-требования и средней длины очереди от относитель-

ного детекторного ресурса  $D$  и коэффициента критичности  $K_{кр}$  ( $K_{кр}$  принимает значения  $\{1,7; 1,25; 1; 0,8\}$ ) при  $\lambda = 5$ .

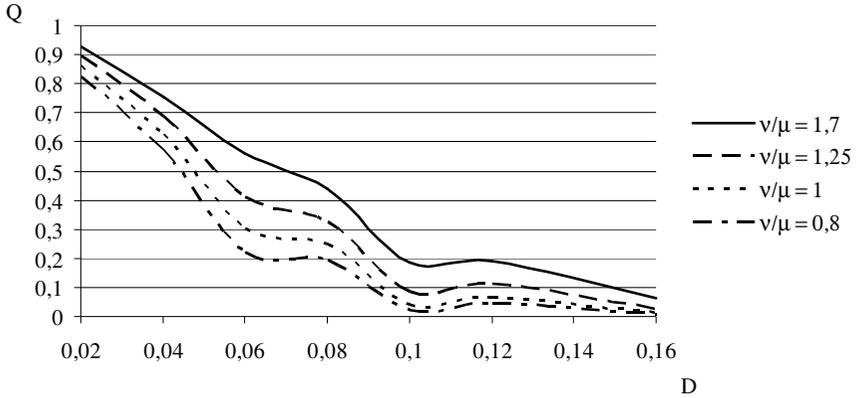


Рисунок 1 – Зависимость вероятности отказа в обслуживании от значений относительного детекторного ресурса и коэффициента критичности

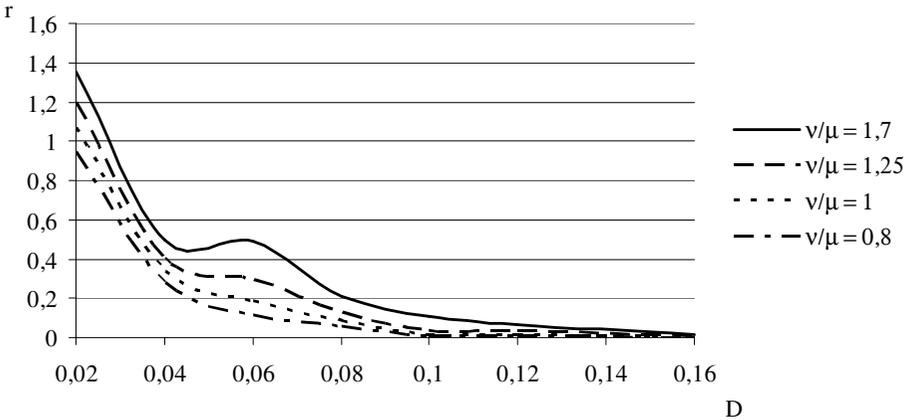


Рисунок 2 – Зависимость средней длины очереди А-требований от значений относительного детекторного ресурса и коэффициента критичности

На рисунках 3 и 4 представлены зависимости величин  $Q$  и  $r$  от относительного детекторного ресурса  $D$  и коэффициента реактивности  $K_r$  ( $K_r$  принимает значения  $\{0,02; 0,05; 0,1; 0,15\}$ ) при  $K_{кр} = 1,25$ .

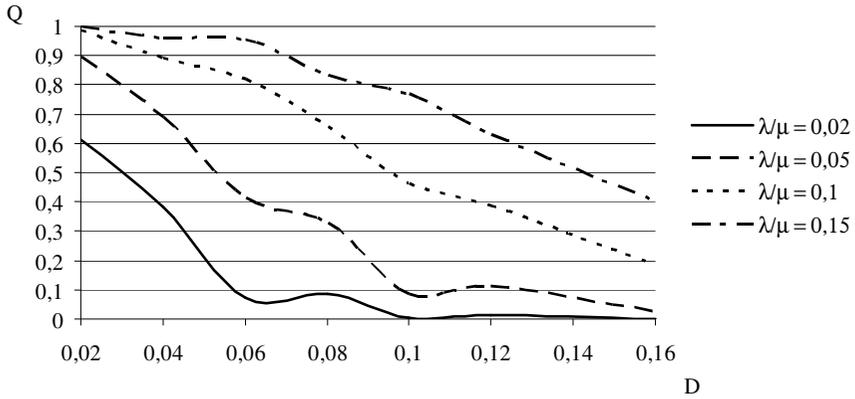


Рисунок 3 – Зависимость вероятности отказа в обслуживании от значений относительного детекторного ресурса и коэффициента реактивности

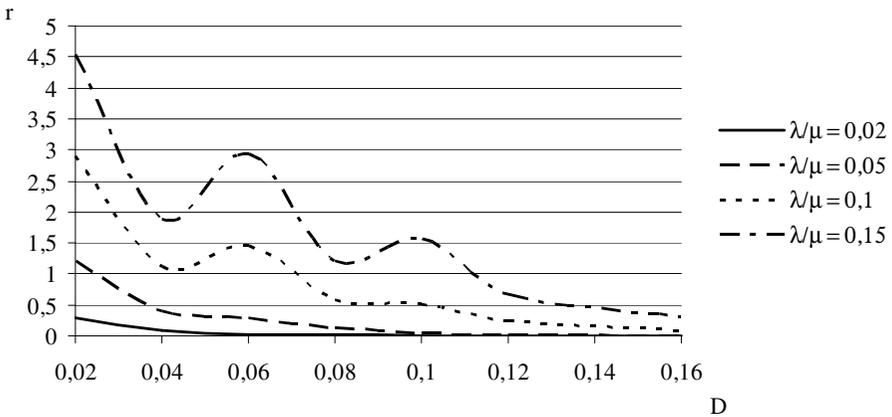


Рисунок 4 – Зависимость средней длины очереди А-требований от значений относительного детекторного ресурса и коэффициента реактивности

Указанные выше оценки эффективности функционирования сети обусловлены структурными характеристиками сети (число узлов и число детекторов) и статистическими параметрами потока А-событий, потока обслуживания и потока «ухода» из очереди узлов, в которых появилось А-событие.

Важной представляется задача получения оценок потерь, возникающих в результате недостоверного распознавания А-событий в узлах.

Пусть в сети из  $n$  узлов функционирует один детектор А-событий ( $m = 1$ ).

В сети при этом возможны следующие состояния:

$S_0$  – А-требований нет, детектор свободен;

$S_1$  – детектор подключен к узлу, очереди нет;

$S_{r+1}$  – детектор подключен к узлу,  $r$  А-требований ожидают в очереди ( $r = 1, \dots, n-1$ ).

Состоянию  $S_0$  соответствует событие  $A_0$ : в сети нет А-событий в узлах, детектор не подключен. Вероятность события  $A_0$  равна вероятности нулевого состояния системы:  $P(A_0) = p_0$ .

Событие  $A_1$  заключается в том, что хотя бы в одном узле сети произошло А-событие, детектор подключен к узлу и обслуживает А-требование. Вероятность события  $A_1$ :  $P(A_1) = (1 - p_0)$ .

Пусть  $P(B)$  — вероятность того, в результате детектирования определяется факт А-события в узле.

В состоянии  $S_0$  (событие  $A_0$ ) возможны следующие варианты результатов работы детектора: детектор не подключен, регистрируется отсутствие А-событий; детектор неоправданно подключился к одному из узлов при отсутствии А-события.

Условная вероятность неоправданного подключения детектора при отсутствии А-события —  $P_{A_0}(B)$ .

Если  $H_0$  — статистическая гипотеза, состоящая в том, что в узле сети имеет место А-событие, а  $H_1$  — конкурирующая гипотеза, противоречащая нулевой (в узле нет А-события), то условная вероятность  $P_{A_0}(B)$  представляет собой ошибку второго рода  $\alpha_2$  — принята неправильная гипотеза.

В состояниях системы, отличных от нулевого, (событие  $A_1$ ), определяется условная вероятность  $P_{A_1}(B)$  события: детектор подключился к узлу при том, что в узле действительно имеет место А-событие (принята гипотеза  $H_0$ ). Эта вероятность характеризует сте-

пень надежности детектора при обнаружении А-событий. Противоположное событие — пропуск А-события в узле, означает, что А-событие не распознано детектором и совершена ошибка первого рода — отвергнута верная гипотеза.

Вероятность ошибки первого рода  $r_1 = 1 - P_{A_1}(B)$ .

Тогда  $P(B)$ , вероятность того, в результате детектирования определяется факт А-события в узле, определяется по формуле полной вероятности:

$$P(B) = p_0 P_{A_0}(B) + (1 - p_0) P_{A_1}(B) \quad (8)$$

Отсюда условная вероятность того, что обнаруженная детектором атака в узле сети на самом деле не имеет места (неоправданное тестирование):

$$P_B(A_0) = \frac{p_0 P_{A_0}(B)}{P(B)} \quad (9)$$

Пусть в качестве нулевой гипотезы  $H_0$  рассматривается гипотеза «в узле сети нет А-события».

Положим, что  $P(C)$  — вероятность события, состоящего в том, что детектор не отвергает нулевую гипотезу и определяет факт отсутствия А-события в узле.

По формуле полной вероятности

$$P(C) = p_0 (1 - P_{A_0}(B)) + (1 - p_0) (1 - P_{A_1}(B)) \quad (10)$$

Тогда условная вероятность того, что А-событие имеет место в узле (т.е. верна конкурирующая гипотеза  $H_1$ ), хотя принята нулевая гипотеза «А-события нет»:

$$P_C(A_1) = \frac{(1 - p_0) (1 - P_{A_1}(B))}{p_0 (1 - P_{A_0}(B)) + (1 - p_0) (1 - P_{A_1}(B))} \quad (11)$$

Наиболее значимыми с точки зрения потерь являются пропуск А-события в узле  $A_1|C$  (пропуск атаки) с вероятностью (11) и неоправданное тестирование  $A_0|B$  с вероятностью (9).

Пример. Пусть вероятность надежного определения детектором А-события в узле  $P_{A_1}(B)$  равна 0,98, а вероятность подключения детектора к узлу при отсутствии А-события  $P_{A_0}(B)$  (ошибка второго рода  $r_2$ ) равна 0,05.

Число узлов в сети  $n = 25$ , интенсивность потока А-событий  $\lambda = 5$ , интенсивность потока обработки А-событий  $\mu = 100$ , допустимое время ожидания обслуживания распределено по показательному закону с параметром  $\nu = 125$ .

В системе с указанными параметрами вероятность состояния  $S_0$   $p_0 = 0,313$ .

Тогда по соотношению (8) вероятность того, в результате детектирования определяется факт А-события в узле,  $P(B) = 0,689$ .

Вероятность неоправданного тестирования из (9)  $P_B(A_0) = 0,023$ .

Вероятность пропуска А-события  $P_C(A_1) = 0,044$ .

Для числа детекторов  $m > 1$  делается предположение, что все детекторы однотипны и их параметры надежного функционирования одинаковы, т.е.

$$P_{A_1}(B)_i = P_{A_1}(B), P_{A_0}(B)_i = P_{A_0}(B), i = 1, 2, \dots, m.$$

Тогда полная вероятность того, что в результате детектирования определяются факты А-событий в узлах

$$P(B) = \left[ \sum_{k=0}^{m-1} p_k \left[ 1 - (1 - P_{A_0}(B))^{m-k} \right] \right] + \left[ \sum_{k=1}^m p_k \left[ 1 - (1 - P_{A_1}(B))^k \right] + \sum_{r=m+1}^n p_r \left[ 1 - (1 - P_{A_1}(B))^m \right] \right]. \quad (10)$$

Отсюда условная вероятность неоправданного тестирования узлов сети

$$P_B(A_0) = \frac{\left[ \sum_{k=0}^{m-1} p_k \left[ 1 - (1 - P_{A_0}(B))^{m-k} \right] \right]}{P(B)}$$

Вероятность пропуска А-события в узлах при наличии в сети  $m$  детекторов

$$P_C(A_1) = \frac{\left[ \sum_{k=1}^m p_k \left[ 1 - (P_{A_1}(B))^k \right] + \sum_{r=m+1}^n p_r \left[ 1 - (P_{A_1}(B))^m \right] \right]}{\left[ \sum_{k=0}^{m-1} p_k (1 - P_{A_0}(B))^{m-k} + \sum_{k=1}^m p_k \left[ 1 - (P_{A_1}(B))^k \right] + \sum_{r=m+1}^n p_r \left[ 1 - (P_{A_1}(B))^m \right] \right]}$$

На рисунках 5 и 6 показаны зависимости вероятностей неоправданного тестирования и пропуска А-события от относительного детекторного ресурса  $D$  и коэффициента критичности  $K_{кр}$  ( $K_{кр}$  принимает значения  $\{1,7; 1,25; 1; 0,8\}$ ) при  $\lambda = 5$ .

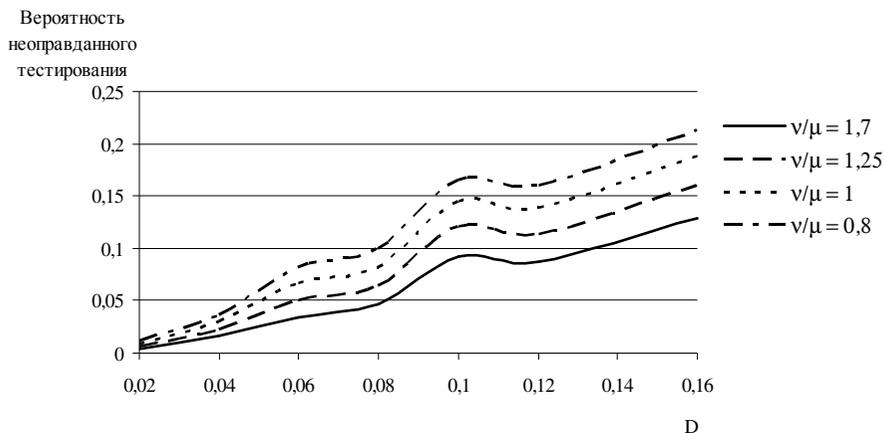


Рисунок 5 – Зависимость вероятности неоправданного тестирования от значений относительного детекторного ресурса и коэффициента критичности

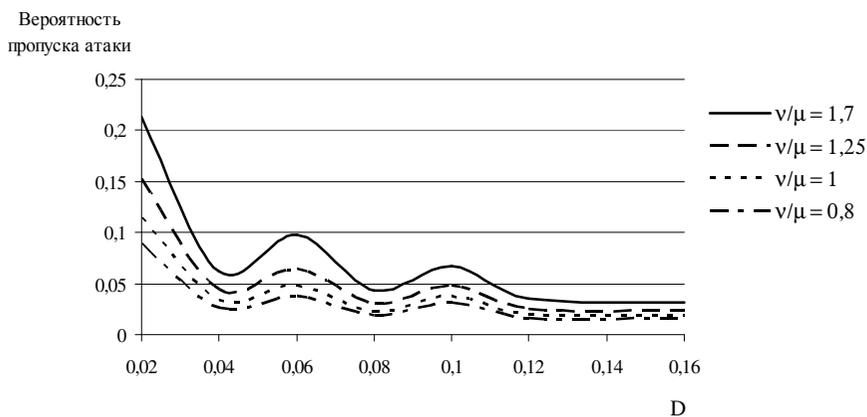


Рисунок 6 – Зависимость вероятности пропуска атаки от значений относительного детекторного ресурса и коэффициента критичности

Пусть потерям в сети поставлены в соответствие их стоимости:  
 $Z_{1,0}$  — стоимость потерь в результате неоправданных тестирований;

$Z_{0,1}$  — стоимость потерь от пропусков А-событий в узлах сети.

$Z_{0,0}$  — стоимость потерь при том, что детекторы верно распознают А-события при их появлении в узлах;

$Z_{1,1}$  — стоимость потерь в ситуациях: детекторы не подключаются к узлам при отсутствии А-событий в узлах.

Потери  $Z_{0,0}$  и  $Z_{1,1}$  наименее значимы, чем потери  $Z_{1,0}$  и  $Z_{0,1}$  в стоимостном выражении.

Пусть на шкале значений в диапазоне от 0 до 1 малые стоимости потерь принимают значения в интервале (0; 0,1), а стоимости значимых потерь имеют значения из интервала (0,9; 1).

Примем, что  $R(m)$  – величина риска потерь в сети в стоимостном выражении ( $m$  – число детекторов).

Для значимых потерь

$$R(m) = P_B(A_0) * Z_{1,0} + P_{\bar{B}}(A_1) * Z_{0,1}.$$

На рисунке 7 показаны зависимости риска потерь от относительного детекторного ресурса  $D$  и коэффициента критичности  $K_{кр}$  ( $K_{кр}$  принимает значения {1,25; 1; 0,8}) при  $\lambda = 5$ .

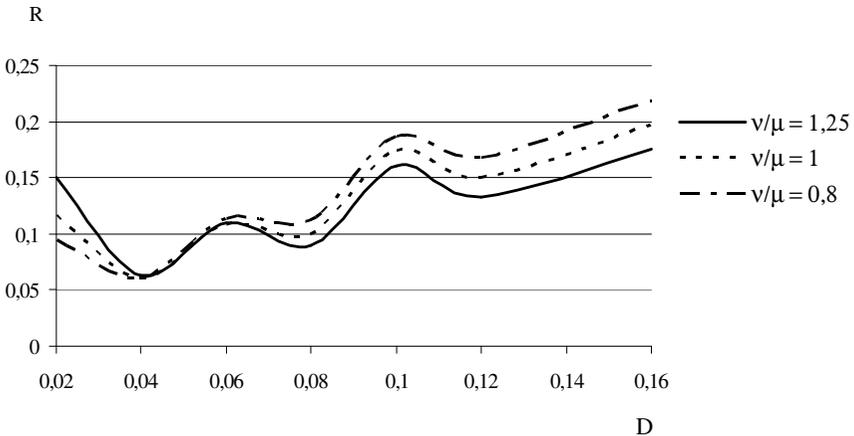


Рисунок 7 – Зависимость величины риска потерь от значений относительного детекторного ресурса и коэффициента критичности

**Выводы.** Выполненный операционный анализ эффективности систем обнаружения вторжения позволяет провести сравнение многовариантных реализаций основных структур детекторных модулей, используемых в решении задач информационной безопасности. Пред-

ложенная совокупность расчетных соотношений может быть положена в основу интерактивной системы поддержки принятия решений по параметрическому и структурному анализу и синтезу систем обнаружения вторжения. Поскольку, задачи синтеза эффективных систем обнаружения вторжений в оптимизационной постановке приводят к необходимости использования векторных построений, что значительно затрудняет использование классических методов оптимизации, то с целью скаляризации целевых функций предлагается перейти к оценкам риска как совокупности характеристик, определяющих не только вероятности обнаружения, но и тяжести их последствий.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Брюховецкий А.А., Скатков А.В. Повышение эффективности системы обнаружения вторжений на основе принципов самообучения / А.А. Брюховецкий, А.В. Скатков // Оптимизация производственных процессов. □ Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2014г. – Выпуск 15. – С. 8 – 13.

2. Информационные технологии для критических инфраструктур: моногр./ Под ред. А.В.Скаткова – Севастополь. СевНТУ, 2012. – 306с.

3. Жданов В.С. Статические методы проектирования автоматизированных систем централизованного контроля и управления / В.С. Жданов. – Москва: Изд-во Энергия, 1976г. – Выпуск 557. – 64 с.

4. Брюховецкий А.А. Обнаружение уязвимостей в критических приложениях на основе решающих деревьев /А.А.Брюховецкий, А.В.Скатков, П.О.Березенко. — Радиоэлектронные и компьютерные системы. — №: 5(64). – Харьков: Изд-во ХАИ, 2013. — с. 18–23.

5. Ji Z. Real-valued negative selection algorithm with variable-sized detectors/ Z.Ji, D. Dasgupta. — Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation, Springer-Verlag, Seattle, WA,USA, 2004. – P. 287–298.

6. Shon T. A Hybrid Machine Learning Approach to Network Anomaly Detection/ T.Shon, J. Moon. – Journal of Information Sciences. – №:177, 2007. – P. 3799–3821.

7. KDD cup 99 Intrusion detection data set [Электронный ресурс]. — Электрон. текстовые данные (752 Мб). — Darpa: Irvine, CA 92697-3425, 1999. — Режим доступа: /<http://kdd.ics.uci.edu/databases/kddcup99/kddcup/task.html> Monday, 17 October 2011 19:07:34.

УДК 62-50:681.5.01

**А.Б. Филимонов**<sup>1</sup>, д-р техн. наук, профессор;

**Н.Б. Филимонов**<sup>2</sup>, д-р техн. наук, профессор

1)Московский государственный университет информационных технологий радиотехники и электроники

2)Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

e-mail: nbfilimonov@mail.ru

## **НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА ПРОБЛЕМУ СИНТЕЗА РОБАСТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С БОЛЬШИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ УСИЛЕНИЯ**

Свойство робастности системы автоматического управления (САУ) означает ее работоспособность и нормальное функционирование в условиях неопределенности динамических характеристик объекта управления. Исследования по проблеме робастного синтеза САУ проводятся в широком спектре направлений, различающихся исходными допущениями о типе и способе формализации неопределенностей [1]. Одно из таких направлений основано на свойстве робастности систем с большим коэффициентом усиления в контуре управления и берет начало в работах М.В. Меерова. Проблематика робастного синтеза САУ с большим коэффициентом усиления наиболее обстоятельно изучалась в работах П.Д. Крутько (см., напр., [2; 3; 4, раздел 4]). Особенность предлагаемых им решений – использование дифференциального закона скоростного управления: в структуру закона вводится большой коэффициент усиления и дифференциальное выражение, представляющее эталонную динамику замкнутой САУ, причем оно составлено из выходной переменной объекта и ее производных.

В настоящем докладе развивается новый подход в задачах синтеза САУ с большим коэффициентом усиления [5]. В его основе лежит двухконтурная структура системы: внутренний контур обеспечивает робастную коррекцию объекта, как предварительный этап решения задачи управления, а внешний контур обеспечивает достижение цели управления. Важнейшее преимущество предложенного подхода - устранение фактора неопределенности в переформулированной задаче управления скорректированным объектом.

Робастная коррекция с большим коэффициентом усиления

Рассмотрим класс конечномерных линейных стационарных объектов управления с одномерными входом  $u$  и выходом  $y$ .

Положим, динамические процессы в объекте описываются дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка:

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i^0 y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j^0 u^{(j)}(t)$$

где  $a_i^0, b_j^0$  - вещественные константы, причем  $m < n$  и  $b_m^0 \equiv \beta_0 > 0$ .

Передаточная функция (ПФ) объекта управления равна

$$W_0(s) = \frac{B_0(s)}{A_0(s)}, \quad (1)$$

где  $s$  - комплексная частота, а  $A_0(s)$  и  $B_0(s)$  - многочлены вида

$$A_0(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i^0 s^i, \quad B_0(s) = \sum_{j=0}^m b_j^0 s^j$$

старшие коэффициенты (обозначаемые далее через  $\text{lcoef}$ ) которых равны

$$\text{lcoef } A_0(s) = 1 \quad \text{и} \quad \text{lcoef } B_0(s) = \beta_0.$$

Обратимся к схеме коррекции (СК) объекта управления, представленной на рисунке 1. Здесь  $v$  - вход системы коррекции. Схема включает два элемента: усилительное звено с коэффициентом усиления  $K$  в прямой цепи и корректирующую обратную связь, включающую корректирующее звено (КЗ).

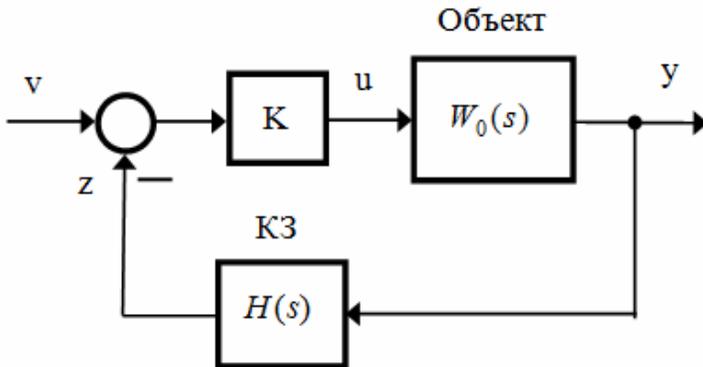


Рисунок 1 – Схема коррекции (СК) объекта управления

Исследуем динамические свойства рассматриваемой СК при больших значениях коэффициента усиления:  $K \gg 1$ .

Полагаем, что измеряется выход объекта и его производные до  $d$ -й включительно, т.е. измерительную базу составляют переменные

$$y_k = y^{(k-1)}, \quad k = 1 : d + 1.$$

Пусть ПФ КЗ является многочленом вида

$$H(s) = \sum_{k=0}^d h_k s^k, \quad (2)$$

где  $h_k$  - вещественные константы, причем  $h_d \equiv \beta_H > 0$ .

Согласно схеме на рисунке 1, действие КЗ описывается уравнением

$$z(t) = \sum_{k=0}^d h_k y^{(k)}(t).$$

Поскольку данное уравнение с учетом (2) принимает вид

$$z(t) = \sum_{k=0}^d h_k y_{k+1}(t),$$

то можно заключить, что КЗ физически реализуемо.

ПФ скорректированного объекта (СО) равна:

$$V(K, s) = \frac{KW_0(s)}{1 + KW_0(s)H(s)},$$

а с учетом (1) принимает вид

$$V(K, s) = \frac{KB_0(s)}{\Delta_0(K, s)}. \quad (3)$$

Здесь  $\Delta_0(K, s)$  - характеристический многочлен СО:

$$\Delta_0(K, s) = A_0(s) + KA_1(s), \quad (4)$$

причем

$$A_1(s) = B_0(s)H(s), \quad (5)$$

$$\deg \Delta_0(s) = \deg A_0(s) = n, \quad \deg A_1(s) = m + d, \quad (6)$$

$$\beta \equiv \text{lcoef } A_1(s) = \beta_0 \beta_H.$$

(7)

## Асимптотика и редуцированная модель скорректированного объекта

Обозначим через  $\Lambda(K)$  множество корней характеристического многочлена СО (7). Каждому корню  $\lambda \in \Lambda(K)$  отвечает мода - решение вида

$$\varphi(\lambda, t) = C \exp(\lambda t), \quad C = \text{const} \neq 0.$$

При  $K \rightarrow \infty$  у многочлена (7) имеются инфинитные (т.е. уходящие в бесконечность) корни, образующие некоторое подмножество  $\Lambda_\infty(K) \subset \Lambda(K)$ , число которых равно  $n_\infty = \deg A_0(s) - \deg A_1(s)$ .

Корни  $\lambda \in \Lambda_\infty(K)$  характеризуются следующими свойствами [5]:

- 1)  $\lim_{K \rightarrow \infty} \text{Re } \lambda(K) = -\infty$  ;
- 2)  $\lim_{K \rightarrow \infty} \text{Im } \lambda(K) = \infty$  ;
- 3)  $\lim_{K \rightarrow \infty} \text{Re } \lambda(K) = \infty$  .

Соотношение 1) означает, что в случае  $K \gg 1$  мода  $\exp(\lambda t)$  является быстро затухающей. Соотношение 2) означает неограниченную частоту колебаний, а 3) - неограниченную степень роста моды  $\exp(\lambda t)$ . При наличии мод со свойствами 2) и 3) система не может быть работоспособной.

Итак, в модальном составе работоспособной СК не должны быть моды с показателями типа 2) и 3). Данное условие соблюдается лишь в случае

$$\deg A_0(s) - \deg A_1(s) = 1,$$

что с учетом (6) означает, что  $d = n - m - 1$ , причем справедливо приближение

$$\Delta_0(K, s) \cong K(\tau s + 1)A_1(s), \quad (8)$$

где малая постоянная времени  $\tau$  определяется формулой (7) и соотношением

$$\tau = \frac{1}{\beta K} \ll 1$$

**Замечание.** Поскольку корни числителя  $B_0(s)$  ПФ объекта становятся корнями характеристического многочлена СО, то данная схема коррекции неприменима для неминимально-фазовых объектов, а также в случаях, когда эти корни неудовлетворительны с точки зрения требуемого запаса устойчивости синтезируемой системы управления.

■  
Перейдем к анализу асимптотических свойств ПФ СО, которая, согласно (3), (5) и (8), имеет вид

$$V(K, s) \cong \frac{B_0(s)}{(\tau s + 1)B_0(s)H(s)}. \quad (9)$$

Сокращая числитель и знаменатель на общий множитель  $B_0(s)$ , получим

$$V(K, s) \cong \frac{1}{(\tau s + 1)H(s)}. \quad (10)$$

Сократимость дробной ПФ (9) означает взаимную компенсации совпадающих передаточных нулей и полюсов СО, что приводит к появлению неуправляемой части системы с характеристическим многочленом  $B_0(s)$  [6].

Далее будем исходить из следующего допущения: многочлен  $B_0(s)$  является гурвицевым и описанная компенсация порождает полюса СО, локализованные в допустимой области  $s$ -плоскости.

Для упрощения анализа динамических процессов в СО можно пренебречь в их структуре быстро затухающими модами. Поскольку в области низких частот, т.е. в области  $s$ -плоскости, отвечающей условию

$$|\tau s| \ll 1,$$

проявляется характер протекания процессов управления, то можно пренебречь малой постоянной времени, полагая  $\tau=0$ , и из (13) получить приближение

$$V(K, s) \cong \hat{V}(s) = \frac{1}{H(s)}, \quad (11)$$

имеющее смысл низкочастотной аппроксимации ПФ СО.

Соотношение (11) отражает свойство робастности описанной СК: скорректированная динамика объекта описывается редуцированной

динамической моделью порядка  $d$ , которая определяется исключительно ПФ КЗ, так что результат коррекции инвариантен к параметрам объекта.

**Применение робастной коррекции в процессах управления**

Обсудим вопросы применения описанной схемы робастной коррекции для синтеза астатических САУ в условиях параметрической неопределенности в динамике объекта.

Обратимся к схеме линейной стационарной САУ, представленной на рисунке 2. Здесь  $y^*$  - уставка,  $\epsilon$  - сигнал рассогласования между уставкой и выходом объекта. Система включает два контура управления, выполняющие различные функции. Внутренний контур осуществляет робастную коррекцию объекта по изложенной выше схеме и включает два элемента: усилительное звено с коэффициентом усиления  $K$  в прямой цепи и корректирующую обратную связь, содержащее звено с передаточной функцией  $H(s)$ . Внешний контур обеспечивает целенаправленное поведение системы: посредством регулятора с передаточной функцией  $R(s)$  осуществляется отработка уставки  $y^*$ .

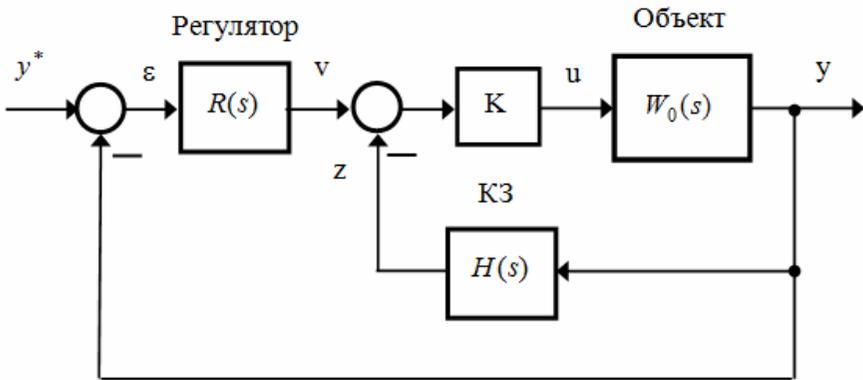


Рисунок 2 – Схема линейной стационарной САУ

Пусть ПФ регулятора является несократимой рациональной дробью вида

$$R(s) = \frac{B_R(s)}{s^\rho A_R(s)}, \quad (12)$$

где  $\rho$  - натуральное число:  $\rho \geq 1$ , а  $A_R(s)$  и  $B_R(s)$  - многочлены вида

$$A_R(s) = \sum_{i=0}^{n_R} a_i^R s^i, \quad B_R(s) = \sum_{j=0}^{m_R} b_j^R s^j,$$

причем  $A_R(s)$  - унитарный многочлен:

$$\text{lcoef } A_R(s) \equiv a_{n_R}^R = 1.$$

Условие физической реализуемости ПФ (12):

$$m_R \leq \rho + n_R. \quad (13)$$

ПФ замкнутой САУ равна

$$W(K, s) = \frac{R(s)V(K, s)}{1 + R(s)V(K, s)}.$$

Отсюда с учетом (11) и (12) следует низкочастотное приближение

$$W(K, s) \cong \hat{W}(s) = \frac{B_R(s)}{A(s)}, \quad (14)$$

где

$$A(s) = s^\rho A_R(s)H(s) + B_R(s). \quad (15)$$

Будем полагать, что многочлен  $H(s)$  является унитарным:

$$\text{lcoef } H(s) \equiv \beta_H = 1.$$

Введем обозначение:  $N = \deg A(s)$ . Согласно (15)

$$N = \rho + n_R + d. \quad (16)$$

ПФ (14) должна быть правильной дробью:

$$\deg B_R(s) < \deg A(s).$$

Отсюда и из (15) следует неравенство

$$m_R \leq \rho + n_R + d - 1.$$

Максимальное значение параметра  $m_R$ , которое должно удовлетворять данному условию наряду с (13), определяется равенством

$$m_R = \min(\rho + n_R, \rho + n_R + d - 1)$$

Но тогда (здесь нижняя граница достигается при  $d=0$ )

$$m_R \geq \rho + n_R - 1 \quad (17)$$

Соотношения (14), (15) могут служить основой для структурно-параметрического синтеза САУ. Выбранная структура регулятора (12) привносит в прямую цепь замкнутой системы интегратор  $\rho$ -го порядка, вследствие чего она обладает астатизмом  $\rho$ -го порядка по отношению к задающему входу  $y^*$ .

Настраиваемыми параметрами САУ, вообще говоря, являются все изменяемые коэффициенты многочленов  $H(s)$ ,  $A_R(s)$ ,  $B_R(s)$ , причем многочлены  $A_R(s)$  и  $B_H(s)$  являются унитарными. Следовательно, общее число настраиваемых параметров системы равно

$$\tilde{N} = n_R + m_R + d + 1$$

(18)

Управление передаточными нулями и полюсами

Обсудим возможность управления параметрами ПФ (14) замкнутой САУ с учетом того, что фиксированы ее структурные параметры  $\rho$  и  $d$ .

Задача управления полюсами ПФ заключается в достижении равенства

$$A(s) = A^*(s) \quad (19)$$

для заданного унитарного многочлена  $A^*(s)$  посредством подходящего выбора настроечных параметров замкнутой системы.

Из (15) и (19) следует функциональное уравнение для неизвестных многочленов  $A_R(s)$ ,  $B_R(s)$  и  $H(s)$ :

$$s^\rho A_R(s)H(s) + B_R(s) = A^*(s)$$

Число неизвестных коэффициентов в левой части данного уравнения равно  $\tilde{N}$  и посредством их выбора необходимо управлять  $N$  коэффициентами многочлена  $A(s)$ . Следовательно, для разрешимости рассматриваемого функционального уравнения необходимо вы-

полнение условия  $\tilde{N} \geq N$ . Но оно заведомо выполняется, поскольку согласно (16), (17) и (18)

$$\tilde{N} - N = n_R \geq 0$$

**Предложение 1** [5]. Желаемая настройка САУ (19) всегда возможна для произвольного многочлена  $A^*(s)$  степени

$$\deg A^*(s) = N \geq \rho + d \quad \blacksquare$$

Обратимся теперь к задаче синтеза САУ с желаемой ПФ по каналу «вход–выход». Воспользуемся описанной СК, а функциональные требования к синтезируемой системе свяжем с низкочастотным приближением (14):

$$\hat{W}(s) = W^*(s). \quad (20)$$

Здесь  $W^*(s)$  - эталонная ПФ, заданная в виде рациональной дроби:

$$W^*(s) = \frac{B^*(s)}{A^*(s)}, \quad (21)$$

где  $A^*(s)$  и  $B^*(s)$  - многочлены вида:

$$A^*(s) = s^N + \sum_{i=0}^{N-1} a_i^* s^i \quad B^*(s) = \sum_{j=0}^M b_j^* s^j, \quad (22)$$

причем  $A^*(s)$  - устойчивый многочлен.

Заметим, что в соответствии с требованием астатизма к синтезируемой САУ эталонная ПФ должна отвечать условию

$$W^*(0) = 1,$$

которое с учетом (21) и (22) означает

$$a_0^* = b_0^*. \quad (23)$$

Из сравнения (14) и (21) вытекает требование

$$A(s) = A^*(s), \quad B_R(s) = B^*(s). \quad (24)$$

Согласно последнему равенству

$$m_R = \deg B_R(s) = \deg B^*(s) = M \quad (25)$$

Нетрудно убедиться в справедливости следующего предложения [5].

**Предложение 2.** Желаемая настройка (20) замкнутой САУ возможна лишь при соблюдении условия

$$\rho = 1 \quad \blacksquare \quad (26)$$

Положим теперь, что выполняется условие (26). Тогда формула (15) приобретает вид

$$A(s) \equiv sA_R(s)H(s) + B_R(s)$$

Отсюда и из (24) следует равенство

$$sA_R(s)H(s) = A^*(s) - B^*(s) \quad (27)$$

Согласно (23) у многочлена  $A^*(s) - B^*(s)$  свободный член равен нулю, поэтому он разлагается на множители:

$$A^*(s) - B^*(s) = sC^*(s)$$

Подставляя данное выражение в (27), получим

$$A_R(s)H(s) = C^*(s) \quad (28)$$

Таким образом, многочлен  $C^*(s)$  должен иметь делители степеней  $n_R$  и  $d$  в кольце многочленов с вещественными коэффициентами. Если это условие выполняется, то в результате факторизации (37) находим  $A_R(s)$  и  $H(s)$ .

Понятно, что в общем случае многочлен  $C^*(s)$  не будет иметь множители степеней  $n_R$  и  $d$ , т.е. факторизация (37) невозможна.

**Предложение 3.** При выполнении структурных условий

$$\rho = 1 \quad N = d + 1 \quad M \leq 1$$

задача синтеза САУ с эталонной ПФ (21) всегда разрешима  $\blacksquare$

Итак, при соблюдении условий предложения 3 возможно одновременно управлять всеми полюсами и одним нулем низкочастотной ПФ замкнутой системы. Приведем прямые расчетные формулы для настроечных параметров САУ для случая  $\rho = 1$ :

1)  $d=1, N=2$ . Тогда  
 $H(s) = s + h_0, B_R(s) = b_1 s + b_0,$

где

$$b_0 = a_0^*, b_1 = b_1^*, h_0 = a_1^* - b_1^*.$$

2)  $d > 1, N = d + 1 > 2$ . Тогда

$$b_0 = a_0^*, b_1 = b_1^*, h_0 = a_1^* - b_1^*, h_i = a_{i+1}^*, i = 1 : N - 2.$$

Пример. Пусть  $n=2$  и объект управления описывается уравнением

$$\ddot{y}(t) + a_1^0 \dot{y}(t) + a_0^0 y(t) = \beta_0 u(t).$$

Считаем, что измеряются положение и скорость объекта:  $y$  и  $\dot{y}$ , т.е.  $d=1$ .

Положим  $\rho=1$ . В эталонной ПФ (21):

$$A^*(s) = a_2^* s^2 + a_1^* s + a_0^*, B^*(s) = a_0^*.$$

Тогда  $H(s) = s + a_1^*, R(s) = \frac{a_0}{s}$ .

Для сравнения приведем решение той же задачи синтеза системы управления с заданной эталонной передаточной функцией, изложенное в монографии [3]. В данной работе предлагается закон управления

$$\dot{u}(t) = K[a_0^* y^*(t) - (\ddot{y}(t) + a_1^* \dot{y}(t) + a_0^* y(t))],$$

причем по замыслу ее автора его реализует структурная схема САУ, приведенная на рисунок 3. Сравнивая схемы управления на рис. 2 и 3, подчеркнем их существенные отличия: 1) первая схема является двухконтурной, а вторая - одноконтурной; 2) в первой схеме явно разделены функции коррекции динамики объекта и достижения цели управления; 3) в первой схеме эффект большого коэффициента усиления используется для обеспечения робастной коррекции динамики объекта, а во второй - для формирования желаемой передаточной функцией замкнутой системы; 4) во второй схеме звено в цепи обрат-

ной связи физически нереализуемо, поскольку требует информации об ускорении  $\ddot{y}(t)$ .

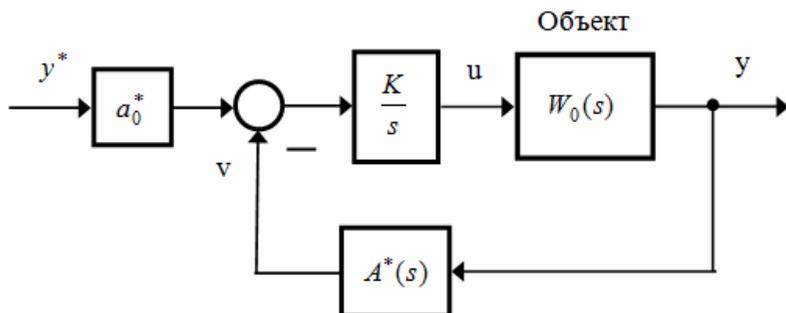


Рисунок 3 – Структурная схема САУ

**Замечание.** Описанная схема робастной коррекции применима к нелинейным и нестационарным объектам при определенных ограничениях на их параметры. В этом случае сама коррекция приобретает дополнительный смысл - линеаризация и стационаризация каналов управления.

### Библиографический список использованной литературы

- 1.Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
- 2.Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели. М.: Наука, 1987. – 304 с.
- 3.Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций. М.: Машиностроение, 2004. – 576 с.
- 4.Машиностроение. Энциклопедия. Т. 1-4. Автоматическое управление. Теория / Под общ. Ред. Е.А. Федосова. 2000. -
- 5.Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12. - С. 3-10.
- 6.Солодовников В.В., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Анализ компенсационного подхода к синтезу систем управления // Известия вузов. Приборостроение. 1979. № 2. - С. 27-32.

УДК 004.03; +530.1

**И.М. Гуревич**, канд. техн. наук, с.н.с.

ФИЦ «Информатика и управление» РАН

119333 Москва, ул. Вавилова, дом 44, корп. 2

тел.+7 (499)135-41-89,

ООО «ГЕТНЕТ Консалтинг»

г.Москва, Андроновское шоссе 26, корп.2

e-mail: iggurevich@gmail.com

## **ГЛАВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ФИЗИЧЕСКОЙ ИНФОРМАТИКИ**

Физическая информатика содержит фундаментальные результаты, получить которые только физическими методами невозможно. В том числе:

- Дано общее определение информации. Информация – сохраняющаяся определенное время неоднородность.
- Даны определения основных информационных характеристик неоднородностей (физических систем): информационная энтропия, информационная дивергенция, совместная информационная энтропия, информация связи, дифференциальная информационная емкость.
- Определены информационные законы природы (законы информатики):

**Закон простоты сложных систем.** Реализуется, выживает, отбирается тот вариант сложной системы, который обладает наименьшей сложностью.

**Закон сохранения неопределенности (информации).** Неопределенность (информация) изолированной (замкнутой) системы сохраняется при физически реализуемых преобразованиях и только при физически реализуемых преобразованиях.

**Закон конечности информационных характеристик сложных систем.** Все виды взаимодействия между системами, их частями и элементами имеют конечную скорость распространения. Ограничена также скорость изменения состояний элементов системы.

**Закон необходимого разнообразия Эшби.** Для эффективного функционирования системы разнообразие управляющего органа должно быть не менее разнообразия объекта управления.

**Теорема Геделя о неполноте.** В достаточно богатых теориях (включающих арифметику) всегда существуют недоказуемые истинные выражения.

**Закон роста сложности систем.** В ходе эволюции системы ее неопределенность (информация в ней) растет.

- Показано, что законы информатики определяют и ограничивают физические законы.

- Показано, что законы информатики определяют действие физических законов сохранения (энергии, импульса, момента импульса, ...).

- Поскольку, что во всех возможных Вселенных действуют законы информатики (во всех вселенных есть неоднородности), то во всех возможных Вселенных действуют физические законы сохранения.

- Показана необратимость времени.

Дана методика оценки объема неопределенности (информации) в физических объектах.

**Иерархическая методика.** Методика оценки объема неопределенности (информации) в физических объектах иерархической структуры заключается в следующем. Сначала оценивается объем неопределенности (информации) в объектах нижнего уровня (лептонах и кварках). Согласно основному принципу квантовой механики Цайлингера, считаем, что в объектах нижнего уровня – фундаментальных частицах содержится 1 бит неопределенности (информации). Далее оценивается объем неопределенности (информации) в объектах второго уровня. Он равен сумме неопределенности (информации) объектов нижнего уровня плюс объем неопределенности (информации), заключенной в структуре объекта второго уровня иерархии (мезоны, барионы). Объем информации в структуре объекта второго уровня оценивается по волновой функции объекта второго уровня и по графу, отображающему структуру объекта второго уровня. Аналогично оценивается объем неопределенности (информации) в объектах следующих уровней.

Методика оценки объема информации азотистых оснований и аминокислот по частоте их использованию в ДНК, РНК, белках (частотная методика). В данном случае мы используем то замечательное обстоятельство, что 4 азотистыми основаниями (4 «буквами») природа кодирует («записывает») аминокислоты, а 20 аминокислотами (20 «буквами») природа для кодирует («записывает») белки. Поэтому считаем, что (при равновероятном использовании) азотистое основание содержит  $\log_2 4 = 2$  бита информации, а аминокислота  $-\log_2 20 = 4,32$  бита.

Открыта связь между информацией и массой в разных типах материи

Черная дыра содержит неоднородности (информацию) в объеме пропорциональном квадрату массы:  $I_{Bh} = \alpha_{Bh} M_{Bh}^2$ .

Нейтронная звезда (белый карлик) содержит неоднородности (информацию) в объеме пропорциональном массе, умноженной на логарифм массы:  $I_{Ns} = \alpha_{Ns} M_{Ns} \log_2 \beta_{Ns} M_{Ns}$ .

Обычное вещество содержит неоднородности (информацию) в объеме пропорциональном массе:  $I_{Us} = \alpha_{Us} M_{Us}$ .

Темная материя содержит неоднородности (информацию) в объеме пропорциональном массе:  $I_{Dm} = \alpha_{Dm} M_{Dm}$  ( $\alpha_{Dm} \ll \alpha_{Us}$ ), но существенно меньшем, чем обычное вещество.

Темная энергия не содержит неоднородностей (информации):  $I_{De} (M_{De}) = 0$ .

В общем случае зависимость объема информации (информационной емкости) материи от массы имеет вид  $I = f(M)$  бит.

Обнаружено существование информационного взаимодействия – пятого вида фундаментальных взаимодействий.

Известны четыре вида физических взаимодействий: гравитационное, электромагнитное, сильное, слабое. Сила взаимодействия каждого вида зависит от расстояния между взаимодействующими объектами. Например, для гравитационного взаимодействия эта сила обратно пропорциональна квадрату расстояния между объектами, для сильного – экспоненциально уменьшается с расстоянием, взаимодействие между кварками пропорционально расстоянию. Вид зависимости силы взаимодействия от расстояния определяется соответствующим **физическим законом**.

Запутанность, сцепленность состояний, частей квантовой системы порождает пятый вид взаимодействия - информационное. «Запутанность – это уникальный квантовомеханический ресурс, который играет ключевую роль во многих наиболее интересных применениях квантовых вычислений и квантовой информации; это своего рода железо в бронзовом веке классического мира. Запутанность считается фундаментальным ресурсом природы, сравнимым по важности с энергией, информацией, энтропией или любым другим фундаментальным

ресурсом». Взаимодействие сцепленных состояний, запутанность, связь между сцепленными состояниями не зависит от их расположения в пространстве, от расстояния между ними. Этот удивительный факт объясняется **информационным законом** сохранения неопределенности.

**Оценка информационного взаимодействия сцепленных (запутанных) состояний.**

Для оценки связи между двумя q-битами в работе используем информацию связи. Информационное взаимодействие двух q-битов находится в диапазоне (0, 1), а максимальное взаимодействие между двумя сцепленными q-битами равно одному биту. Поскольку взаимодействие сцепленных состояний измеряется в информационных единицах, то естественно считать данное взаимодействие информационным.

В общем случае связь (точнее, как станет ясно в дальнейшем энергию связи) между сцепленными подсистемами A и B квантовой системы A + B также, как и связь между двумя q-битами, можно охарактеризовать информацией связи. Информация связи случайных величин A и B определяется следующим образом:

$I_{AB} = N_A + N_B - N_{AB}$ , где  $I_{AB}$  – информация связи подсистем A и B;  $N_A, N_B$  – неопределенность (информационная энтропия) подсистем A, B,  $N_{AB}$  – совместная неопределенность (совместная информационная энтропия) системы A+B. Совместная неопределенность (совместная информационная энтропия) совместного распределения событий  $x$  и  $Y$  равна  $N_{xy} = -\sum_{i,j} p_{ij} \log_2 p_{ij}$ , где  $p_{ij}$  – вероятность совместного осуществления события  $i$  для  $x$  и  $j$  для  $y$ ,  $\sum_{i,j} p_{ij} = 1$ .

Для оценки информации связи двух подсистем произвольной системы используем представление системы в виде разложения Шмидта. Волновую функцию (амплитуду вероятности)  $\Psi_{AB}$  системы A + B, состоящей из двух сцепленных подсистем A и B, представим в виде  $\Psi_{AB} = \sum_{i=1}^d c_i |\alpha_i\rangle |\beta_i\rangle$ , где d – размерность подсистем A и B (размерность соответствующих гильбертовых пространств);  $|\alpha_i\rangle, |\beta_i\rangle$  – ортогональные базисные вектора подсистем A и B; а  $c_i$  – амплитуды векторов  $|\alpha_i\rangle |\beta_i\rangle$ .

Матрица совместного распределения вероятностей базовых состояний подсистем системы  $A + B$  при использовании разложения Шмидта равна

$$P = \begin{pmatrix} |c_1|^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |c_2|^2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & |c_d|^2 \end{pmatrix},$$

а вектора распределения вероятностей  $P_A^T$ ,  $P_B^T$  реализации базисных векторов  $|\alpha_i\rangle$ ,  $|\beta_i\rangle$  подсистем  $A$ ,  $B$  одинаковы, т.е.

$$P_A^T = (|c_1|^2, |c_2|^2, \dots, |c_d|^2), \quad P_B^T = (|c_1|^2, |c_2|^2, \dots, |c_d|^2).$$

При этом совместная неопределенность  $N_{AB}$  подсистем  $A$ ,  $B$  системы  $A + B$ , а также неопределенности  $N_A$ ,  $N_B$  подсистем  $A$ ,  $B$ , по отдельности равны, т.е.

$$N_{AB} = -\sum_{i=1}^d |c_i|^2 \log_2 |c_i|^2, \quad N_A = N_B = -\sum_{i=1}^d |c_i|^2 \log_2 |c_i|^2,$$

а информация связи  $I_{AB}$  (величина информационного взаимодействия) подсистем  $A$ ,  $B$  системы  $A + B$  равна  $I_{AB} = N_A + N_B - N_{AB} = -\sum_{i=1}^d |c_i|^2 \log_2 |c_i|^2$  бит. Из закона сохранения неопределенности следует, что если система находится в состоянии  $\Psi$ , то при изменении координат и ориентации  $q$ -битов, подмножеств  $q$ -битов, подсистем, сцепленного состояния в целом, неопределенности сцепленных состояний сохраняются.  $Q$ -биты, входящие в состав сцепленного состояния, также можно перемещать с произвольной скоростью друг относительно друга, не меняя неопределенность, что объясняет сохранение «силы» (энергии) информационного взаимодействия. Используя связь между информацией и энтропией  $S = k \cdot I$ , а также между энтропией и энергией (потенциалом)  $dE = T \cdot dS - P \cdot dV$  информационное взаимодействие подсистем  $A$  и  $B$  можно описать в принятых энергетических единицах (эргах, джоулях). Энергия (потенциал) взаимосвязи подсистем  $A$  и  $B$  системы  $A + B$  (энергия, которая необходима, чтобы разорвать информационное взаимодействие между  $A$  и  $B$  в принятых энергетических едини-

цах равна  $E_{AB} = S \cdot T = k \cdot T \cdot I_{AB}$ . Очевидно, что максимальное информационное взаимодействие  $I_{AB}$  подсистем  $A, B$  системы  $A + B$  равно  $I_{AB \max} = \log_2 d$  бит. Поскольку для несцепленных (незапутанных) подсистем  $A, B$   $I_{AB \min} = 0$ , то информационное взаимодействие  $F_{I_{AB}}$  подсистем  $A, B$  системы  $A + B$  лежит в диапазоне  $I_{AB \min} \leq F_{I_{AB}} \leq I_{AB \max}$  или  $0 \leq F_{I_{AB}} \leq \log_2 d$ .

Информационное взаимодействие нельзя трактовать как следствие и/или характеристику действия известных фундаментальных физических взаимодействий: гравитационного, электромагнитного, сильного, слабого, хотя сцепленные (запутанные) состояния и формируются с использованием этих взаимодействий, прежде всего электромагнитного взаимодействия. Невозможность такой трактовки объясняется тем, что информационное взаимодействие не зависит от расстояния, а все известные виды взаимодействия зависят.

Свойства информационного взаимодействия. Информационное взаимодействие (информация связи) подсистем  $A, B$  произвольной системы  $A + B$ , находящейся в состоянии  $\Psi$ , обладает следующими основными свойствами.

1. Величина информационного взаимодействия подсистем  $A, B$  есть скаляр.

2. Величина информационного взаимодействия подсистем  $A, B$

симметрична:  $I_{AB} = I_{BA}$ . 3. Величина информационного взаимодействия подсистем  $A, B$  неотрицательна. 4. Величина информационного взаимодействия подсистем  $A, B$  не превосходит величины

$$I_{AB \max} = N_A = N_B.$$

**Декогерентизация сцепленных состояний, подсистем и уменьшение информационного взаимодействия.** Следует отметить, что интенсивность информационного взаимодействия в общем случае со временем уменьшается. Причиной этому служит декогерентизация сцепленных состояний, подсистем, обусловленная взаимодействием с внешней средой. «Декогерентизация заключается в затухании (исчезновении) недиагональных элементов матрицы плотности системы в результате ортогонализации состояний окружения, соответствующих различным базисным состояниям компьютера. Так для квантовых

компьютеров взаимодействие регистра с неконтролируемым окружением, неточности в значениях параметров управляющих импульсов, а также неконтролируемое взаимодействие q-битов между собой являются источниками декогерентизации состояния квантового компьютера в целом».

Для формирования фундаментальных частиц необходимо не менее шести кубитов.

**Фундаментальная частица** — это частица без внутренней структуры, то есть не содержащая других частиц. Фундаментальные частицы могут быть классифицированы по спину: фермионы имеют полуцелый спин, а бозоны — целый спин. Согласно стандартной модели физики элементарных частиц — теории, описывающей свойства и взаимодействия элементарных частиц существует 12 ароматов фундаментальных фермионов: шесть кварков и шесть лептонов. Им соответствуют двенадцать античастиц.

По стандартной модели, элементарными бозонами являются следующие частицы (таблица 1).

Таблица 1 – Элементарные бозоны (стандартная модель)

| Название     | Заряд (e) | Спин | Масса (ГэВ) | Переносимое взаимодействие      |
|--------------|-----------|------|-------------|---------------------------------|
| Фотон        | 0         | 1    | 0           | Электромагнитное взаимодействие |
| W+           | +1        | 1    | 80,4        | Слабое взаимодействие           |
| W-           | -1        | 1    | 80,4        | Слабое взаимодействие           |
| Z0           | 0         | 1    | 91,2        | Слабое взаимодействие           |
| 8 Глюонов    | 0         | 1    | 0           | Сильное взаимодействие          |
| Бозон Хиггса | 0         | 0    | >112        | Поле Хиггса                     |

Следует добавить гравитон. Итого 14 бозонов. Общее число фундаментальных частиц в стандартной модели (плюс гравитон) равно  $36 \cdot \log_2 36 = 5,17$ .

Если считать, что фундаментальные частицы представляют собой комбинации кубитов, то на формирование 36 фундаментальных частиц заданных стандартной моделью необходимо не менее 6 кубитов.

Получены оценки объема информации в элементарных частицах и атомах

**Объем информации в фундаментальных частицах.** Волновые функции  $W^\pm$  - бозонов:  $W^\pm = \frac{W_r^{(1)} \mp W_r^{(2)}}{\sqrt{2}}$ . Объем информации в структуре  $W^\pm$  - бозонов 1 бит.

Волновая функция фотона с круговой поляризацией  $\psi_\gamma = \frac{|x\rangle + i|y\rangle}{\sqrt{2}}$ . Объем информации в структуре такого фотона равен 1 бит.

Волновая функция фотона  $\gamma$  выражается через калибровочные поля  $W_r^{(3)}$  и  $B_r$   $\gamma = -W_r^{(3)} \sin \theta_W + B_r \cos \theta_W$ ,  $\theta_W$  - угол Вайнберга ( $\sin^2 \theta_W \approx 0,2324$ ) Объем информации в таком фотоне  $\gamma$  равен  $N_\gamma = -(\cos^2 \theta_W \log_2 \cos^2 \theta_W + \sin^2 \theta_W \log_2 \sin^2 \theta_W) \approx 0,78$  бит.

Волновые функции лептонов и кварков имеют простейший вид:  $\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ . Объем информации в структуре лептонов и кварков – 1 бит.

Объем информации в составных элементарных частицах.

### 1. Объем информации в мезонах.

Волновая функция пиона  $\pi^+$ :  $\varphi(\pi^+) = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\bar{n} \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle - |\bar{n} \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle]$ .

Объем информации в структуре пиона  $\pi^+$  – 1 бит, а объем информации в пионе  $\pi^+$  – 3 бита.

Волновая функция пиона  $\pi^0$ :

$$\varphi(\pi^0) = \frac{1}{2} [|\bar{p} \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle - |\bar{p} \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle - |\bar{n} \uparrow\rangle |n \downarrow\rangle + |\bar{n} \downarrow\rangle |n \uparrow\rangle]$$

Объем информации в структуре пиона  $\pi^0$  – 2 бита, а объем информации в пионе  $\pi^0$  – 4 бита.

Векторные мезоны (спины кварка и антикварка параллельны).

Волновые функции мезонов:

$$\begin{aligned} \varphi(\rho^+, s_z = 0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|\bar{n} \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle + |\bar{n} \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle], \\ \varphi(\omega, s_z = +1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|\bar{p} \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle + |\bar{n} \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle], \\ \varphi(\omega, s_z = 0) &= \frac{1}{2} [|\bar{p} \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle + |\bar{p} \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle + |\bar{n} \uparrow\rangle |n \downarrow\rangle + |\bar{n} \downarrow\rangle |n \uparrow\rangle]. \end{aligned}$$

Объем информации в структуре мезонов  $\rho^+, s_z = 0, \omega(s_z = +1) - 1$  бит, а объем информации в мезонах  $\rho^+, s_z = 0, \omega(s_z = +1) - 3$  бита. Объем информации в структуре мезона  $\omega(s_z = 0) - 2$  бита, а объем информации в мезоне  $\omega(s_z = 0) - 4$  бита.

## 2. Объем информации в барионах.

Волновые функции барионов:

$$\begin{aligned} \varphi\left(\Delta^+, s_z = \frac{3}{2}\right) &= \frac{1}{\sqrt{3}} [|\rho \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle + |\rho \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle + |\rho \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle] \\ \varphi\left(\Delta^+, s_z = \frac{1}{2}\right) &= \frac{1}{3} [|\rho \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle |n \downarrow\rangle + |\rho \uparrow\rangle |n \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle + |\rho \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle + \\ &+ |\rho \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle + |\rho \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle + |\rho \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle + \\ &+ |\rho \downarrow\rangle |n \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle + |n \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle + |n \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle]. \end{aligned}$$

Объем информации в структуре  $\varphi\left(\Delta^+, s_z = \frac{3}{2}\right)$  равен 3,17 бита, а полный объем информации в  $\varphi\left(\Delta^+, s_z = \frac{3}{2}\right)$  равен 6,17 бит.

Волновая функция протона со спином «вверх»:

$$\begin{aligned} \varphi\left(P, s_z = \frac{1}{2}\right) &= \frac{1}{\sqrt{18}} (2|\rho \uparrow\rangle |n \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle + 2|\rho \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle |n \downarrow\rangle + 2|n \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle - \\ &- |\rho \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle |n \uparrow\rangle - |\rho \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle - |\rho \downarrow\rangle |n \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle - \\ &- |n \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle - |n \uparrow\rangle |p \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle - |p \downarrow\rangle |p \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle). \end{aligned}$$

Волновая функция нейтрона со спином «вверх»:

$$\varphi\left(N, s_z = \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{18}} (-2|n \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle |n \uparrow\rangle - 2|n \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle |p \downarrow\rangle - 2|p \downarrow\rangle |n \uparrow\rangle |n \uparrow\rangle +$$

$$+ |p \uparrow \rangle |n \downarrow \rangle |n \uparrow \rangle - |n \uparrow \rangle |p \uparrow \rangle |n \downarrow \rangle + |n \downarrow \rangle |p \uparrow \rangle |n \uparrow \rangle + \\ |n \uparrow \rangle |n \downarrow \rangle |p \uparrow \rangle + |p \uparrow \rangle |n \uparrow \rangle |n \downarrow \rangle + |n \downarrow \rangle |n \uparrow \rangle |p \uparrow \rangle$$

Объем информации в структуре протона и нейтрона равен 2,837 бита. Полная неопределенность (объем информации) в протоне и нейтроне содержится в структуре протона (нейрона) и в кварках (по 1 биту в каждом) и равна 5,837 бит.

*Примечание.* Дополнительная неопределенность в нейтроне оп-

$$F(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

ределяется конечным временем его жизни. Пусть

функция распределения этого времени.  $\tau \approx 10^3$  с – среднее время жизни нейтрона. Тогда дополнительная неопределенность нейтрона равна

$$\log_2 e \cdot \frac{\tau}{\tau_M}, \text{ где } \tau_M \text{ – масштаб времени.}$$

**Объем информации в элементарных частицах с учетом цветов кварков.** Цвет каждого кварка имеет 3 возможных значения, обычно это красный (к), зеленый (з) и синий (с), а волновая функция бозона  $\Psi$  представляется как произведение антисимметричной цветовой функции и симметричной пространственной-спиновой-ароматовой.

$$\Psi = \Psi_{\text{антисим(цвет)}} \cdot \Psi_{\text{сим(простр., спин, аромат)}}$$

Волновая функция, описывающая цветовую структуру мезонов,

$$\Psi_{\text{мез}} = \frac{1}{\sqrt{3}} (K_{q1} \cdot \bar{K}_{\bar{q}1} + 3_{q2} \cdot \bar{3}_{\bar{q}2} + C_{q3} \cdot \bar{C}_{\bar{q}3})$$

имеет вид:

где  $q1$  - красное состояние,  $zq2$  - зеленое состояние, а  $sq3$  - синее состояние.

Соответственно, волновая функция, описывающая цветовую структуру барионов, имеет вид:

$$\Psi_{\text{бар}} = \frac{1}{\sqrt{6}} (K_{q1} \cdot 3_{q2} \cdot C_{q3} - K_{q1} \cdot C_{q2} \cdot 3_{q3} + C_{q1} \cdot K_{q2} \cdot 3_{q3} - \\ C_{q1} \cdot 3_{q2} \cdot K_{q3} + 3_{q1} \cdot C_{q2} \cdot K_{q3} - 3_{q1} \cdot K_{q2} \cdot C_{q3})$$

Очевидно, что цвет добавляет информацию: для мезонов -

$$\log_2 3 = 1,584962501 \approx 1,585 \text{ бит; для барионов} - \log_2 6 \approx 2,585 \text{ бит.}$$

Уточним оценки объемов информации в элементарных частицах с учетом цветов кварков.

- Объем информации в структуре пиона  $\pi^+$  – 1 бит, в кварках – 2 бита, цветовой информации – 1,585 бит. Полный объем информации в пионе  $\pi^+$  – 4,585 бита.

- Объем информации в структуре пиона  $\pi^0$  – 2 бита, в кварках – 2 бита, цветовой информации – 1,585 бит. Полный объем информации в пионе  $\pi^0$  – 5,585 бита.

- Объем информации в структуре мезонов  $\rho^+$ ,  $\omega(s_z = +1)$  – 1 бит, в кварках – 2 бита, цветовой информации – 1,585 бит. Полный объем информации в мезонах  $\rho^+$ ,  $\omega(s_z = +1)$  – 4,585 бита.

- Объем информации в структуре мезона  $\omega(s_z = 0)$  – 2 бита, в кварках – 2 бита, цветовой информации – 1,585 бит. Объем информации в мезоне  $\omega(s_z = 0)$  – 5,585 бит.

- Объем информации в структуре  $\varphi\left(\Delta^+, s_z = \frac{3}{2}\right)$  – 3,17 бита, в кварках – 3 бита, цветовой информации – 2,585 бит. Полная неопределенность (объем информации) в структуре  $\varphi\left(\Delta^+, s_z = \frac{3}{2}\right)$  – 8,755 бит.

- Объем информации в структуре протона и нейтрона равна 2,837 бит. Если учесть неопределенность ориентации спина, то следует добавить 1 бит – 3,837 бит. Объем информации в кварках (по 1 биту в каждом) – 3 бита, цветовой информации – 2,585 бит. Следовательно, полный объем информации в протоне и нейтроне содержится в структуре протона (нейтрона), в кварках и в цвете и равен 9,422 бит.

- В среднем в атомах на 1 бит информации используется  $\approx 1,69 \cdot 10^{-28}$  кг массы вещества (например: в атоме водорода  $\approx 1,6 \cdot 10^{-28}$  кг, в атоме лития  $\approx 1,93 \cdot 10^{-28}$  кг, а среднеквадратичное отклонение равно  $\approx 7,86 \cdot 10^{-30}$ , что не превосходит 5% от среднего значения). Это примерно в  $\approx 6 \cdot 10^{11}$  раз больше минимальной массы, необходимой для формирования 1 бита микроинформации при температуре 2,7К, равной

$$m_{\min} = \frac{kT}{c^2} \ln 2 = \frac{2,7k}{c^2} \ln 2 \approx 10^{-40} \text{ кг.}$$

При уточнении моделей фундаментальных частиц оценки объемов информации в элементарных частицах и атомах также должны быть уточнены.

- Открыто существование пятого типа взаимодействия – информационного взаимодействия.

- Показано, что для формирования фундаментальных частиц необходимо не менее 6 q-битов.

- Определен вид гравитационного потенциала  $\propto \frac{1}{r}$ , напряженности гравитационного поля  $\propto \frac{1}{r^2}$ .

- Полученные оценки совместной энтропии свидетельствуют о единой информационной и физической природе сильного и электро-слабого взаимодействия.

- Даны оценки объемов информации в фундаментальных и элементарных частицах, атомах, молекулах, газах, жидкостях, твердых телах, звездах, галактиках, Вселенной.

- Разработаны информационные модели космологических объектов (черных дыр, нейтронных звезд, белых карликов, звезд солнечного типа).

- Выведена формула Хокинга для черных дыр (информационный спектр излучения черной дыры).

- Выведена формула для информационного спектра излучения нейтронных звезд и белых карликов.

- Получены информационные ограничения на образование и слияние черных дыр.

- Открыто существование и исследованы характеристики оптимальных черных дыр (минимизирующих объем информации в областях Вселенной, Вселенной в целом).

- Дана оценка массы начальных неоднородностей Вселенной.

- Показано, что расширение Вселенной является причиной и источником формирования информации, причем разнообразные физические процессы в расширяющейся Вселенной обеспечивают формирование информации.

- Показано, что объем информации, формирующейся в системе отсчета, движущейся с ускорением, равен

$$I(x') = -\ln J = -\ln \sqrt{-g'} = \ln \sqrt{1 + \frac{2ax}{c^2}} \approx \frac{ax}{c^2}$$

- Даны оценки основных информационных характеристик Вселенной, в том числе, максимально и минимально возможного, текущего объемов информации во Вселенной.

Показано, что наряду с физическими мировыми константами существуют информационные мировые константы:

- информационная граница (information border, limit)  $IB = 10^{90}$  бит,
- постоянная памяти (constant memory)  $M = 10^{28}$  бит/кг,
- постоянная быстродействия ISH (constant speed, performance), определяемая базисными состояниями атома водорода  $ISH = 1,9 \cdot 10^{10}$  оп/с,

- постоянная быстродействия (constant speed, performance), определяемая энергией ионизации атомов водорода ISIH, не превышает  $3,81 \cdot 10^{16}$  оп/с,

- постоянная быстродействия (constant speed, performance), определяемая энергией ионизации атомов (не водорода) ISIA, не превышает  $7,4 \cdot 10^{16}$  оп/с,

- производительность компьютера массой один килограмм, построенного из атомов водорода, не превышает  $2,28 \cdot 10^{43}$  оп/с,

- производительность компьютера массой один килограмм, построенного из атомов (не водорода), не превышает  $1,12 \cdot 10^{43}$  оп/с.

- постоянная информационных затрат (information costs)  $IC = 3 \cdot 10^{-38}$  кг/бит.

Данные константы следует добавить в ряд мировых констант: постоянная Планка  $h$ , гравитационная постоянная  $G$ , скорость света  $C$ , постоянная Больцмана  $k$ , ... Информационные мировые константы определяют процессы формирования и развития естественных и искусственных объектов. Достичь данных мировых констант при исследовании и создании информационных систем невозможно – это ограничения, которые необходимо учитывать, это пределы к которым необходимо стремиться.

- Показано, что Вселенная с конечной информацией абсолютно познаваема.

- Приведенные сведения показывают, что приоритет получения информационными методами физических результатов принадлежит России, хотя последние результаты зарубежных ученых очень интересны и важны.

- Поскольку неоднородности существуют во всех вселенных, то подход, базирующийся на информационных характеристиках неоднородностей любой природы и соответствующие закономерности (законы информатики), распространяется на все возможные вселенные, даже на вселенные с разными физическими законами. Не означает ли это идентичность всех возможных вселенных или единственность Вселенной?
- Использование информационных законов информатики совместно с физическими законами позволит раскрыть все тайны природы, в частности, построить теорию квантовой гравитации.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Zeilinger A. A Foundational Principle for Quantum Mechanics", Foundations of Physics 29 (4): 631-43. (1999).
2. Глушков В.М. О кибернетике как науке // Кибернетика, мышление, жизнь. - М.: Мысль. - С. 53-62. 1964.
3. Встовский Г.В. Элементы информационной физики». – М.: МГИУ, 2002.
4. Гуревич И.М. Законы информатики – основа исследований и проектирования сложных систем связи и управления. Методическое пособие. – М.: ЦООНТИ «Экос», 1989. 60 с.
5. Шеннон К. Математическая теория связи. Работы по теории информации и кибернетики. Издательство иностранной литературы, М. 1963 – с. 243 – 332.
6. Стратонович Р.Л. Теория информации. – М.: Советское радио, 1975.
7. Урсул А.Д. «Природа информации. Философский очерк». 1-е издание. Москва. Политиздат. 1968. 288 с.
8. Гуревич И.М. «Законы информатики – основа строения и познания сложных систем». – М.: «Антиква», 2003.
9. Гуревич И.М. «Законы информатики – основа строения и познания сложных систем». Издание второе уточненное и дополненное. М. «Торус Пресс». 2007. 400 с.
10. Гуревич И.М. Информационные характеристики физических систем. Издание второе уточненное и дополненное. «Кипарис». Севастополь. 2010. 260 с.
11. Гуревич И.М., Урсул А.Д. Информация – всеобщее свойство материи. Характеристики. Оценки. Следствия. ЛИБРОКОМ. Москва. 2011. 312с.

12. Гуревич Игорь. ФИЗИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА. LAP Lambert Academic Publishing. (26.01.2012). 288с.

13. Igor Gurevich. Some works on physical informatics. LAP Lambert Academic Publishing. 2012-12-04 - ISBN-13: 978-3-659-30498-9. 276 p,

14. Чернавский Д.С. Синергетика и информация. "Наука" Москва. 2001.

15. José María Díaz Nafría, Mario Pérez-Montoro. (2010). Is information a sufficient basis for cognition? (Part 2). <http://www.sciforum.net/presentation/364>.

16. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. Государственное издательство физико-математической литературы. М. 1960.

17. Биллингсгей П. Эргодическая теория и информация. «Мир», Москва, 1969.

18. Bennet C.H., Brassard G., Crepeau C., Jorsra R., Peres A., Wootters W.K. *Phys. Rev.Lett.* 70 1985 (1993)

19. Bennet C.H., Bernstein H.J., Popescu S., Schumacher B. *Phys. Rev.Lett.* A 53 2046 (1996).

20. Пенроуз Р. Новый ум короля. УРСС. Москва. 2003. (Oxford University Press. 1989).

21. Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: Надежда и реальность. Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика». - Москва-Ижевск: 2001.

22. Митюгов В.В. Физические основы теории информации, «Сов.радио», М., 1975г.

23. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. «Мир», Москва, 2006. 822

24. Валиев К.А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления. УФН. Том 175. № 1, 2005.

25. Wheeler J.A., «Geons, Black Holes & Quantum Foam: A Life in Physics». New York, W.W. Norton & Company, 1998, pp. 63-64].

26. Rashevsky N. *Bulletin of mathematical biophysics.* Volume 17, 1956. pp. 111-126.

27. Trucco E. «On the information content of graphs: compound symbols; different states for each point». / Trucco E. *Bulletin of mathematical biophysics.* Volume 16, 1956. pp. 237-258.

28. Гуревич И.М. Евстигнеев М.П. Информационные характеристики органических молекул. Системы и средства информатики. Том 22. Выпуск 2. ИПИ РАН. М. 2012. Стр. 308-325.

УДК 004.03; +530.1

**И.М. Гуревич**, канд. техн. наук, с.н.с.

ФИЦ «Информатика и управление» РАН

119333 Москва, ул. Вавилова, дом 44, корп. 2

тел.+7 (499)135-41-89

ООО «ГЕТНЕТ Консалтинг»

г.Москва, Андроновское шоссе 26, корп.2

e-mail: iggurevich@gmail.com

## **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

На произвольных физических системах, объектах наряду с физическими характеристиками (массой, энергией, зарядом,...), определяются и информационные характеристики – информационная энтропия, информационная дивергенция, совместная информационная энтропия, информация связи, дифференциальная информационная емкость. Информационная энтропия, информационная дивергенция определены на наблюдаемых и состояниях физической системы, совместная информационная энтропия определена на унитарных преобразованиях, связывающих состояния физической системы. Информация связи определена на наблюдаемых (наблюдаемой в квантовой механике называют любую физическую величину, которую можно измерить, причем результатами эксперимента обязательно должны являться действительные числа) и состояниях взаимодействующих подсистем физической системы и унитарных преобразованиях связывающих подсистемы.

Единицы измерения информации. Объем информации  $I$  измеряется в битах (двоичных единицах) [7, 107]. Для системы с  $n$  равновероятными состояниями объем информации, получаемой при реализации одной из альтернатив, равен логарифму числа состояний, в которых может находиться система  $I = \log_2 n$ . Один бит – объем информации получаемой при реализации одной из двух равновероятных альтернатив:  $1 \text{ бит} = \log_2 2$ . Объем информации измеряется в безразмерных величинах.

Информационные модели и информационные законы являются содержательной интерпретацией математических выражений, формул, уравнений в информационной системе понятий, дающей объяснение результатам наблюдений.

Информационные характеристики физических систем (например: объем информации в расширяющейся Вселенной, квадратичная зависимость информации в черной дыре от массы) исследуются с привлечением информационных методов. При этом используются известные, общепризнанные физические модели. Так как информационные характеристики физических систем связаны с физическими характеристиками, то при исследовании информационных характеристик одновременно исследуются физические характеристики (например: структура, излучение черной дыры, масса начальных неоднородностей Вселенной).

## **1. Информационная энтропия – характеристика наблюдаемых и состояний квантовых систем, мера сложности систем**

### **1.1. Неопределенность и информация наблюдаемых и состояний квантовых систем**

Приведем определение неопределенности, введенное автором в 1989г. в работе [6]. Внешняя неопределенность. Согласно квантовой механике для системы, находящейся в чистом состоянии (описываемой волновой функцией или амплитудой вероятности), часть параметров «а» задается точно, значения другой части параметров «b» при этом определяется функцией или плотностью распределения  $P(b) = |\psi_a(b)|^2$ , где  $\psi_a(b)$  – волновая функция [101-106], описывающая физическую систему в b–представлении (волновая функция, описывающая наблюдаемую b). Система, находящаяся в чистом состоянии  $\psi_a(b)$ , имеет неопределенность наблюдаемой b, равную информационной энтропии Шеннона для непрерывных случайных величин [7, 107]  $N_a(b) = -\int |\psi_a(b)|^2 \log_2 |\psi_a(b)|^2 db$  бит. Как правило, внешняя неопределенность определяется на волновых функциях, зависящих от пространственно-временных координат.

Внутренняя неопределенность. Как правило, определяется на амплитудах вероятности в гильбертовых пространствах, описывающих состояние системы. Рассмотрим объект в состоянии  $|\alpha\rangle$ , описываемом амплитудами вероятностей  $\langle \beta_i | \alpha \rangle$   $|\alpha\rangle = \sum |\beta_i\rangle \langle \beta_i | \alpha \rangle$ , где величина  $\langle \beta_i | \alpha \rangle^2$  есть вероятность обнаружения наблюдаемой  $\beta$ , объекта, находящегося в состоянии  $|\alpha\rangle$ , в базисном состоянии  $|\beta_i\rangle$ , а неопределен-

ность (информация) наблюдаемой  $\beta$ , объекта, находящегося в состоянии  $|\alpha\rangle$  равна информационной энтропии Шеннона для дискретных случайных величин  $N = -\sum \left| \langle \beta_i | \alpha \rangle \right|^2 \log_2 \left| \langle \beta_i | \alpha \rangle \right|^2$  бит. Неопределенность определяется состоянием, в котором находится система и наблюдаемой, описывающей систему, причем, в общем случае, неопределенность разных наблюдаемых системы, находящейся в заданном состоянии, может быть различна. Если наблюдаемая фиксирована, то можно говорить о неопределенности состояния квантовой системы, как и в случае задания системы координат из априорных соображений.

Полная неопределенность системы равна сумме внешней и внутренней неопределенности.

**Примечание 1.** Информационная энтропия является оценкой неопределенности и информации. “Эта величина измеряет также количество неопределенности, содержащейся в этом эксперименте, т.е. количество неопределенности до бросания кости относительно того, каков будет его результат. Наконец, эта величина измеряет информацию, содержащуюся в этом эксперименте, или количество информации, получаемой в результате бросания. Тот факт, что случайность и неопределенность имеют естественную общую меру, неудивителен. Вследствие “формулы” прирост информации = устраненная неопределенность представляется разумным, что неопределенность и информация должны измеряться с помощью одной и той же функции” [108].

**Примечание 2.2.** В 1993г. Bennett С.Н. с коллегами [77-78] под названием «величина запутывания» ввели эту же информационную характеристику физических объектов. В отличие от энтропии, используемой в статистической физике и характеризующей неопределенность состояний, в которых может находиться физическая система, информационная энтропия характеризует неопределенность конкретного состояния, точнее говоря, неопределенность наблюдаемой системы, находящейся в некотором состоянии. Во избежание неоднозначности терминологии, для обозначения свойства «неопределенность» и его количественной меры - информационной энтропии будем использовать один термин – «неопределенность». Введенное определение неопределенности придает широко используемому в квантовой механике понятию неопределенности точный информационный смысл.

В качестве единицы измерения неопределенности, как правило, будем использовать бит, иногда, для удобства, натуральную единицу нат, равную  $\log_2 e \approx 1,44$  бит (1 бит  $\approx 0,69$  нат).

### 1.2. Неопределенность смешанного состояния

Смешанное состояние определяется как смесь чистых состояний  $\psi_i(x)$ , вероятность реализации  $\psi_i(x)$  равна  $p_i$ .

Рассмотрим матрицу совместных вероятностей

$$S = \begin{pmatrix} p_1 |\psi_1(x_1)|^2 \Delta x & \dots & p_1 |\psi_1(x_j)|^2 \Delta x & \dots & p_1 |\psi_1(x_m)|^2 \Delta x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_i |\psi_i(x_1)|^2 \Delta x & \dots & p_i |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x & \dots & p_i |\psi_i(x_m)|^2 \Delta x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_n |\psi_n(x_1)|^2 \Delta x & \dots & p_n |\psi_n(x_j)|^2 \Delta x & \dots & p_n |\psi_n(x_m)|^2 \Delta x \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы  $S$ ,  $p_i |\psi(x_j)|^2 \Delta x$ , — вероятности совместного события «реализовано состояние  $\psi_i(x)$  и  $x$  принимает значения в окрестности точки  $x_j$  размером  $\Delta x$ ». Справедливы следующие соотношения:  $\sum_i p_i = 1$ ,  $\sum_i p_i |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x = 1$ ,  $x_{j+1} = x_j + \Delta x$ .

Оценим неопределенность совместного распределения состояний и координат

$$\begin{aligned} N_{i,x} &= -\sum_i \sum_j p_i |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \ln p_i |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x = \\ &= -\left( \sum_i \sum_j p_i |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \ln p_i + \sum_i \sum_j p_i |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \ln |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \right) = \\ &= -\left( \sum_i p_i \ln p_i \sum_j |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x + \sum_i p_i \sum_j |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \ln |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \right) = \\ &= -\sum_i p_i \ln p_i + \sum_i p_i \sum_j |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \ln |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \\ &= -\left( \sum_i p_i \ln p_i + \sum_j |\psi(x_j)|^2 \Delta x \ln |\psi(x_j)|^2 \Delta x \right). \end{aligned}$$

Итак, имеем  $\sum_i p_i \ln p_i = S$  – энтропия системы. При  $\Delta x \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} & \sum_i p_i \sum_j |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \ln |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \\ &= - \left( \sum_i p_i \sum_j |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \ln |\psi_i(x_j)|^2 + \sum_i p_i \ln \Delta x \right) \\ &= - \left( \sum_i p_i \sum_j |\psi_i(x_j)|^2 \Delta x \ln |\psi_i(x_j)|^2 + \ln \Delta x \right) \\ &= \left( \sum_i p_i \left( - \int |\psi_i(x_j)|^2 \ln \int |\psi_i(x_j)|^2 dx \right) - \ln \Delta x \right) \end{aligned}$$

По-прежнему выбирая масштаб так, что  $\ln \Delta x = 0$ , получаем

$$\begin{aligned} & \left( \sum_i p_i \left( - \int |\psi_i(x_j)|^2 \ln \int |\psi_i(x_j)|^2 dx \right) \right) = \sum_i p_i N_i, \\ & \left( \sum_i p_i \left( - \int |\psi_i(x_j)|^2 \ln \int |\psi_i(x_j)|^2 dx \right) \right) = N. \end{aligned}$$

Неопределенность наблюдаемой в смешанном состоянии системы  $N_S$  равна сумме средней неопределенности наблюдаемой в чистых состояниях  $N$  плюс энтропия системы  $S$  (неопределенность состояний)  $N_S = N + S$ .

Где  $N = \sum_i p_i N_i$ ,  $N_i$  – неопределенность наблюдаемой в  $i$ -м (чистом) состоянии системы, а  $S$  – энтропия системы (неопределенность состояний системы)  $S = - \sum_i p_i \ln p_i$ .

Основные свойства неопределенности (информации)

Неопределенность  $N$  физических систем (наблюдаемых) может принимать любые значения от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

Классические объекты, приборы, обладающие точными значениями всех своих параметров, имеют неопределенность, равную  $-\infty$  (не ноль!). Свободные частицы могут иметь пространственную неопределенность, равную  $+\infty$ .

Неопределенность физической системы  $S$ , состоящей из невзаимодействующих подсистем  $S_1, S_2, \dots$ , равна сумме неопределенностей этих подсистем (аддитивность):  $N_s = N_{s1} + N_{s2} + \dots$

Неопределенность физической системы  $S$ , состоящей из взаимодействующих подсистем  $S_1, S_2$ , не превосходит суммы неопределенностей этих подсистем:  $N_{S1} + N_{S2} + \dots \geq N_S$ . Можно сказать, что в системе, состоящей из взаимодействующих подсистем, образуется дефект неопределенности:  $\Delta N_S = N_{S1} + N_{S2} + \dots - N_S$ .

Если у физической системы  $S$ , находящейся в смешанном состоянии, число возможных состояний  $M$  таково, что  $\ln M \gg \max N_i$ , то неопределенность системы можно считать приблизительно равной энтропии системы.

### **Описание и измерение**

Поскольку информационная энтропия служит одновременно для оценки неопределенности и информации, то можно утверждать, что теоретический и экспериментальный способы познания имеют «одинаковую» познавательную силу, так как объемы информации, получаемые при описании (теоретических исследованиях) систем и измерениях (экспериментальных исследованиях) систем, одинаковы.

### **Оценка сложности систем**

Оценивая сложность системы в целом, надо ее определять двумерным вектором, компонентами которого являются статическая сложность и динамическая сложность (неопределенность)  $S = (I, N)$  [4, 11, 21], где  $I$  – статическая сложность системы (объем информации в системе и/или описывающей систему),  $N$  – динамическая сложность системы (неопределенность). Статической сложностью  $I(K(X))$  слова  $X$  называется сложность  $K\varphi(X)$  слова  $X$  по некоторой фиксированной оптимальной вычислимой функции  $\varphi$  [109]. Статическая сложность системы  $I$  определяется длиной самого короткого ее описания  $I(X) = K(X)$ .

## **2. Информационная дивергенция – мера неоднородности**

### **2.1. Определение информационной дивергенции**

Наличие и свойства неоднородности, задаваемой распределением  $P$ , будем оценивать информационной дивергенцией  $D(P/R)$  [110-111] распределения  $P$  относительно равномерного распределения  $R$

$$D(P/R) = -\int P(x) \cdot \log_2 \frac{P(x)}{R(x)} \cdot dx = -\int P(x) \cdot \log_2 P(x) \cdot dx + \int P(x) \cdot \log_2 R(x) \cdot dx$$

где  $P(x)$  – распределение, характеризующее искомую неоднородность, а  $R(x)$  – равномерное распределение на интервале  $0 \leq x \leq a$

$$R(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty < x \leq 0 \\ \frac{1}{a} & \text{при } 0 < x \leq a \\ 0 & \text{при } a < x \leq \infty \end{cases}$$

Если  $P(x)$  определена на интервале  $0 \leq x \leq a$ , то информационная дивергенция равна

$$D = - \int_0^a P(x) \cdot \log_2 \frac{P(x)}{\frac{1}{a}} \cdot dx = - \int_0^a P(x) \cdot \log_2 (a \cdot P(x)) dx$$

$$\begin{aligned} D &= - \int_0^a P(x) \cdot \log_2 (a \cdot P(x)) dx = - \int_0^a P(x) \cdot \log_2 a \cdot dx - \int_0^a P(x) \cdot \log_2 P(x) dx = \\ &= - \log_2 a - \int_0^a P(x) \cdot \log_2 P(x) dx = N - \log_2 a \end{aligned}$$

Информационная дивергенция относительно равномерного распределения отличается от неопределенности (информационной энтропии) на  $-\log_2 a$ .

Аналогично оценивается неоднородность информационной дивергенцией и в многомерном случае. Неоднородность, задаваемая распределением  $P$ , оценивается информационной дивергенцией  $D(P/R)$  распределения  $P$  относительно равномерного распределения  $R$ .

$$D(P/R) = - \int P(x) \cdot \log_2 \frac{P(x)}{R(x)} \cdot dx = - \int P(x) \cdot \log_2 P(x) \cdot dx + \int P(x) \cdot \log_2 R(x) \cdot dx$$

$P(x)$  ( $x = x_1, x_2, x_3$ ) – распределение, характеризующее искомую неоднородность.

$R(x)$  ( $x = x_1, x_2, x_3$ ) – равномерное распределение в объеме  $V$ .

Если  $R(x)$  ( $x = x_1, x_2, x_3$ ) – равномерное распределение в объеме

$V$   $R(x) = \begin{cases} \frac{1}{V} & \text{при } x \in V \\ 0 & \text{при } x \notin V \end{cases}$  и  $P(x)$  также определена в объеме  $V$ , то информационная дивергенция равна

$$D = - \int \underset{v}{P(x)} \cdot \log_2 \frac{P(x)}{1} \cdot dx = - \int \underset{v}{P(x)} \cdot \log_2 (V \cdot P(x)) \cdot dx$$

В частности, имеем:

$$D(P/R) = - \int P(x_1, x_2, x_3) \cdot \log_2 \frac{P(x_1, x_2, x_3)}{R(x_1, x_2, x_3)} \cdot dx_1 dx_2 dx_3 =$$

$$= - \int P(x_1, x_2, x_3) \cdot \log_2 P(x_1, x_2, x_3) \cdot dx_1 dx_2 dx_3 +$$

$$\int P(x_1, x_2, x_3) \cdot \log_2 R(x_1, x_2, x_3) \cdot dx_1 dx_2 dx_3$$

$R(x_1, x_2, x_3)$  – равномерное распределение в области  $0 \leq x_i \leq a_i$

$$R(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty < x_i \leq 0 \\ \frac{1}{a_i} & \text{при } 0 < x_i \leq a_i \\ 0 & \text{при } a_i < x_i \leq \infty \end{cases}$$

Если  $R(x)$  – равномерное распределение в области  $0 \leq x_i \leq a_i$  и  $P(x_1, x_2, x_3)$  также определена в области  $0 \leq x_i \leq a_i$ , то информационная дивергенция равна

$$D = - \int_0^a P(x_1, x_2, x_3) \cdot \log_2 \frac{P(x_1, x_2, x_3)}{1} \cdot dx_1 dx_2 dx_3 =$$

$$\frac{3}{\prod_{i=1}^3 a_i}$$

$$= - \int_0^a P(x_1, x_2, x_3) \cdot \log_2 \left( \prod_{i=1}^3 a_i \cdot P(x_1, x_2, x_3) \right) \cdot dx_1 dx_2 dx_3$$

## 2.2. Свойства информационной дивергенции

**Утверждение 2.1.** Информационная дивергенция  $D(P(x)/R(x))$  относительно равномерного распределения  $R(x)$  не положительна  $D(P(x)/R(x)) \leq 0$ .

**Утверждение 2.2.** Если распределение  $P(x)$  равномерно –  $P(x) \equiv R(x)$ , то информационная дивергенция  $D(P(x)/R(x))$  в координатах  $x$  равна нулю:  $D(P(x)/R(x)) = 0$ .

При переходе от координат  $x = (x_1, \dots, x_n)$  к координатам  $y = (y_1, \dots, y_n)$

$$y_1 = y_1(x_1, \dots, x_n)$$

.....

$$y_i = y_i(x_1, \dots, x_n)$$

.....

$$y_n = y_n(x_1, \dots, x_n)$$

$$P(y) = P(x) \cdot J \frac{(x_1, \dots, x_n)}{(y_1, \dots, y_n)}$$

где  $J \frac{(x_1, \dots, x_n)}{(y_1, \dots, y_n)} = \frac{\partial(x_1, \dots, x_n)}{\partial(y_1, \dots, y_n)} = \left| \frac{\partial x_i}{\partial y_j} \right|$  - якобиан преобразования обратного к преобразованию  $y = y(x)$  [7].

При переходе от координат  $x = (x_1, \dots, x_n)$  к координатам

$$y = (y_1, \dots, y_n) \quad P(y) = P(x) \cdot J \frac{(x_1, \dots, x_n)}{(y_1, \dots, y_n)} \quad \text{и} \quad R(y) = R(x) \cdot J \frac{(x_1, \dots, x_n)}{(y_1, \dots, y_n)}.$$

Следовательно, дивергенция в новых координатах равна

$$\begin{aligned} D(P(y)/R(y)) &= -\int P(y) \cdot \log_2 \frac{P(y)}{R(y)} \cdot dy = \\ &= -\int P(x) J \left(\frac{x}{y}\right) \log_2 \frac{P(x) \cdot J \left(\frac{x}{y}\right)}{R(y) \cdot J \left(\frac{x}{y}\right)} \cdot dx = -\int P(x) J \left(\frac{x}{y}\right) \log_2 \frac{P(x)}{R(y)} \cdot dx = \\ &= -\int P(x) J \left(\frac{x}{y}\right) \log_2 P(x) \cdot dx + \int P(x) J \left(\frac{x}{y}\right) \log_2 R(x) \cdot dx \end{aligned}$$

**Утверждение 2.3.** Если распределение  $P(x)$  равномерно –  $P(x) \equiv R(x)$ ,  $y$  есть функция  $x - y = y(x)$  ( $y_i = y_i(x_1, \dots, x_n)$ ), то информационная дивергенция  $D(P(y)/R(y))$  в координатах  $y$  равна нулю:  $D(P(y)/R(y)) = 0$ .

**Утверждение 2.4.** Если  $y$  есть функция  $x \rightarrow y = y(x)$  ( $y_i = y_i(x_1, \dots, x_n)$ ), то информационная дивергенция  $D(P(x)/R(x))$  распределения  $P(x)$  относительно равномерного распределения  $R(x)$  и информационная дивергенция  $D(P(y)/R(y))$  распределения  $P(y)$  относительно равномерного распределения  $R(y)$  равны (не равны) нулю одновременно, т.е.  $D(P(x)/R(x))=0 \Leftrightarrow D(P(y)/R(y))=0$ , или  $D(P(x)/R(x)) \neq 0 \Leftrightarrow D(P(y)/R(y)) \neq 0$ .

**Утверждение 2.5.** При изменении единицы измерения (масштаба) переменной  $x$  информационная дивергенция  $D(P(x)/R(x))$  сохраняется.

Изменение единицы измерения (масштаба)  $M_1$  в  $\alpha$  раз  $M_2 = \alpha M_1$  приводит к изменениям координаты  $x_1$  в  $\frac{1}{\alpha}$  раз  $x_2 = \frac{1}{\alpha} x_1$ , дифференциала  $dx_1$  в  $\frac{1}{\alpha}$  раз  $dx_2 = \frac{1}{\alpha} dx_1$  ( $J(\frac{x_1}{x_2}) = \frac{dx_1}{dx_2} = \alpha$ ), диапазона изменения координаты  $x_1$   $0 \leq x_1 \leq a_1$ . Диапазон изменения координаты  $x_2$  равен  $0 \leq x_2 \leq a_2 = \frac{a_1}{\alpha}$  ( $\alpha = \frac{a_1}{a_2}$ ).

Оценим информационную дивергенцию при единице измерения  $M_1$  в координатах  $x_1$ .

$$D(P/R_1) = - \int P(x_1) \cdot \log_2 \frac{P(x_1)}{R_1(x_1)} \cdot dx_1 = - \int P(x_1) \cdot \log_2 P(x_1) \cdot dx_1 + \int P(x_1) \cdot \log_2 R_1(x_1) \cdot dx_1,$$

где  $P(x_1)$  – распределение, характеризующее искомую неоднородность, а  $R_1(x_1)$  – равномерное распределение на интервале  $0 \leq x_1 \leq a_1$ .

$$R_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty < x_1 \leq 0 \\ \frac{1}{a_1} & \text{при } 0 < x_1 \leq a_1 \\ 0 & \text{при } a_1 < x_1 \leq \infty \end{cases}.$$

Если  $R_1(x)$  – равномерное распределение на интервале  $0 \leq x_1 \leq a_1$  и  $P(x_1)$  также определена на интервале  $0 \leq x_1 \leq a_1$ , то информационная дивергенция равна

$$D = - \int_0^{a_1} P(x_1) \cdot \log_2 \frac{P(x_1)}{\frac{1}{a_1}} \cdot dx_1 = - \int_0^{a_1} P(x_1) \cdot \log_2 (a_1 \cdot P(x_1)) dx_1$$

Оценим информационную дивергенцию при единице измерения  $M_2$ .

$$D(P/R_2) = - \int P(x_2) \cdot \log_2 \frac{P(x_2)}{R_2(x_2)} \cdot dx_2 =$$

$$- \int P(x_2) \cdot \log_2 P(x_2) \cdot dx_2 + \int P(x_2) \cdot \log_2 R_1(x_2) \cdot dx_2,$$

где  $P(x_2)$  – распределение, характеризующее искомую неоднородность,  $R_2(x_2)$  – равномерное распределение на интервале  $0 \leq x_2 \leq a_2$

$$R_2(x_2) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty < x_2 \leq 0 \\ \frac{1}{a_2} & \text{при } 0 < x_2 \leq a_2 \\ 0 & \text{при } a_2 < x_2 \leq \infty \end{cases}$$

При этом, если  $P(x_2)$  также определена на интервале  $0 \leq x_2 \leq a_2$ , то

$$D = - \int_0^{a_2} P(x_2) \cdot \log_2 \frac{P(x_2)}{\frac{1}{a_2}} \cdot dx_2 = - \int_0^{a_2} P(x_2) \cdot \log_2 (a_2 \cdot P(x_2)) dx_2 =$$

$$= - \int_0^{a_2} P(x_2) \cdot \log_2 P(x_2) dx_2 - \int_0^{a_2} P(x_2) \cdot \log_2 a_2 dx_2$$

Поскольку значение неопределенности (информации), характеризующей физическую систему при масштабе  $M_2$ , равно значению неопределенности (информации), характеризующей физическую систему при масштабе  $M_1$  минус среднее значение логарифма якобиана [7]:

$$N_y = -\int \dots \int p(y_1, \dots, y_n) \ln p(y_1, \dots, y_n) dy_1 \dots dy_n =$$

$$N_x = -\int \dots \int p(x_1, \dots, x_n) \ln J\left(\frac{x_1, \dots, x_n}{y_1, \dots, y_n}\right) dx_1 \dots dx_n$$

, то

$$\begin{aligned} & - \int_0^{a_2} P(x_1) \cdot \log_1 P(x_1) dx_1 - \int_0^{a_2} P(x_1) \cdot \log_2 \alpha \cdot dx_1 - \log_2 a_2 \int_0^{a_2} P(x_2) \cdot dx_2 = \\ & = - \int_0^{a_2} P(x_1) \cdot \log_1 P(x_1) dx_1 - \int_0^{a_2} P(x_1) \cdot \log_2 \frac{a_1}{a_2} \cdot dx_1 - \log_2 a_2 \int_0^{a_2} P(x_2) \cdot dx_2 = \\ & = - \int_0^{a_2} P(x_1) \cdot \log_1 P(x_1) dx_1 - \log_2 \frac{a_1}{a_2} \cdot \int_0^{a_2} P(x_1) \cdot dx_1 - \log_2 a_2 \int_0^{a_2} P(x_2) \cdot dx_2 = \\ & = - \int_0^{a_2} P(x_1) \cdot \log_1 P(x_1) dx_1 - \log_2 \frac{a_1}{a_2} - \log_2 a_2 = \\ & - \int P(x_1) \cdot \log_2 \frac{P(x_1)}{R_1(x_1)} \cdot dx_1 = D(P/R_1) \end{aligned}$$

Таким образом, информационная дивергенция относительно равномерного распределения инвариантна к масштабу физических величин, что делает ее удобной характеристикой наблюдаемых.

### 3. Совместная информационная энтропия – характеристика унитарных преобразований

#### 3.1. Унитарные операторы

Линейный оператор  $U$  в гильбертовом пространстве  $H$  унитарным, если сопряженный оператор  $U^*$  совпадает с обратным  $U^{-1}$ , т.е.  $UU^* = U^*U = E$  ( $E$  - единичная матрица). Далее будут рассматриваться гильбертовы пространства  $H_n$  конечной размерности  $n$ . Оператор  $U$  является унитарным тогда и только тогда, когда для любых двух векторов их скалярное произведение равно скалярному произведению их

$$(x, y) = \left( x, U^* U y \right) = (Ux, Uy)$$

образов

. Рассмотрим матричное представление оператора  $U$  в заданном базисе  $x$ :  $U = \left\| u_{ij} \right\|$ ,  $U^{-1} = U^* = \left\| \bar{u}_{ji} \right\|$ ,  $\bar{u}_{ji} = u_{ij}^{-1}$ .

Пусть унитарный оператор  $U$  преобразует базис  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$  в базис  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_i \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$ .

$$y = Ux = \left\| u_{ij} \right\|_x \left( y_i = \sum_{j=1}^n u_{ij} x_j \right) \text{ или } \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_i \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1j} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2j} & \dots & u_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{i1} & u_{i2} & \dots & u_{ij} & \dots & u_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{n1} & u_{n2} & \dots & u_{ni} & \dots & u_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Тогда унитарный оператор  $U^{-1}$  преобразует базис  $y$  в базис  $x$

$$x = U^{-1}y = \left\| \bar{u}_{ji} \right\|_y \left( x_i = \sum_{j=1}^n \bar{u}_{ji} y_j \right) \text{ или } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u}_{11} & \bar{u}_{21} & \dots & \bar{u}_{j1} & \dots & \bar{u}_{n1} \\ \bar{u}_{12} & \bar{u}_{22} & \dots & \bar{u}_{j2} & \dots & \bar{u}_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{u}_{1i} & \bar{u}_{2i} & \dots & \bar{u}_{ji} & \dots & \bar{u}_{ni} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{u}_{1n} & \bar{u}_{2n} & \dots & \bar{u}_{in} & \dots & \bar{u}_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_i \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

### 3.2. Вероятностные характеристики унитарных матриц

Пусть  $U = \left\| u_{ij} \right\|$ ,  $i, j = 1, \dots, n$  унитарная матрица, описывающая в фиксированных координатах унитарный оператор (преобразование)

$y = Ux$ ,  $y_i = \sum_{j=1}^n u_{ij} x_j$ . Определим на каждой  $i$ -той строке ( $j$ -том столбце) унитарной матрицы конечное вероятностное пространство [113]: множество  $\Omega$  элементарных событий (исходов) составляют базисные

вектора базиса  $x - x^j$  (базиса  $y - y_i$ ), а вероятностная мера задается

квадратами модулей элементов унитарной матрицы  $p_{ij} = |u_{ij}|^2$  (вероятностью реализации состояний  $x^j$  при измерении  $y_i$  в базисе  $x$ ). При таком определении конечного вероятностного пространства для рас-

смаатриваемой унитарной матрицы  $U = \left\| u_{ij} \right\|$  при измерении состояния

$y_i$  в базисе  $x$  вероятность реализации состояния  $x_j$  равна  $p_{ij} = \left| u_{ij} \right|^2$ ,

$$\sum_{j=1}^n p_{ij}(U) = \sum_{j=1}^n \left| u_{ij} \right|^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^n p_{ij}(U) = \sum_{i=1}^n \left| u_{ij} \right|^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left| u_{ij} \right|^2 = n.$$

$$U^{-1} = U^* = \left\| \bar{u}_{ji} \right\|$$

Для обратной матрицы  $U^{-1} = U^* = \left\| \bar{u}_{ji} \right\|$ . Соответственно, для рассматриваемой обратной унитарной матрицы при измерении состояния  $x_i$  в базисе  $y$  вероятность реализации состояния  $y_j$  равна

$$p_{ij}^{-1} = \left| \bar{u}_{ji} \right|^2 = \left| u_{ji} \right|^2 = p_{ji}, \quad \sum_{j=1}^n \left| \bar{u}_{ji} \right|^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left| \bar{u}_{ji} \right|^2 = n.$$

$$P = \left\| \left| u_{ij} \right|^2 \right\| = \left\| \begin{matrix} P_{1row} \\ \dots \\ P_{nrow} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \left| u_{11} \right|^2 & \dots & \left| u_{1n} \right|^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ \left| u_{n1} \right|^2 & \dots & \left| u_{nn} \right|^2 \end{matrix} \right\|$$

Очевидно, что для матриц

( $P_{nrow}$  - вектор-строка),

$$P^{-1} = \left\| \left| \bar{u}_{ji} \right|^2 \right\| = \left\| \begin{matrix} P_{1col}^{-1} & \dots & P_{ncol}^{-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \left| \bar{u}_{1n} \right|^2 & \dots & \left| \bar{u}_{nn} \right|^2 \end{matrix} \right\|$$

( $P_{1col}^{-1}$  - вектор-

столбец) столбцы  $P_k^{-1}$  матрицы  $P^{-1}$  ( $P_{icol}^{-1}$ ) равны строкам  $P_k$  матрицы  $P$  ( $P_{irow}$ ):  $P_{icol}^{-1} = P_{irow}^{tr}$ .

Неопределенность базисных векторов  $y_i$  и  $x_i$ . Так как неопределенность базисного вектора  $y_i$  ( $y_i = \sum_{j=1}^n u_{ij} x_j$ ) равна  $N(y_i) = \sum_{j=1}^n \left| u_{ij} \right|^2 \log_2 \left| u_{ij} \right|^2$ , а

базисного вектора  $x_i$  ( $x_i = \sum_{j=1}^n \bar{u}_{ji} y_j$ )  $N(x_i) = \sum_{j=1}^n \left| \bar{u}_{ji} \right|^2 \log_2 \left| u_{ij} \right|^2 = \sum_{j=1}^n \left| u_{ij} \right|^2 \log_2 \left| u_{ij} \right|^2$ ,

то неопределенность базисного вектора  $y_i$  в системе координат  $x$  равна неопределенности базисного вектора  $x_i$  в системе координат  $y$ .

Совместная энтропия - информационная мера унитарных преобразований

Определим для унитарного оператора (преобразования), унитарной

матрицы  $U = \left\| u_{ij} \right\|$  шенноновскую матрицу  $SH(U) = \left\| u_{sh\ ij} \right\| = \left\| \frac{u_{ij}}{\sqrt{n}} \right\|$ ,

$i, j = 1, \dots, n$ , элементами которой являются элементы унитарной матрицы, деленные на  $\sqrt{n}$ .

Определим на шенноновской матрице конечное вероятностное пространство [113]: множество  $\Omega$  элементарных событий (исходов) составляют пары базисных векторов  $y_i, x_j$  базисов  $y$  и  $x$ ; их вероятностная мера задается квадратами модулей элементов шенноновской

матрицы  $p_{ij}(SH(U)) = \frac{|u_{ij}|^2}{n}$  (вероятностью совместной реализации состояний  $y_i$  и  $x_j$  при измерении состояния  $y$  в базисе  $x$ ).

$$\sum_{i,j=1}^n p_{ij}(SH(U)) = \sum_{i,j=1}^n \left| \frac{u_{ij}}{\sqrt{n}} \right|^2 = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n |u_{ij}|^2 = 1$$

. При таком определении конечного вероятностного пространства для рассматриваемой унитарной

матрицы  $U = \left\| u_{ij} \right\|$  при измерении состояния  $y$  в базисе  $x$  вероятность

реализации состояния  $y_i, x_j$  равна  $p_{ij}(SH(U)) = \frac{1}{n} |u_{ij}|^2$ ,  $\sum_{i=1}^n p_{ij}(SH(U)) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} |u_{ij}|^2 = \frac{1}{n}$ ,

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}(SH(U)) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} |u_{ij}|^2 = 1$$

Таким образом, матрица совместных вероятностей

$P(SH(U)) = \left\| u_{sh\ ij}(U) \right\|^2 = \left\| \frac{|u_{ij}|^2}{n} \right\|$  определяется по шенноновской матрице однозначно. Используя матрицу совместных вероятностей, определим

совместную энтропию, соответствующую унитарной матрице  $U = \left\| u_{ij} \right\|$ .

$$H(U) = H(P(SH(U))) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left| u_{sh\ ij}(U) \right|^2 \log_2 \left| u_{sh\ ij}(U) \right|^2 = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{|u_{ij}|^2}{n} \log_2 \frac{|u_{ij}|^2}{n}.$$

Очевидно, что совместная энтропия однозначно характеризует унитарную матрицу  $U = \|u_{ij}\|$ .

**Утверждение 3.1.** Совместная энтропия, соответствующая унитарной матрице  $U$ , равна средней неопределенности базисных векторов  $y_i$  ( $x_i$ ) в системе координат  $x$  ( $y$ ) плюс  $\log_2 n$ .

$$H(U) = H(SH(U)) = H(P(SH(U))) =$$

$$- \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left| u_{sh\ ij}(U) \right|^2 \log_2 \left| u_{sh\ ij}(U) \right|^2 = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{|u_{ij}|^2}{n} \log_2 \frac{|u_{ij}|^2}{n} =$$

$$= - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left( |u_{ij}|^2 (\log_2 |u_{ij}|^2 + \log_2 \frac{1}{n}) \right) = - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n |u_{ij}|^2 (\log_2 |u_{ij}|^2) \right) - \left( \frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |u_{ij}|^2 =$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i + \log_2 n = \bar{N}_i + \log_2 n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n N_j + \log_2 n = \bar{N}_j + \log_2 n.$$

**Утверждение 3.2.** Совместная энтропия, соответствующая унитарной матрице  $U$ , не может быть меньше  $\log_2 n$  и не может быть больше  $2 \log_2 n$ :  $\log_2 n \leq H(U) \leq 2 \log_2 n$ .

Данное утверждение следует из утверждения 5.1 и оценок неопределенности базисных векторов  $y_i$  в системе координат  $x$  связанных единичной матрицей (неопределенность равна нулю) и матрицей равновероятных переходов (неопределенность равна  $\log_2 n$ ).

5.Информация связи – характеристика взаимодействия сцепленных (запутанных) систем

Информация связи  $I_{xy}$  случайных величин  $x$  и  $y$  равна [7, 107]  $I_{xy} = N_x + N_y - N_{xy}$ , где  $N_x$ ,  $N_y$  – неопределенности (информацион-

ные энтропии) случайных величин  $x, y$ ;  $N_{xy}$  – совместная неопределенность (информационная энтропия) случайных величин  $(x, y)$ . Информацию связи можно рассматривать как меру сцепленности (запутанности) физических систем.

Оценим информацию связи сцепленного (запутанного) состояния двух кубитов (кубит это квантовая система, имеющая два состояния). Волновая функция (амплитуда вероятности) кубита, в общем случае,

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(a|0\rangle + b|1\rangle)$$

имеет вид: . Волновая функция (амплитуда вероятности) системы сцепленного (запутанного) состояния двух кубитов с максимальной информационной связью имеет вид:

$$|\Psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1\rangle|1_2\rangle \pm |1_1\rangle|0_2\rangle)$$

Для сцепленного состояния с максимальной информационной связью состояние кубита 2 полностью определено, если известно состояние кубита 1 и состояние кубита 1 полностью определено, если известно состояние кубита 2, а совместные вероятности равны [17]

$$P(|0_1\rangle|1_2\rangle) = P(|1_1\rangle|0_2\rangle) = P(|0_1\rangle) = P(|1_1\rangle) = P(|0_2\rangle) = P(|1_2\rangle) = \frac{1}{2}$$

$$P_{\text{сов}} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица совместных вероятностей , а совместная неопределенность (совместная информационная энтропия) состояний кубита 1 и кубита 2 равна  $N(1,2) = 1$ .

Неопределенность (информационная энтропия) кубита 1 равна  $N(1) = 1$ .

Неопределенность (информационная энтропия) кубита 2 равна  $N(2) = 1$ .

Информация связи кубитов 1 и 2 равна  $I_{12} = 1$ .

### **6. Дифференциальная информационная емкость – характеристика объема информации на единицу массы**

В общем случае зависимость объема информации (информационной емкости) материи от массы имеет вид [21, 40, 54]  $I = f(M)$  бит.

Изменение объема информации  $dI$  в материи при изменении ее массы  $dM$  определяется дифференциалом функции  $I = f(M)$

$$dI = \frac{df(M)}{dM} dM = f'(M)dM$$

Производная объема информации по массе  $\frac{dI}{dM} = \frac{df(M)}{dM} = f'(M)$

$\left[ \frac{\text{бит}}{\text{кг}} \right]$  характеризует дифференциальную информационную емкость материи – изменение массы материи на единицу  $dM = 1$  изменяет объем информации в материи на  $dI = f'(M)$  бит.

Для обычного вещества  $I = \beta M$ ,  $f'(M) = \beta$ . Дифференциальная информационная емкость обычного вещества не зависит от его массы.

Для обычного вещества, содержащего в атоме, молекуле  $I_{at, mol}$  бит

$$\beta = \frac{I_{at, mol}}{m_{at, mol}}$$

информации, на 1 бит информации необходима масса  $m_{at, mol}$ . По-

$$I = \frac{I_{at, mol}}{m_{at, mol}} M \quad f'(M) = \frac{I_{at, mol}}{m_{at, mol}}$$

этому, Дифференциальная информационная емкость атомов разных элементов и соответственно молекул примерно одинакова.

Для черных дыр:  $I = \alpha M^2$ ,  $f'(M) = 2\alpha M$ . Дифференциальная информационная емкость черной дыры прямо пропорциональна ее массе.

### Библиографический список использованной литературы

1. Zeilinger A. "A Foundational Principle for Quantum Mechanics", Foundations of Physics 29 (4): 631-43. (1999).
2. Глушков В.М. О кибернетике как науке // Кибернетика, мышление, жизнь. - М.: Мысль. - С. 53-62. 1964.
3. Встовский Г.В. «Элементы информационной физики». – М.: МГИУ, 2002.
4. Гуревич И.М. Законы информатики – основа исследований и проектирования сложных систем связи и управления. Методическое пособие. – М.: ЦООНТИ «Экос», 1989. 60 с.

5.Шеннон К. Математическая теория связи. Работы по теории информации и кибернетики. Издательство иностранной литературы, М. 1963 – с. 243 – 332.

6.Стратонович Р.Л. Теория информации. – М.: Советское радио, 1975.

7.Урсул А.Д. «Природа информации. Философский очерк». 1-е издание. Москва. Политиздат. 1968. 288 с.

8.Гуревич И.М. «Законы информатики – основа строения и познания сложных систем». – М.: «Антиква», 2003.

9.Гуревич И.М. «Законы информатики – основа строения и познания сложных систем». Издание второе уточненное и дополненное. М. «Торус Пресс». 2007. 400 с.

10.Гуревич И.М. Информационные характеристики физических систем. Издание второе уточненное и дополненное. «Кипарис». Севастополь. 2010. 260 с.

11.Гуревич И.М., Урсул А.Д. Информация – всеобщее свойство материи. Характеристики. Оценки. Следствия. ЛИБРОКОМ. Москва. 2011. 312с.

12.Гуревич Игорь. ФИЗИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА. LAP Lambert Academic Publishing. (26.01.2012). 288с.

13.Igor Gurevich. Some works on physical informatics. LAP Lambert Academic Publishing. 2012-12-04 - ISBN-13: 978-3-659-30498-9. 276 p,

14.Чернавский Д.С. Синергетика и информация. "Наука" Москва. 2001.

15.José María Díaz Nafría, Mario Pérez-Montoro. (2010). Is information a sufficient basis for cognition? (Part 2). <http://www.sciforum.net/presentation/364>.

16.Бриллюэн Л. Наука и теория информации. Государственное издательство физико-математической литературы. М. 1960.

17.Биллингсгей П. Эргодическая теория и информация. «Мир», Москва, 1969.

18.Bennet C.H., Brassard G., Crepeau C., Jorsa R., Peres A., Wootters W.K. *Phys. Rev.Lett.* 70 1985 (1993)

19.Bennet C.H., Bernstein H.J., Popescu S., Schumacher B. *Phys. Rev.Lett.* A 53 2046 (1996).

20.Пенроуз Р. Новый ум короля. УРСС. Москва. 2003. (Oxford University Press. 1989).

21.Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: Надежда и реальность. Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика». - Москва-Ижевск: 2001.

22.Митюгов В.В. Физические основы теории информации, «Сов.радио», М., 1975г.

23.Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. «Мир», Москва, 2006. 822

24.Валиев К.А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления. УФН. Том 175. № 1, 2005.

25.Wheeler J.A., «Geons, Black Holes & Quantum Foam: A Life in Physics». New York, W.W. Norton & Company, 1998, pp. 63-64].

26.Rashevsky N. Bulletin of mathematical biophysics. Volume 17, 1956. pp. 111-126.

27. Trucco E. «On the information content of graphs: compound symbols; different states for each point». / Trucco E. Bulletin of mathematical biophysics. Volume 16, 1956. pp. 237-258.

28.Гуревич И.М. Евстигнеев М.П. Информационные характеристики органических молекул. Системы и средства информатики. Том 22. Выпуск 2. ИПИ РАН. М. 2012. Стр. 308-325.

УДК 62-50

**Л.А. Краснодубец**, д-р техн. наук, профтссч  
Севастопольский государственный университет  
299053, г. Севастополь, ул. Университетская 33  
e-mail: lakrasno@gmail.com

## **АДАПТИВНОЕ ТЕРМИНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ МОБИЛЬНОГО РОБОТА**

**Ведение.** В сфере работы транспортных систем одними из ключевых логистических параметров является время и качество доставки груза. На пути повышения качества работы таких систем стоит задача соблюдения временных рамок доставки с учетом высокой точности движения по планируемому маршруту доставки.

В данной статье предлагается подход к решению этой задачи путем применения адаптивного терминального управления колесным роботом [1] как элементом транспортной системы, обеспечивающей технологический процесс в условиях сборочного цеха. В рассматриваемом случае под терминальным управлением понимается перемещение объекта управления из начального положения в заданное конечное по назначенной траектории за требуемое время. Адаптивные свойства предлагаемого терминального управления позволяют применять его к роботам с различными динамическими свойствами и грузовой нагрузкой.

Объект исследования – колесный робот Robotino, обладая тремя степенями свободы, может двигаться в любом направлении с любой ориентацией. Благодаря этому он может быть удобным для использования в качестве погрузчика в тесных помещениях, выполняя перемещения на горизонтальной плоскости из одной точки в другую. Известная система управления, состоящая из регулятора с ПИД-законом управления и системы позиционирования, имеет существенный недостаток – необходимость настройки ПИД-регулятора при изменении динамических параметров робота, вызванных изменением массы транспортируемого груза, а также отсутствие устройства, определяющего временной график движения.

Целью настоящей работы является разработка алгоритмического и программного обеспечения адаптивной системы терминального управления колесной платформой (КП) робота Robotino, параметры динамической модели которой не определены. При этом терминальное управление обеспечивается адаптивной системой траекторного

управления по специальной траектории, задающей не только путь на плоскости, но и график движения, приводящего в терминальное положение. Предлагаемый подход к решению задачи траекторного управления КП отличается от известного [2,3] тем, что управляющая функция, вычисляемая в регуляторе на основе локальной оптимизации энергетического (кинетического) критерия, имеет физический смысл скорости. Это соответствует типу входных сигналов электропривода КП робота Robotino.

### **Построение терминального адаптивного закона управления.**

В качестве КП будем рассматривать систему приводов, размещённых на основании (платформе) робота Robotino, обеспечивающих при помощи роликонесущих колес [4] его перемещение в горизонтальной плоскости и вращательное движение относительно вертикальной оси. Такая конструкция КП обеспечивает возможность движения робота вдоль некоторой заданной траектории без использования вращательного движения (вокруг вертикальной оси, проходящей через центр масс). Таким образом, для решения задачи траекторного управления движением можно использовать 2 степени свободы соответственно по координатам  $x$  и  $y$ .

Управляющие воздействия на приводы КП подаются в виде сигналов требуемых скоростей  $v_x, v_y$ , которые используются как управляющие функции колесной платформы как объекта управления с симметричными каналами по координатам  $x$  и  $y$ , определяющим местоположение ее центра масс.

Пусть координаты центра масс определяются вектором  $q = [x, y]^T$ , а управляющая функция – вектором скоростей  $u = v = [v_x, v_y]^T$ . Траекторию назначенного движения зададим векторной функцией  $\varphi(t) = [\varphi_x, \varphi_y]^T$ .

Уравнение движения КП как системы с двумя степенями свободы можно представить в виде

$$A_m \ddot{q} + D \dot{q} = f, \quad (1)$$

где  $f = [f_x, f_y]^T$  – вектор управляющих сил;

$A_m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$  – матрица инерции;

$D = \begin{bmatrix} d_x & 0 \\ 0 & d_y \end{bmatrix}$  - матрица коэффициентов трения.

Поскольку управляющие функции для приводов колесной платформы Robotino имеют размерности скорости, то уравнение (1) можно преобразовать, интегрируя обе его части при нулевых начальных условиях, и с учетом того, что  $f = A_m \dot{v}$ . Имеем

$$\dot{q} + A_1 q = v, \quad t = t_0; q(t_0) = q_0, \quad A_1 = A_m^{-1} D. \quad (2)$$

Критерий управления для основного контура представим в виде ошибки

$$\delta(t) = \varphi(t) - q(t). \quad (3)$$

Пусть цель управления  $\delta \rightarrow 0$ . При этом поведение вектора-ошибки представим в виде однородного дифференциального векторно-матричного уравнения первого порядка:

$$\dot{\delta} + H_0 \delta = 0, \quad \text{при } t \rightarrow \infty, \quad (4)$$

где  $H_0$  - матрица коэффициентов, которые выбираются исходя из желаемого времени  $t_p$  переходного процесса вектора-ошибки при его стремлении к нулю.

Далее поставим задачу о траекторном управлении. Пусть требуется найти управление в форме обратной связи, которое обеспечит движение центра масс КП из начального состояния  $t = t_0; q(t_0) = q_0$  вдоль траектории, заданной векторной функцией  $\varphi(t)$ . При этом векторная функция, характеризующая отклонение  $\delta(t)$ , должна подчиняться векторно-матричному уравнению (4). Мету отклонения определим квадратичной формой

$$E(v) = 0,5 e^T A e, \quad (5)$$

где  $e = \dot{q}^* - \dot{q}(v)$  - невязка между требуемой скоростью движения КП по назначенной траектории и фактической, которая определяется управляющей вектор-функцией  $v(t)$ .

Выражение (5) при  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  по физическому смыслу соответствует нормированной по массе кинетической энергии. Требуемое

значение скорости  $\dot{q}^*$ , необходимое для движения по назначенной траектории  $\varphi(t)$ , определяется соотношением

$$\dot{q}^* = \dot{\varphi} + H_0(\varphi - q), \quad (6)$$

которое получено из (4) при учете (3).

Оптимальное значение текущей управляющей вектор-функции  $v(t)$ , обеспечивающей движение центра масс КП по траектории  $\varphi(t)$ , найдем из условия минимума критериальной функции (5) методом скоростного градиента, который можно записать в виде дифференциального соотношения, в соответствии с которым управляющую вектор-функцию  $v(t)$  можно найти из решения дифференциального векторно-матричного уравнения

$$\frac{dv^T}{dt} = - \frac{dE(v)}{dv} \Lambda, \quad (7)$$

где  $\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = const$

- характеризует скорость стремления значений критериальной функции  $E(v)$  к  $E_{\min}(v)$ ;

$\frac{dE(v)}{dv}$  – матрица строка как результат дифференцирования квадратичной формы (5).

Вычисляя производную в правой части (7) по правилу дифференцирования квадратичной формы с учетом (2), (5) и (6), можно получить искомый закон управления в дифференциальной форме

$$\frac{dv^T}{dt} = [H_0(\varphi - q) + (\dot{\varphi} - \dot{q})]^T \Lambda \quad (8)$$

В системе Robotino сигналы управления КП, соответствующие линейным скоростям  $v_x(t)$  и  $v_y(t)$ , должны быть представлены в дискретной форме. Поэтому закон управления (8) преобразуем к виду

$$v_x[(k+1)T] = v_x(kT) + T\lambda \{h_0[\varphi_x(kT) - x(kT)] + [\dot{\varphi}_x(kT) - \dot{x}(kT)]\}, \quad (9)$$

$$v_y[(k+1)T] = v_y(kT) + T\lambda \{h_0[\varphi_y(kT) - y(kT)] + [\dot{\varphi}_y(kT) - \dot{y}(kT)]\}, \quad (10)$$

полагая  $kT \leq t < kT + T$  при  $t \geq 0$  и  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,

где  $T$  – период дискретизации.

По формулам (9) и (10) можно построить структурную схему двухканального цифрового адаптивного регулятора, обеспечивающего движение центра масс КП по назначенной траектории  $\varphi(t) = [\varphi_x, \varphi_y]^T$  в заданное терминальное положение на плоскости.

Построение аналитического выражения для траектории назначенного движения КП в терминальное положение. Представим искомую траекторию в виде полиномиальных функций

$$\varphi_x(t) = \sum_{k=0}^3 c_k t^k, \quad (11)$$

параметры которых  $c_k$  и  $g_k$  найдем, используя граничные условия в соответствии с [5].

Пусть ставится задача перевести КП, находящуюся в состоянии покоя в начале координатной плоскости, в точку с координатами  $x = 2\text{ м}$  и  $y = 3\text{ м}$  за время  $t = 10\text{ с}$ . Для расчета назначенной траектории зададим граничные условия в виде:

$$t_0 = 0\text{ с}; \quad \varphi_x(t_0) = 0\text{ м}; \quad \dot{\varphi}_x(t_0) = 0\text{ м/с};$$

$$\varphi_y(t_0) = 0\text{ м}; \quad \dot{\varphi}_y(t_0) = 0\text{ м/с};$$

$$t_f = 10\text{ с}; \quad \varphi_x(t_f) = 2\text{ м}; \quad \dot{\varphi}_x(t_f) = 0\text{ м/с};$$

$$\varphi_y(t_f) = 3\text{ м}; \quad \dot{\varphi}_y(t_f) = 0\text{ м/с};$$

С учетом приведенных граничных условий и выражения (10) можно записать уравнения, определяющие назначенную траекторию КП по координатам  $x(t)$  и  $y(t)$ , а также уравнения для их производных следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x(t) &= 0,06t^2 - 0,004t^3 \\ \varphi_y(t) &= 0,09t^2 - 0,006t^3 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_x(t) &= 0,12t - 0,012t^2 \\ \dot{\varphi}_y(t) &= 0,18t - 0,018t^2 \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Таким образом, полученный закон управления позволяет решить задачу преобразования априорной и текущей информации о требуемой траектории и состоянии КП в управляющее воздействие для электропривода исполнительных механизмов (роликонесущих колес) в виде сигналов, пропорциональных линейным скоростям по двум осям в горизонтальной плоскости.

**Моделирование процессов в адаптивной системе терминального управления.** Исследование синтезированной системы выполнено методом моделирования с использованием среды визуального моделирования Simulink, входящей в состав пакета MATLAB. Структурная схема моделирования (S-модель) процессов управления КП Robotino для канала управления координатой  $x(t)$  изображена на рисунке 1.

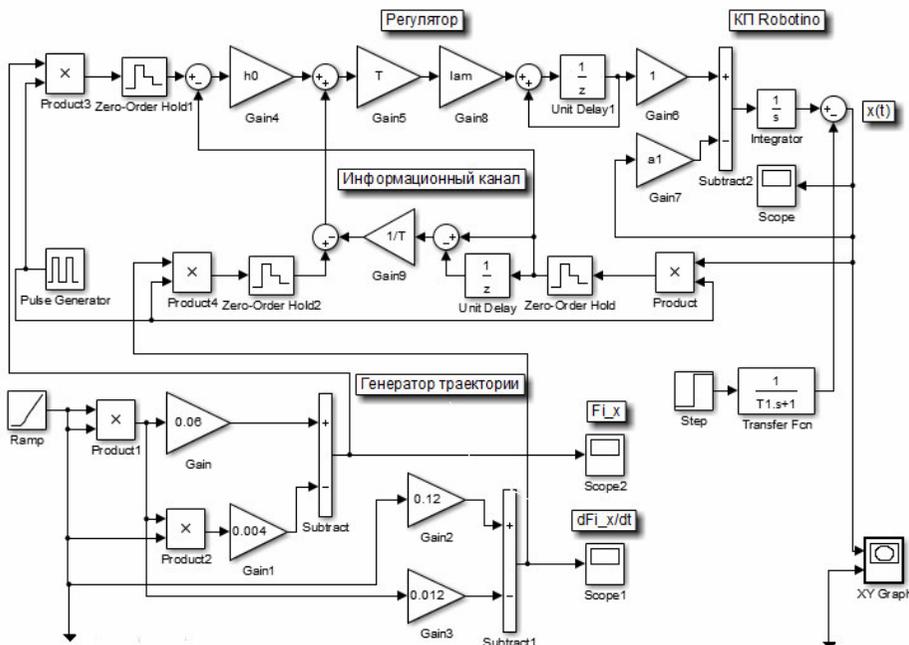


Рисунок 1 – S-модель адаптивной системы терминального управления КП Robotino для одного канала управления по координате  $x(t)$

Схема моделирования, изображенная на рисунке 1, содержит 4 функциональных блока:

- блок формирования назначенной траектории (Генератор траектории);
- блок формирования управляющих воздействий (Регулятор);
- блок формирования сигналов обратной связи (Информационный канал);
- блок, моделирующий объект управления, (КП Robotino).

Моделирование управляемого движения КП из начального положения в конечное (терминальное) проводилось при различных начальных условиях, а также при действии координатных детерминированных возмущений. Траектория движения КП при действии возмущения в момент времени  $t = 4c$  на координату  $x(t)$  изображена на рисунке 2, а переходный процесс по координате  $x(t)$  – на рисунке 3.

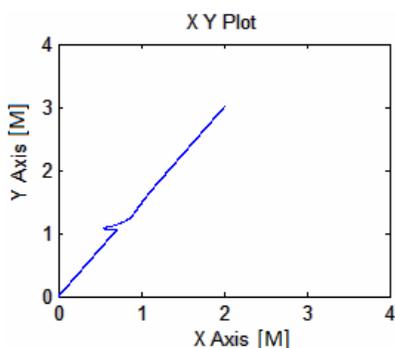


Рисунок 2.

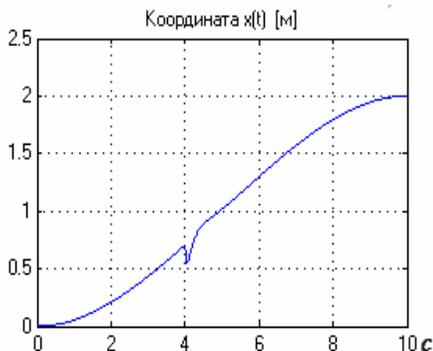


Рисунок 3.

**Программное обеспечение для терминального управления КП.** Системное программное обеспечение представлено операционной системой бортового компьютера (PC 104) колесного робота Robotino, в качестве которой используется операционная система семейства Linux в виде ее дистрибутива Robotino Linux rev.2 (как доработанного варианта ОС Ubuntu Linux 9.04) с расширениями реального времени и дополненными компонентами библиотеки Robotino API. Прикладное программное обеспечение представлено разработанной управляющей программой ProgramMove, схема алгоритма которой изображена на рис. 4.

Управляющая программа ProgramMove предназначена для исполнения в консольном окружении системы Linux с установленным Robotino API. Такой средой может являться как непосредственно платформа Robotino, так и (в отладочных целях) установка Ubuntu Linux 9.04 с компонентами Robotino API на x86-совместимом персональном компьютере.

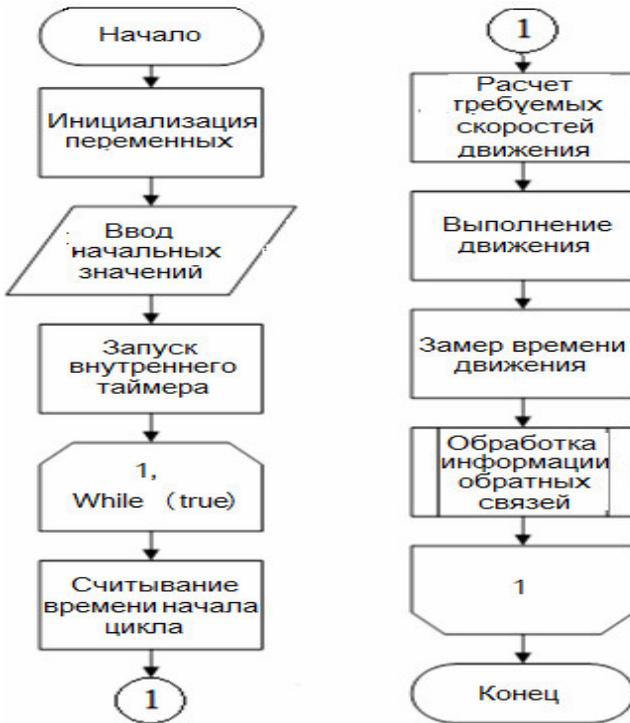


Рисунок 4 – Схема алгоритма управляющей программы ProgramMove

После запуска и инициализации переменных программа реализует заложенный алгоритм по следованию траектории. Для этого в дискретные моменты времени, разделенные периодом  $T$ , программа получает местоположение КП при помощи модуля Odometry, объединенного с гироскопическим датчиком в измерительную систему, сравнивает результаты измерений с требуемым местоположением центра масс КП на траектории, выполняет вычисление локального критерия и в соответствии с найденным его значением подает команды управления в виде требуемых скоростей на электропривод исполнительных устройств (роликонесущих колес) платформы. Движение робота выполняется при вызове встроенного в библиотеку Robotino API метода `setVelocity(Vx, Vy, Vφ)` объекта класса `OmniDrive`. Время выполнения движения устанавливается при вызове метода `waitForUpdate(T)` объекта класса `Com`. При этом отладочные данные могут выводиться на терминал. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута

конечная точка траектории, после чего программа выгружается из памяти.

**Заключение.** Результаты выполненных исследований свидетельствуют, что применение методологии аналитического проектирования алгоритмического обеспечения систем управления движением позволяет получить компактную по объему и простую по структуре программу для бортового компьютера колесного робота, реализующую в реальном времени адаптивный закон терминального управления движением по назначенной траектории.

Адаптивные свойства спроектированной системы проявляются в виде ее малой чувствительности к изменениям характеристик подстилающей поверхности, определяющих значения коэффициентов трения в уравнении (1).

Дальнейшие исследования планируется проводить в направлении расширения области применения предложенных алгоритмов управления на подвижные объекты морского назначения.

#### **Библиографический список использованной литературы**

1.Campion G., Chung W. Wheeled robots // Springer Handbook of Robotics. Eds B. Siciliano, O. Khatib. 2008. P. 391-410.

2.Краснодубец Л.А. Управление движением колёсной платформы с тремя степенями свободы / Л.А. Краснодубец, Е.Ф. Морозова // Междунар. науч.-техн. журнал. Информационные технологии и компьютерная инженерия, №2. – Винница: Изд-во ВинНТУ, 2010. – С. 14 – 19.

3.И. В. Мирошник, А. Н. Шалаев Управление траекторным движением автономных роботов // 2001.С.243 – 248.

4.Мартыненко Ю.Г., Формальский А.М. О движении мобильного робота с роликонесущими колесами // Изв. РАН. ТиСУ. 2007. №6. С. 142 – 149.

5.Краснодубец Л.А. Терминальное управление в морских наблюдательных системах с подвижными платформами сбора данных // Известия РАН. ТиСУ. 2008. № 2. - С. 141-153.

УДК: 539.182+539.1.08+510.21

**А.Д. Панов**

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2

тел.: +7(495)939-18-18

## **ТЕОРЕМА БЕЛЛА, ВЫЧИСЛИМОСТЬ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ЛОКАЛЬНОГО РЕАЛИЗМА**

*С использованием явного контр-примера в статье показано, что, несмотря на формальную корректность теорем о невозможности локальных скрытых переменных в квантовой механике, в основе квантового поведения может лежать динамика некоторого классического субстрата, обладающего свойствами локального реализма. Возможность введения такого классического субстрата в кажущемся противоречии с теоремами о скрытых параметрах связана с упрощенной трактовкой понятия локальности. В этих трактовках не учитывается относительность понятия локальности по отношению к делению физической реальности на подмножества-слои, связанные друг с другом отношением субстрат-изображение. Показано, что квантовая механика может быть получена как изображение в локально-классическом субстрате, в результате чего наблюдаемая реальность приобретает чисто информационную природу за которой, однако, располагается иной слой бытия, характеризующийся локальным реализмом. Рассмотрены также различные обобщения этой картины.*

**Ключевые слова:** скрытые переменные, теорема Белла, локальный реализм, вычислимость, компьютер, субстрат, изображение, виртуальная реальность, слой реальности, относительность.

### **Введение**

Теорема Белла о скрытых параметрах утверждает, что если квантовая динамика системы спинов в эксперименте Эйнштейна-Подольского-Розена (ЭПР) управляется локальными скрытыми параметрами, то для величины корреляции измеренных проекций спинов на различные направления должны выполняться определенные неравенства, которые известны как неравенства Белла [1]. Так как эксперименты показывают, что неравенства Белла в действительности на-

рушаются, то на основании этого обычно делается вывод, что локальные скрытые параметры, как возможная онтологическая основа квантовой теории, исключаются наблюдениями: локальный реализм в квантовой теории невозможен. Мы покажем, что этот вывод, как минимум, нуждается в уточнении. Сначала будет построен явный контр-пример к теореме Белла, а затем мы внимательно изучим, что сделало возможным его появление, и как должна быть уточнена формулировка теорем о невозможности скрытых параметров, чтобы этот пример не выглядел противоречием. Ключевым понятием, которое возникнет в этом анализе, является набор «слоев реальности», связанных друг с другом отношением субстрат-изображение. В заключительной части статьи будет дано некоторое исследование и развитие этого понятия исходя из первоначального контр-примера к теореме Белла, где оно естественным образом и возникает.

### **Теорема Белла в виртуальной реальности**

Для построения контр-примера к теореме Белла необходимо провести некоторую предварительную работу, с которой мы и начнем.

Под локальностью классических скрытых переменных, упоминаемой в теореме Белла, понимается следующее. Пусть над системами  $A$  и  $B$  проводятся измерения некоторых величин. Результаты измерений могут зависеть, во-первых, от условий проведения измерений над каждой из систем (например – от направления осей, для которых измеряются проекции спинов в ЭПР-эксперименте со спинами) и от возможных состояний некоторых скрытых переменных, которые характеризуют каждую из систем в отдельности (точнее, каждое измерение в отдельности, так как скрытые переменные могут относиться и к прибору). Обозначим совокупность всех таких локальных переменных, характеризующих измерения над системами  $A$  и  $B$ , соответственно  $a$  и  $b$ . Во-вторых, имеется некоторое общее причинное прошлое обеих систем, которое характеризуется некоторым набором параметров  $\lambda$ . Предположим, что измерения над системами производятся таким образом, что события, отвечающие этим измерениям, разделены пространственно-подобным интервалом, то есть информация о результатах измерения в одной системе не может повлиять на результаты измерения в другой системе за счет передачи сигналов со скоростью, не превышающей скорость света. Тогда переменные  $a$  и  $b$  называются локальными в том случае, когда результат измерения над системой  $A$  не может зависеть от параметров  $b$  системы  $B$  и наоборот.

Иными словами, результаты измерений описываются некоторыми функциями  $A(a,\lambda)$  и  $B(b,\lambda)$  (корреляции результатов измерений будут представляться интегралами от таких функций с некоторыми весами, имеющими смысл функций распределения по скрытым параметром разного типа [1]), но функции вида  $A(a,b,\lambda)$  и  $B(b,a,\lambda)$  исключены.

Рассмотрим теперь обычный компьютер. Будем для простоты описывать состояние компьютера состоянием его памяти (в такое описание можно включить как оперативную память, так и состояние всех регистров процессора). Память компьютера представлена набором двоичных ячеек – триггеров, каждый из которых может рассматриваться как классическая система с двумя состояниями. Ячейки памяти компьютера представляют собой физические устройства, расположенные определенным образом в пространстве. Совершенно очевидно, что, с принципиальной точки зрения, можно произвести измерение состояния любых двух ячеек таким образом, что события измерений будут разделены пространственно-подобно (или будут даже просто одновременны в лабораторной системе), причем результат каждого измерения будет определяться исключительно состоянием измеряемой ячейки и результаты измерения над разными ячейками не влияют друг на друга. С физической точки зрения состояния триггеров компьютера являются типичным примером локальных переменных, причем эти переменные имеют чисто классический характер в том смысле, что результат измерения всегда определяется состоянием триггера совершенно однозначно. В данном случае можно говорить о наличии локального классического реализма, который и определяет онтологию системы «классический компьютер».

Математические задачи делятся на алгоритмически разрешимые и алгоритмически неразрешимые. Определенный класс задач называется алгоритмически разрешимым в том случае, когда для любой задачи из этого класса можно указать универсальный алгоритм, применяя который можно решить любую такую задачу. Хорошо известным примером алгоритмически разрешимой задачи является поиск наибольшего общего делителя двух произвольных целых чисел. Эффективным алгоритмом в этом случае является алгоритм Евклида. Алгоритмически разрешимые задачи можно решать с использованием компьютера без вмешательства человека, чисто механическим способом. К алгоритмически неразрешимым задачам относятся такие классы задач, для которых единого алгоритма для решения любой задачи из этого класса указать невозможно. Широко известным примером алго-

ритмически неразрешимой задачи является проблема существования решения для диофантовых уравнений общего вида. Эта задача известна как десятая проблема Гильберта, и в начале 1970-х Юрий Матиясевич доказал алгоритмическую неразрешимость этой задачи [2]. Известно и много других типов алгоритмически неразрешимых задач.

Квантовая теория в математическом отношении является алгоритмически разрешимой теорией. Точнее говоря, поведение квантовой системы, предписываемое квантовой механикой, может быть вычислено со сколь угодно высокой наперед заданной точностью чисто алгоритмическим путем с использованием обычного, то есть классического, компьютера. Действительно, квантовая теория работает с тремя основными теоретическими объектами – состояниями, эволюцией состояний во времени и измерениями. Состояния квантовых систем задаются векторами гильбертова пространства. Вектор гильбертова пространства – хорошо понятный объект, который в компьютере может быть представлен с любой требуемой точностью даже в том случае, когда пространство состояний бесконечномерно. Вычисление эволюции квантовой системы сводится либо к решению задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений, либо к умножению заданного вектора состояния на фиксированную унитарную матрицу. Обе эти задачи допускают алгоритмическое решение. Последним существенным ингредиентом квантовой теории является процедура измерения, которая предписывает, с какой вероятностью при измерении будут получаться разные значения наблюдаемых величин. Вычисление вероятностей сводится к вычислению скалярных произведений векторов гильбертова пространства, что опять-таки является алгоритмически разрешимой задачей. Вероятности можно не только вычислить, но с использованием вычисленных значений можно эмулировать процесс измерения. Для этого нужно симулировать вычисленное распределение вероятностей, для чего можно использовать различные компьютерные датчики случайных чисел. Современные датчики случайных чисел позволяют генерировать неповторяющиеся последовательности чисел с нужными статистическими свойствами практически бесконечной длины, что делает их фактически неотличимыми от настоящих случайных чисел.

Теперь мы готовы к построению контр-примера к теореме Белла. С принципиальной точки зрения поведение любой квантовой системы может быть со сколь угодно высокой точностью промоделировано на обычном классическом компьютере. В частности, может быть промо-

делировано и поведение спиновых систем, нарушающих неравенства Белла, а также других квантовых систем, поведение которых существенным образом определяется так называемой спутанностью квантовых состояний (несепарабельностью) и возникающими отсюда квантовыми корреляциями, имеющими неклассический характер. В нашей статье [3] описана простая компьютерная модель измерения спинов для ЭПР-пары скоррелированных частиц, которая действительно приводит к нарушению неравенства Белла. С использованием классического компьютера можно, в принципе, исчерпывающим образом моделировать поведение любого квантового компьютера, и даже существуют стандартные программные пакеты для решения такого рода задач [4,5,6,7].

Вычислимость квантовой теории означает, что классический компьютер определенным эмерджентным образом может демонстрировать квантовое поведение, симулируя поведение квантовых систем. Если представить себе на минуту, что вместе с фрагментом квантового мира в компьютере был промоделирован и наблюдатель, и при этом моделирование имеет достаточно совершенный характер, то такой наблюдатель не сможет обнаружить, что он является составной частью вычислительной модели и, в частности, не заподозрит, что наблюдаемое им квантовое поведение спиновых систем, нарушающее неравенства Белла, «ненастоящее». Конечно, трудно относиться серьезно к полному компьютерному моделированию наблюдателя (в действительности это невозможно в принципе в нашей Вселенной, см. ниже), но действительно можно построить компьютерные модели сложных приборов вместе с наблюдаемыми ими квантовыми системами, причем такие компьютерные модели приборов будут регистрировать квантовое поведение без всякого ущерба. Однако, в основе этого наблюдаемого квантового поведения с полной очевидностью лежит работа обыкновенного компьютера, которая описывается в существенно локальных и классических терминах. Если, в частности, компьютер симулирует измерение спинов скоррелированной ЭПР-пары частиц, то неравенство Белла будет нарушено и ситуация может рассматриваться как контр-пример к теореме Белла: *состояние компьютера играет роль классических локальных скрытых переменных для квантовой динамики спинов, симулируемой этим компьютером*, в то время как теорема Белла для динамики скоррелированных спинов исключает локальный реализм. Что же является причиной возникшего противоречия?

Заметим сразу, что тривиальное разрешение парадокса на основании того, что симулированное квантовое поведение не является «настоящим» квантовым поведением, не проходит. В тщательно симулированной квантовой системе присутствуют все необходимые ингредиенты, которые предусмотрены теоремой Белла. В ней должно быть определено симулированное пространство-время, обладающее лоренцевой причинной структурой, поэтому есть и хорошо определенное понятие локального реализма. Для этого пространства-времени определены все необходимые волновые функции, его населяют некоторые симулированные приборы, проводящие измерения над симулированными квантовыми системами. Если нечто во всех отношениях ведет себя как квантовая система, то оно и должно считаться квантовой системой, по крайней мере с операциональной точки зрения. В теореме Белла ведь ничего не говорится о природе пространства-времени и других объектов, имеющих отношение к делу, объекты не разделяются на «настоящие» и «ненастоящие». Используются только свойства объектов, а с этим в тщательно симулированной компьютерной модели все в порядке. Причину возникновения противоречия (лучше сказать – парадокса) надо искать глубже. Попытаемся разобраться.

Обычный классический компьютер представляется системой локальных классических параметров, с этим невозможно спорить. Но он представляется системой таких параметров с нашей, человеческой точки зрения, внешней по отношению к виртуальной реальности, симулируемой компьютерной программой. Компьютерная программа создает свою собственную реальность, и пространство-время, которое существует в этой реальности, не совпадает с нашим пространством-временем. Возникающее в виртуальной реальности понятие локального реализма не имеет отношения к локальности физических состояний компьютера, моделирующего эту реальность. Имеет место два разных слоя реальности, для каждого из которых отдельно определено свое понятие локального реализма: *мы имеем в наличии два разных локальных реализма*. В рассматриваемом контексте один слой реальности мы склонны называть физическим, а другой – виртуальным. Теорема Белла, примененная к виртуальной квантовой динамике, будет утверждать невозможность локального реализма относительно виртуального же пространства-времени, но она полностью игнорирует тот факт, что реальной *онтологической* основой виртуального квантового пове-

дения в рассмотренном примере является локальная классическая динамика ячеек памяти компьютера.

Чтобы построенный пример не выглядел противоречием с теоремой Белла, формулировка теоремы должна быть уточнена. Именно, теорема должна утверждать, что невозможны скрытые параметры, обладающие свойством локальности *относительно* того же слоя реальности, в котором находятся и рассматриваемые квантовые системы. Теорема вовсе не запрещает того, что квантовая реальность сама имеет смысл изображения в субстрате, обладающим свойствами и классичности и локальности – именно таким способом связана виртуальная реальность симуляции с классической реальностью компьютерного субстрата. Подчеркнем, что несмотря на возникающие здесь довольно странные формулировки, связанные с введением в обиход различных слоев реальности, тут нет никаких домыслов и спекуляций – все это основано не только на вполне реалистичных примерах, но даже на реально работающих компьютерных программах.

Выше курсивом было выделено слово *относительно*. И это очень важно. Понятие локального реализма имеет относительный характер: должно быть явно указано, относительно какого слоя реальности он рассматривается. То, что в одном слое реальности является локальным реализмом, в другом слое реальности может не обладать этим свойством и может оказаться чем-то совсем иным. Как это получается, можно, в частности, проследить на примере упоминавшейся уже простой компьютерной программы, симулирующей измерение над ЭПР-парамии из статьи [1].

В упомянутой программе имеются две системы  $A$  и  $B$ , представляющие частицы со спинами  $\frac{1}{2}$ . Готовится начальное синглетное состояние объединенного спинового состояния двух частиц (полный спин равен нулю) и, затем, симулируются измерения спинов этих частиц на различные направления. Результаты измерений зависят от трех параметров: направлений осей  $a$  и  $b$ , относительно которых измеряется проекция спинов частиц  $A$  и  $B$  соответственно, и значения генератора случайных чисел  $\lambda$ , который используется для симуляции действия проекционного постулата в квантовом измерении. Локальный реализм означал бы, что результат измерения определяется через некоторые функции  $A(a,\lambda)$  и  $B(b,\lambda)$ , характеризующие отдельно измерения над частицами  $A$  и  $B$ . Действительно, похожие функции возникают в программе, но только они имеют вид  $A(a,b,\lambda)$  и  $B(b,a,\lambda)$ , то есть указывают на явное влияние

систем друг на друга и нарушение принципа локальности. С точки зрения симулированной виртуальной реальности направление оси  $a$  каким-то «мистическим» образом влияет на процессы в неопределенно отдаленном месте, где располагается частица  $B$ , и наоборот. Между тем, на уровне компьютерного аппаратного обеспечения все величины  $a, b, \lambda$  – всего лишь физические состояния ячеек памяти, имеющих вполне определенную локализацию в пространстве и времени и точно соответствующих онтологии локального реализма. Таким способом локальный реализм аппаратного обеспечения преобразуется в нелокальную физику на уровне виртуальной реальности: что является локальным в одной реальности, не является локальным в другой.

То, что физическая локальная структура компьютера с концептуального уровня выполняемой на нем программы в общем случае недостижима и не имеет для программы никакого значения, можно понять из самых общих соображений. Действительно, работа любого вычислительного устройства в принципе эквивалентна работе некоторой машины Тьюринга (тезис Черча-Тьюринга), и логическая структура машины Тьюринга представляет максимально детальный уровень реальности для выполняемой на ней программы. Но даже в самое детальное описание машины Тьюринга не входят никакие пространственно-временные характеристики локализации этого механизма, поэтому они оказываются за рамками «реальности», доступной программе. Действительно, машины, имеющие различную пространственно-временную организацию и работающие на разных принципах, могут выполнять одну и ту же программу (представлять одну и ту же машину Тьюринга). По отношению к структуре виртуальной реальности, реализуемой программой, физические характеристики компьютера не только играют роли, но и находятся «за пределом реальности».

### **Физическая квантовая теория на классическом субстрате**

Возможность существования различных слоев реальности не является ни философской гипотезой, ни, тем более, фикцией, так как примеры реализации этой возможности даны. Эти примеры могут показаться банальным, если бы не следствия, которые можно отсюда получить.

До сих пор мы имели всего два слоя реальности: слой виртуальной реальности компьютерной программы и слой

«классической физической реальности» компьютерного аппаратного обеспечения. Однако чисто логически ниоткуда не следует, что этим все и ограничивается. В точной аналогии и подобно тому, как квантовая динамика, симулируемая компьютерной программой, является эмерджентным проявлением классического локального реализма триггерных схем компьютера (а в этом сомневаться не приходится), наблюдаемая нами в экспериментах квантовая динамика «физического уровня реальности» в принципе может быть эмерджентным проявлением некоторой более глубокой классической и локальной реальности. Представленные примеры вполне доказывают логическую возможность такой ситуации. Иначе говоря, реальная квантовая динамика может иметь смысл изображения, построенного на некотором скрытом от нас субстрате, который может обладать свойствами как классичности так и локальности. Это положение дел можно образно описать еще так: если соотношение неопределенностей возникает на уровне атома, то это вовсе не означает, что оно является вездесущим на всех более глубоких уровнях физического описания. Экспериментальные наблюдения нарушения неравенств Белла и теоремы квантовой механики о невозможности классических локальных скрытых переменных вовсе не закрывают локальный реализм на более глубоком онтологическом уровне, так как эти теоремы относятся только к реальности нашего «текущего» физического уровня. Так что распространенное убеждение, что в основе квантового поведения не может лежать классический локальный реализм, основано на упрощенном понимании локального реализма как чего-то, имеющего абсолютный характер.

Подумаем о возможной природе этой более глубокой реальности, предполагая, что можно отнестись серьезно к ее существованию.

Прежде всего, нужно признать, что рассмотренные выше примеры, связанные с симуляцией квантовой динамики в компьютерных вычислительных моделях, были лишь «лесами», которые позволили психологически наиболее простым способом прийти к выводу о возможности реализации квантовой динамики как изображения в классически-локальном субстрате. В действительности имеются и другие способы построения такого изображения. Например, динамика волновой функции во времени может быть просто записана на внешний классический носитель информации, и эта вполне локально-классическая и, к тому же, статическая запись

тоже адекватно представит квантовую динамику, так как симуляция во времени и эта статическая запись находятся попросту во взаимно-однозначном соответствии. Можно представить себе, что такой текст порожден просто записью последовательных состояний компьютера, который действительно симулировал квантовую динамику, но делать это совсем не обязательно. Запись может иметь произвольное происхождение и важно только, что эволюция квантовой волновой функции действительно может быть представлена текстом на классическом носителе информации. Таким образом, имеется целый класс разных способов представления квантовой динамики как изображения в локально-классическом субстрате. Можно далее рассмотреть некоторую смесь обеих рассмотренных возможностей, или, для разнообразия, можно представить себе не символьную запись, а аналоговую, наподобие записи звука на магнитной ленте. Кстати, и компьютерная симуляция не обязана быть цифровой, вполне можно представить себе симуляцию аналоговым, но классическим компьютером. Все это не меняет существа дела.

Хотя мы пришли к выводу о логической возможности локально-классического субстрата для квантовой динамики, рассматривая вычислительную симуляцию и представление записью на классическом носителе информации, но реальный локально-классический субстрат квантовой теории, если такой существует, не обязан быть похож ни на то, ни на другое. Примеры демонстрируют только логическую возможность классически-локального субстрата квантовой динамики, но ничего сверх этого. Более того, слишком прямолинейная аналогия с нашими примерами имеет неприятные следствия.

Если попытаться представить себе, что наш квантовый мир является реальной симуляцией в некотором классическом автомате или «статической» записью в локально-классическом субстрате, то придется принять предположение о существовании какого-то совершенно необъятного пространственного вместилища для такого рода устройств или носителей информации. Действительно, даже для того, чтобы просто записать с разумной точностью волновую функцию электронной оболочки всего одного многоэлектронного атома, например атома урана, не хватит объема всей видимой Вселенной, даже если по одному биту информации размещать в каждой планковской ячейке пространства. Конфигурационное пространство для 92 электронов оболочки урана имеет размерность

92□3□2=552 (при нерелятивистском описании с учетом спина электронов), и если потребовать хотя бы по 1000 узлов координатной сетки вдоль каждой координаты для записи волновой функции, то потребуются память объемом в  $1000^{552}=10^{1656}$  комплексных чисел. В то же время в видимой части Вселенной содержится всего порядка  $10^{153}$  планковских ячеек пространства (каждая размером  $10^{-33}$  см). Как видно, не хватает еще около полутора тысяч порядков. По этой причине наши реальные классические компьютеры, хотя и правда могут симулировать динамику квантовых систем без всякого ущерба, но очень сильно ограничены в смысле сложности квантовых систем, которые могут быть промоделированы с исчерпывающей точностью. Например, как уже упоминалось выше, квантовые компьютеры могут быть симулированы классическими компьютерами, но только очень небольшие квантовые компьютеры – содержащие не более примерно 30 кубит квантовой памяти. Можно, конечно, представить себе очень высокую размерность такого «пространственного вместилища», но подобные шаги кажутся уже несколько искусственными.

Таким образом, если локально-классический субстрат нашего квантового мира и существует, то вряд ли локальность в нем может быть понята примитивно-пространственным образом. Но тогда неизбежно возникает вопрос, почему то понятие локальности, которое заменяет обычную пространственно-временную локальность, вообще следует считать локальностью, а не чем-то еще. Как отвечать на этот вопрос неясно, так как мы пока не имеем ни одного конкретного примера реализации такого «локально-классического» субстрата для реального квантового мира. Вероятно, ответ на вопрос может быть связан со степенью естественности соответствующего понятия «локальности», но это уже область чистых спекуляций, не представляющая для нас интереса.

Важно здесь другое. Придя к представлению об онтологически более глубоком уровне реальности, для которого физический квантовый мир есть некоторый сорт изображения в соответствующем субстрате, мы видим, что этот субстрат, в принципе, может иметь в определенном смысле локально-классический характер (и в этом смысле теорема Белла о скрытых параметрах в своей исходной формулировке неверна), но вовсе не обязан быть именно таким. Интересная возможность состоит в том, что субстрат может обладать чертами классичности, но не локальности. В частности, он может гораздо больше напоминать абстрактную математическую структуру,

чем физическую систему, размещенную в некотором подобии пространства. В этом случае упомянутый выше неприятный вопрос о «вместилище» для существования такой чудовищно сложной структуры автоматически снимается, так как соответствующая мода существования имеет в каком-то смысле полностью внепространственный характер, никакого «места» для нее не требуется.

На что может быть похоже такое внепространственное существование, указывает одна интересная аналогия. Рассмотрим какой-нибудь математический объект, который характеризуется значением, которое можно вычислить. Например, это может быть значение некоторого выражения или что-то более сложное, вроде истинностного значения утверждения, имеющего форму теоремы. Доказать теорему и означает вычислить истинностное значение, соответствующее ее утверждению. Для определенности рассмотрим триллионный десятичный знак в разложении корня из двух, обозначив его  $d$ . Эта величина представляет собой цифру от 0 до 9, никому в настоящее время не известную, и нигде физически не зафиксированную. Как физического объекта этой вещи нет в природе. Тем не менее можно утверждать, что кто бы ни взялся сосчитать  $d$ , и какой бы метод он ни использовал, результат у всех будет один и тот же, так как эта величина существовала до и независимо от того, кто и когда ее вознамерился вычислить. Величина  $d$  существует объективно, хотя это существование никаким очевидным образом нельзя привязать к какому-нибудь определенному месту, оно не имеет никакой локализации. Утверждение об объективном существовании объекта  $d$  отнюдь не является ни эвристической гипотезой, ни философским постулатом, так как оно является фальсифицируемым в смысле Поппера. Действительно, достаточно предъявить два правильных вычисления  $d$  с различными результатами, и объективное существование  $d$  будет фальсифицировано (этот круг вопросов подробно обсуждается в нашей статье [8]). Заметим также, что правильность вычисления не является предметом чьего-то субъективного мнения, так как ответ на этот вопрос является, в принципе, алгоритмически разрешимой задачей – он может быть получен чисто механическим способом.

Таким образом, объективное существование чего-то не предполагает непременно, что это существование протекает во времени и пространстве, «масс-энергетическим способом». Примерно

так может существовать и классический, но нелокальный субстрат, в котором наш реальный физический квантовый мир может быть построен как изображение. Таким образом, такой субстрат может больше напоминать абстрактную математическую структуру, чем «вещь» в физическом смысле.

Аналогию с абстрактной математической структурой можно еще более усилить. Покажем, что структура математики обладает определенными чертами «классичности».

Вычисление в математике является аналогом измерения в физике. Значение введенного выше объекта  $d$  нам было сначала неизвестно, но вычислив его, мы можем его найти. Это действительно очень похоже на измерение: для измерения в физике нужно выполнить некоторую предписанную процедуру, после чего мы получаем значение наблюдаемой; в математике тоже нужно выполнить некоторую предписанную процедуру (алгоритм), что приводит к значению искомой величины. Чисто внешне кажется, что эти процедуры в физике и в математике сильно различаются, но это в значительной степени иллюзия. Вычисление всегда выполняется с использованием некоторого физического устройства, которым может быть компьютер, но могут быть, конечно, и наши мозги. Т.е. вычисление вполне можно рассматривать как определенный сорт физического эксперимента. Если, например, мы захотим разложить очень большое целое число на простые множители, то такое вычисление можно выполнить только с использованием квантового компьютера, и наше «вычисление» и правда будет иметь вид сложного физического эксперимента: вакуумные камеры, сверхнизкие температуры и т. д. (по крайней мере так выглядят современные прототипы квантовых компьютеров). Между физическими измерениями и математическими вычислениями нет пропасти.

Введенные таким способом математические «измерения» имеют классический характер в том смысле, что они не меняют значение «измеряемой» (вычисляемой) величины. В этом смысле они вполне аналогичны измерениям классической физики, а вся обыкновенная математика, тем самым, наделяется чертами классичности. Ни из каких априорных соображений не следует, что именно так оно обязательно и должно было быть. Существованию стабильного математического мира можно только порадоваться и удивиться. Вполне можно себе представить абстрактные миры, подобные миру математики, но не обладающие свойством классичности и

определенном выше смысле. Это может быть немного похоже, например, на абстрактные миры субъективных переживаний, где попытка проследить за мыслью немедленно приводит к изменению самой мысли.

Таким образом, классический, но нелокальный «физический» субстрат квантовой теории может оказаться в чем-то похожим просто на абстрактную математическую структуру. Если бы мы стали настаивать на том, что это в точности математическая структура и есть, то пришли бы к неожиданному выводу, что весь квантовый мир просто тождествен своему собственному математическому представлению, или может рассматриваться как математический образ, имеющий объективное, но «абстрактное» существование, подобно способу существования триллионного знака в разложении корня из двух. *It from Bit* по Джону Арчибальду Уилеру. Однако нет никаких оснований настаивать на том, что это именно так. Пример с компьютером и генерируемой им виртуальной реальностью показывает, что связь между квантовой физикой и возможным субстратом может быть и гораздо более «материальной». Реальная картина может оказаться довольно сложной: субстрат может иметь и некоторые черты абстрактной математической структуры, и некоторые черты физического объекта. Все это указывает на то, что искомая «окончательная физическая теория» (если вообще можно о такой говорить) может не оказаться именно *физической* теорией в собственном смысле слова. Это заставляет также с очень большой осторожностью принимать чисто абстрактную природу обыкновенной математики. Уже рассмотренные выше примеры показывают, что и в обычной математике есть очень много физического (см. также [9]). Возможно, на очень глубоком онтологическом уровне связь физики и математики гораздо теснее, чем это выглядит с более высоких этажей онтологии, или даже физика и математика и вовсе произрастают из единого корня, который сам не является ни тем, ни другим. Физика и математика могут оказаться просто двумя разными сторонами или двумя различными пределами одной сущности. Не с этим ли связана «непостижимая эффективность математики в естественных науках» [10]?

Хотя до сих пор к понятию слоев реальности нас вела возможность введения скрытой локально-классической или просто классической онтологии для квантовой теории, но надо отметить, что более глубокие онтологические слои реальности с логической точки

зрения могут не обладать свойствами ни классичности, ни локальности, но быть либо квантовыми, либо и вовсе иметь структуру, не имеющую отражения в современном научном языке. Классичность и локальность – это только некоторые из разрешенных возможностей. Как это может быть, легко представить себе на основе следующего примера.

Предположим, универсальные квантовые компьютеры уже построены (их пока нет, но когда-нибудь они появятся). Тогда с использованием квантового компьютера легко можно будет создавать симуляцию любых квантовых систем. Это сделать значительно проще, чем с использованием классических компьютеров. Возникает ситуация, когда одна квантовая система является изображением в квантовом субстрате, отличном от самой системы. Точно также квантовая динамика нашей физической реальности может быть изображением в субстрате некоторой скрытой, но тоже квантовой реальности.

В современной теоретической физике можно найти многочисленные намеки на появление структур, весьма напоминающих расслоение реальности в определенном выше смысле. Такие построения наиболее характерны для ряда направлений в квантовой гравитации (хороший критический обзор основных современных направлений квантовой гравитации дан в статье [11]), но не только. В квантовой гравитации в настоящее время разрабатывается несколько направлений; есть ли среди них хотя бы одно «правильное» – неизвестно, тем не менее можно выделить ряд характерных идей. В большинстве случаев пространство-время, как дифференцируемое многообразие, возникает в этих теориях как эффективное эмерджентное проявление некоторой пра-структуры в результате определенной предельной процедуры, которая в разных теориях может иметь разный смысл. Это несколько напоминает связь типа субстрат-изображение, которая рассматривалась выше. Сама эта пра-структура в разных теориях может быть устроена очень разными способами. В ряде теорий – петлевая квантовая гравитация, причинные множества, триангуляции разного типа и некоторые другие – пра-структура имеет чисто комбинаторную математическую природу и помещается, вообще говоря, вне какого-либо «пространственного» вместилища. Это очень похоже на тот рассмотренный выше вариант субстрата, который был похож на абстрактную математику.

Другой характерный пример представляется теорией струн (которая тоже является одним из вариантов квантовой гравитации). В этой теории изначально, на эвристическом уровне, имеется понимание, что на масштабах планковской длины и времени пространство-время не является гладким многообразием, но подвержено квантовым флуктуациям, а гладкое многообразие получается только на больших масштабах путем их усреднения. Тем не менее построение теории начинается с фиксации гладкого статического пространственно-временного фона, в котором и рассматривается движение одномерных объектов – струн. Важно четко понимать, что этот гладкий статический фон не есть реальное физическое пространство, которое должно быть динамическим и подверженным квантовым флуктуациям. Так как этот фон обычно считается многомерным [10, 11, 26], то часто можно встретить утверждение, что в теории струн физическое пространство многомерно. С этим утверждением трудно согласиться, так как многомерность относится к статическому фону теории струн, но вовсе не к реальному физическому пространству. Чтобы понять, что есть в теории струн реальное физическое пространство, нужно построить полную динамическую теорию движения и взаимодействия струн в этом статическом фоне, найти так называемые когерентные состояния, и только анализ структуры этих состояний покажет, что есть физическое пространство-время. До этого, судя по всему, еще очень далеко. Статическое же фоновое пространство-время теории струн очень напоминает субстрат некоторой скрытой реальности, причем субстрат, имеющий характер классического многообразия, снабженного локальностью благодаря определенной на нем причинной лоренцевой структуре. Это сильно отличает субстрат теории струн от чисто комбинаторного субстрата петлевой гравитации и некоторых других теорий. Таким образом, среди современных теорий квантовой гравитации можно обнаружить использование объектов, напоминающих обсуждавшиеся выше субстраты скрытых реальностей, причем всех основных типов – от локально-классических до чисто комбинаторных, абстрактно-математических. Надо, правда, отметить, что аналогия здесь, все-таки, не вполне прямая: например, в петлевой квантовой гравитации ведущую роль играют не сами фундаментальные комбинаторные структуры (на самом деле – так называемые помеченные графы), а амплитуды переходов между такими структурами и т.д.

## Слоеный пирог реальностей

Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть наш обыкновенный классический компьютер моделирует некоторую виртуальную реальность. Она может быть и квантовой, и классической, – сейчас это не имеет значения. Генерированная реальность может быть настолько богатой, что в ней может быть создан виртуальный компьютер. Запрограммируем теперь эту виртуальную машину тоже на генерирование виртуальной реальности. Эта новая виртуальная реальность может не иметь никакого отношения к виртуальной реальности более низкого уровня, но снова может быть настолько богатой, что в ней опять можно построить виртуальный компьютер еще более высокого уровня. И так далее. В этом квазиреалистичном примере возникает целый многоуровневый сэндвич из различных реальностей, причем они могут иметь различную природу и характеризоваться различными типами локальности или отсутствием таковой. Этот пример показывает, что многослойная реальность с различными типами локальности в слоях логически возможна, поэтому нельзя исключить, что подобная многослойная структура свойственна и нашему реальному миру. Наблюдаемая физическая реальность является в этой модели верхним слоем физического слоеного пирога реальностей и имеет характер изображения по отношению к предыдущему слою. Все другие слои связаны между собой подобным же образом. Как теперь понятно, мы сами имеем возможность строить над слоем физической реальности – над нашим «текущим» слоем – новые и новые слои реальности с использованием компьютерного моделирования. Подчеркнем, что пока нам неизвестны какие-либо определенные указания на то, что такая многослойная квантово-классическая структура под физической реальностью действительно имеет место, но с чисто логической точки зрения такая возможность определенно существует, это показывает рассмотренный компьютерный пример. Таким образом, онтологией реального мира, наблюдаемая часть которого описывается квантовой физикой, может быть *многослойная* структура, содержащая, быть может, также и слои, характеризующиеся классичностью и локальным реализмом. Это еще более меняет представление о возможной природе «окончательной теории».

### **Познаваемость субстрата квантовой теории**

Последний вопрос, который мы здесь затронем, связан с потенциальной познаваемостью классической локальной или какой-нибудь иной реальности, лежащей в основе квантовой теории, если таковая действительно существует. Здесь полезна аналогия. Предположим на минуту, что классический компьютер моделирует квантовый мир, в котором имеются, в том числе, и наблюдатели. Как уже упоминалось, даже самые скрупулезные поиски не смогут завести этих наблюдателей дальше, чем логическая структура машины, лежащая в основе симуляции. Физическая структура машины лежит вне пределов досягаемости для наблюдателей, живущих в модельной реальности. Но, изучив логическую структуру машины, наиболее прозорливые из наблюдателей и мыслителей, населяющих виртуальный мир, могут догадаться, что эта структура существует неспроста, и что за ней стоит некоторый физический агент, о строении которого могут быть сделаны разумные предположения на основе его наблюдаемой логической структуры. На основе этих предположений могут быть сделаны и предсказания, которые могут быть проверены путем исследования логической структуры симулятора. В этом смысле физическая природа компьютера, в котором существует эта квантовая симуляция с наблюдателями, для симулированных наблюдателей, по крайней мере частично, может быть познаваема. Во всяком случае, они могут выдвигать о ней обоснованные гипотезы и проверять их следствия. Точно также, онтология более глубокой реальности, которая, быть может, лежит в основании физического квантового мира, может быть частично познаваема для нас, даже если она окажется недоступна прямым наблюдениям. Если однако, этот субстрат сам является только поверхностью многослойной структуры, как это обсуждалось в предыдущем разделе, то в слои, не соседствующие непосредственно с нашей физической реальностью, нашему разуму проникнуть будет очень трудно. Это может положить абсолютный предел человеческому познанию.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Гриб А.А. Неравенства Белла и экспериментальная проверка квантовых корреляций на макроскопических расстояниях. УФН, 1984, Т.142, С.619-634.
2. Матиясевич Ю.В. Десятая проблема Гильберта. – М.: Наука, 1993.

3. Панов А.Д. Технологическая сингулярность, теорема Пенроуза об искусственном интеллекте и квантовая природа сознания. Приложение к журналу "Информационные технологии", 2014, № 5. М.: Издательство "Новые технологии".

4. Juliá-Díaz B., Burdis J. B., Tabakin F. QDENSITY - A Mathematica quantum computer simulation. arXiv: quant-ph/0508101. 2005.

5. Juliá-Díaz B., Burdis J. B., Tabakin F. QDENSITY - A Mathematica quantum computer simulation. Computer Physics Communications. 2009. , V. 180. P. 474.

6. Tabakin F., Juliá-Díaz B. QCMPI: A parallel environment for quantum computing. Computer Physics Communications, 2009, V. 180. P. 948–964.

7. Tabakin F., Juliá-Díaz B. QCWAVE – A Mathematica quantum computer simulation update. Computer Physics Communications, 2011, V. 182. P. 1693–1707.

8. Панов А.Д. Природа математики, космология и структура реальности: объективность мира математических форм. В кн.: Космология, физика, культура. Под ред. В.В. Казютинского. М.: ИФ РАН, 2011, С. 191-219.

9. Панов А.Д. Природа математики, космология и структура реальности: физические основания математики. В кн.: Метавселенная, пространство, время. Под ред. В.В. Казютиуского. М.: ИФ РАН. 2011, С. 74-103

10. Вигнер Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках. УФН, 1968, Т.94, вып. 3, стр. 535-546.

11. Smolin L. How far are we from the quantum theory of gravity? arXiv:hep-th/0303185. 2003.

УДК 517.977.8, 517.977.58

**В.Н. Афанасьев**, д-р техн.наук, профессор

Московский институт электроники и математики

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

123458, Москва, ул. Таллинская, д. 34

тел.: (495) 916-88-29

e-mail: afanval@mail.ru

## **АЛГОРИТМ ВЯЗКОГО РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ОБЪЕКТОМ**

*Проблема оптимального управления для класса нелинейных объектов с неконтролируемыми ограниченными возмущениями формулируется в ключе дифференциальной игры. Для задач с квадратическим функционалом качества задача поиска оптимальных управлений сводится к необходимости нахождения решений скалярного уравнения в частных производных Гамильтона-Якоби-Айзекса. Поиск решений этого уравнения в темпе функционирования объекта осуществляется с помощью специальных алгоритмических процедур. Полученные результаты могут быть использованы при решении теоретических и прикладных задач, встречающихся в математике, механике, физике, биологии, химии, инженерных науках, управлении и навигации.*

**Ключевые слова:** нелинейные системы, дифференциальные игры, уравнение Гамильтона-Якоби-Айзекса, алгоритмическое конструирование

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

Успешная реализация полученных теоретических результатов в ряде задач связана с решением уравнений в частных производных первого порядка. Подобные уравнения в частных производных возникают при решении большого числа теоретических и прикладных задач в математике, механике, физике, биологии, химии, инженерных науках, управлении и т.д. Такими уравнениями являются уравнение Гамильтона-Якоби в теоретической механике [1], уравнение Беллмана в теории оптимального управления [2], уравнении Айзекса [3], уравнении эйконала в геометрической оптике [4], предельные уравнения Брюгенса и Хопфа в газовой динамике и гидродинамике [5] и т.д.

Метод характеристик, предложенный в первой половине XIX в. О. Коши для решения краевых задач для таких уравнений, сводит ин-

тегрирование уравнений в частных производных первого порядка к интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Этот метод основан на том, что график классического решения краевой задачи инвариантен относительно характеристик. Однако в случае нелинейного уравнения в частных производных гладкое решение существует лишь локально [6]. Обобщенному решению Гамильтона-Якоби и других типов уравнений в частных производных было обращено внимание многих математиков в 50-70-е гг. XX в. [7,8]. Разработанные методы в основном опирались на интегральные методы и интегральные свойства обобщенных решений.

Данное научное исследование (№ 14-01-0112) выполнено при поддержке Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2014/2015 гг.»

В начале 1980-х гг., было введено понятие вязкостного решения, существование которого доказывалось с помощью метода исчезающей вязкости [9]. Метод развивается и в настоящее время, внимание исследователей привлекают аналитические, конструктивные и численные методы построения вязкостных решений [10] и приложения теоретических результатов к решению задач различных прикладных задач.

Другая известная концепция обобщенного решения на базе идемпотентного анализа предложена в работах В. П. Маслова и его учеников [11,12]. С помощью этого подхода, линеаризующего выпуклые задачи, исследуются уравнения Гамильтона-Якоби с выпуклым гамильтонианом и их приложения к задачам математической физики.

Задачи оптимального управления и дифференциальные игры так или иначе связаны с поиском решений уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана, Айзекса. Для решения такого типа уравнений разработаны конструктивные и численные (в том числе и сеточные) методы [13,14,15]. Важным результатом теории минимаксных решений уравнений в частных производных первого порядка, лежащих в основе теории дифференциальных игр, является доказательство эквивалентности понятий минимаксного и вязкостного решений [16].

В рамках концепции минимаксного решения, имеющей свои истоки в теории позиционных дифференциальных игр [17,18], разработанной научной школой Н.Н. Красовского, базирующейся на минимаксных оценках и операциях, были доказаны теоремы существования и единственности, корректности и содержательности понятия минимаксного решения для различных типов краевых задач уравнений в частных производных первого порядка.

Несмотря на имеющиеся теоретические результаты в этой области, проблема решений уравнения Гамильтона-Якоби-Айзекса в задачах дифференциальных игр с нелинейными неопределенными динамическими объектами в темпе их функционирования по-прежнему сохраняется и актуальна.

## 2. НЕЛИНЕЙНЫЙ ОПТИМАЛЬНЫЙ РЕГУЛЯТОР

### 2.1. Постановка задачи.

Пусть детерминированная нелинейная система описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= f(x) + g_1(x)w(t) + g_2(x)u(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь  $x(t) \in R^n$  состояние системы;  $x \in \Omega_x$ ,  $X_0 \in \Omega_x$  – множество возможных начальных условий системы;  $y \in R^m$ ,  $m \leq n$  – выход системы;  $u \in R^r$  управление;  $w \in R^k$  – возмущение;  $f(x)$ ,  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$  – непрерывные матрицы-функции. Предполагается, что для всех  $x$  система (2.1) управляема и наблюдаема,  $t \in R^+$ . Кроме того, будем полагать, что функции  $f(x)$ ,  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$  достаточно гладкие ( $C_\infty$ ) такие, что их любых  $(t_0, x_0) \in R_+ \times \Omega_x$  проходило бы одно и только одно решение уравнения (2.1)  $x(t, t_0, x_0)$  и был бы единственным соответствующий выход системы  $y(t) = Cx(t, x_0)$ .

Предполагается, что неконтролируемое возмущение  $w(t)$ , которое может быть как детерминированным, так и стохастическим, характеризуется следующим отношением:

$$|w(t)| \leq \sigma(x(t)), \quad \forall t \geq 0, \quad (2.2)$$

где  $|w_i(t)| \leq \sigma_i(x(t))$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $t \geq 0$ ,  $\sigma_i(x(t)) \geq 0$  для всех  $x(t) \in \Omega_x$ . Запишем (2.2) в виде  $w(t) \in W$ .

Рассматривая возмущение  $w(t)$  как действие некоторого игрока противодействующему успешному выполнению задачи управления, сформулируем задачу управления в ключе дифференциальной игры двух игроков  $G_u$  и  $G_w$ . Организация управлений  $u(t) \in U$  и

$w(t) \in W$  будет осуществляться с использованием принципа обратной связи по состоянию.

Таким образом, в настоящей статье проблема управления нелинейным неопределенным объектом (2.1) будет рассматриваться в ключе теории минимакса с неограниченным временем окончания переходного процесса.

Введем функционал качества дифференциальной игры

$$J(x, u, w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \{ y^T(t) Q y(t) + u^T(t) R u(t) - w^T(t) P w(t) \} dt. \quad (2.3)$$

В функционале (2.3) симметрическая матрица  $Q$ , по крайней мере, положительно полуопределенная, матрицы  $P$  и  $R$  – положительно определенные.

**Предположение 2.1.** Ограничения на управляющие воздействия  $u(t) \in U$  и  $w(t) \in W$  можно учесть при назначении в функционале качества положительно определенных матриц  $P$  и  $R$ .

Пусть элемент  $\xi = (x(t), u(t), w(t))$ , для которого выполнены все указанные условия и ограничения задачи, является допустимым управляемым процессом. Допустимыми элементами  $\xi = (x(t), u(t), w(t))$  в поставленной задаче считать будем функции класса  $x(\cdot) \in C^1([t_0, T], R^n)$ ,  $u(\cdot) \in C^1([t_0, T], R^r)$ ,  $w(\cdot) \in C^1([t_0, T], R^k)$ .

Задача управления заключается в построении оптимальной стратегии с обратной связью для игроков  $G_u$  и  $G_w$ , т.е. в нахождении управляющего воздействия  $u(t)$ , минимизирующего функционал вида (2.3) на объекте (2.1) при соответствующем противодействии «управления»  $w(t)$ .

**2.2. Оптимальные уравнения дифференциальной игры. Сделаем два предположения:**

**Предположение 2.2.** Пусть  $f(x)$ ,  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$  достаточно гладкие функции такие, что функция  $V(x)$ , определенная как

$$V(x) = \inf_{u \in U} \sup_{w \in W} J(x, u, w), \quad (2.4)$$

дифференцируемая функция при любых допустимых стратегиях игроков  $G_w, G_u \in L_2(0, \infty)$ .

**Предположение 2.3.** Функция  $V(x)$ , определенная в (2.4) локально липшицева в  $\Omega_x$ .

В общем случае (с заданным временем окончания переходного процесса), значение назначаемой функции  $V(t, x)$  есть решение задачи динамического программирования, связанное с дифференциальным уравнением первого порядка в частных производных Гамильтона-Якоби-Айзека [2]

$$\frac{\partial V(t, x)}{\partial t} + \min_u \max_w H \left\{ x, u, w, \frac{\partial V(t, x)}{\partial x(t)} \right\} = 0, \quad V(T, x(T)) = 0$$

где  $H$  – гамильтониан

$$H \left\{ x, u, w, \frac{\partial V(t, x)}{\partial x(t)} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ y^T(t) Q y(t) + u^T(t) R u(t) - w^T(t) P w(t) \right\} + \frac{\partial V(t, x)}{\partial x(t)} \left\{ f(x) + g_1(x) w(t) + g_2(x) u(t) \right\}.$$

Для рассматриваемой задачи (с неограниченным интервалом временем переходного процесса)  $V(t, x) = V(x)$ , т.е.  $\partial V(x) / \partial t = 0$ .

Оптимальные управления, при выполнении условия учета ограничений на управляющие воздействия  $w(t) \in W$  и  $u(t) \in U$  соответствующим назначением положительно определенных матриц  $P$  и  $R$  (Предположение 2.1), определяются соотношениями

$$\left\{ \frac{\partial H}{\partial w(t)} \right\}^T = -P w(t) + \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} g_1(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T = 0 = 0,$$

$$\left\{ \frac{\partial H}{\partial u(t)} \right\}^T = R u(t) + g_2(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T = 0, \quad \frac{\partial^2 H}{\partial w^2(t)} = -P < 0 \quad \frac{\partial^2 H}{\partial u^2(t)} = R > 0.$$

Откуда

$$u(t) = -R^{-1} g_2^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T, \quad w(t) = P^{-1} g_1^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T, \quad (2.5)$$

где вектор  $\partial V(x) / \partial x$  определяется решением уравнения Гамильтона-Якоби-Айзека:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} f(x) + \frac{1}{2} x^T C^T(t) Q C x(t) - \\ & - \frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \left[ g_2(x) R^{-1} g_2^T(x) - g_1(x) P^{-1} g_1^T(x) \right] \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

с граничным условием  $V(0) = 0$ .

### 2.3. Условия существования оптимального решения

Предположение 2.4. Пусть матрица

$$P(x) = g_2(x) R^{-1} g_2^T(x) - g_1(x) P^{-1} g_1^T(x), \quad (2.7)$$

по крайней мере, положительно полуопределенная.

Исходная система с управлениями (2.1) определяется выражением

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= f(x) - P(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T, \quad x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= C(x). \end{aligned} \quad (2.8)$$

**Теорема 2.1.** Система (2.8) равномерно асимптотически устойчива, если и только если

$$\frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} P(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T \geq \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} f(t, x), \quad \forall x \neq 0.$$

где  $P(x) = g_2(x) R^{-1} g_2^T(x) - g_1(x) P^{-1} g_1^T(x)$  – по крайней мере, положительно полуопределенная матрица.

Доказательство. Из уравнения (2.6) имеем

$$\frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} P(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T = \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} f(x) + \frac{1}{2} x^T C^T(t) Q C x(t).$$

Откуда, так как  $x^T C^T(t) Q C x(t) \geq 0$ ,

$$\frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} P(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T \geq \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} f(x). \quad (2.9)$$

Определим требования к назначению матриц  $P$  и  $R$ , при которых

Предположение 2.4 истинно, т.е. матрица  $P(x)$ , по крайней мере, положительно полуопределенная.

В соответствии теоремой Ляпунова система (2.8) равномерно асимптотически устойчива, если выполнялось условие

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \left[ f(x) - \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T \right] \leq -\omega_3(|x|), \quad \omega_3(|x|) \geq 0$$

Назначим  $\omega_3(|x|)$  в виде  $\omega_3(|x|) = \frac{1}{2} x^T(t) C^T Q C x(t)$ , где  $Q$  положительно полуопределенная матрица функционала качества (2.3). Тогда, учитывая (2.8) и (2.9), будем иметь

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} f(x) - \frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T + \frac{1}{2} x^T(t) C^T Q C x(t) - \\ & - \frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \Pi(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T \leq 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Принимая во внимание (2.6), получаем  $-x^T(t) S(x) \Pi(x) S(x) x(t) \leq 0$ . Последнее выполняется, если матрица  $\Pi(x)$ , по крайней мере, положительно полуопределенная.

Таким образом, при выполнении предположения 2.4 система (2.1) с управлением (2.5) равномерно асимптотически устойчива, т.е.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ .

Как видно из (2.7), это свойство матрицы  $\Pi(x)$  можно (при известных матрицах  $g_1(x)$  и  $g_2(x)$ ) обеспечить назначением матрицы  $P$  с учетом границ возмущений  $|w(t)| \leq \sigma(x(t)), \forall t \geq 0$ , т.е. в виде  $P = P(\sigma)$ , и соответствующим выбором матрицы  $R$ .

### 3. АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Основная трудность реализации управлений в виде (2.5) заключается в нахождении вектора  $\partial V(x)/\partial x(t)$ , удовлетворяющего скалярному уравнению в частных производных (2.6). Одним из возможных способов нахождения управления с использованием уравнения (2.6) является метод, основанный на аппроксимации этого уравнения рядом Тейлора вокруг точки равновесия. Однако метод, основанный на представлении неравенства с частными производными с использованием аппроксимации возле точки равновесия, не позволяет получить более общие решения.

Предложим метод поиска вектора  $\partial V(x)/\partial x(t)$ , основанный на применении метода алгоритмического конструирования [19]. Прежде всего, следует отметить, что уравнение Гамильтона-Якоби-Айзекса (2.6) определяет динамическое соответствие вектор-функции  $\partial V(x)/\partial x(t)$  вектору состояния системы  $x(t)$ . Другими словами, это уравнение в каждый момент времени  $t \in [t_0, T]$  ставит в соответствие функцию  $\partial V(x)/\partial x(t)$ , определяющую управление, состоянию системы  $x(t) \in \Omega_x$ .

Определим функцию (2.4) в виде

$$V(x) = \gamma^T(t)x(t), \quad (3.1)$$

где функция  $\gamma \in R^n$  определяется решением уравнения

$$\Psi(x, \gamma) = \gamma^T(t)f(x) + \frac{1}{2}x^T C^T(t)QCx(t) - \frac{1}{2}\gamma^T(t)\Pi(x)\gamma(t) = 0 \quad (3.2)$$

Не трудно видеть, что  $\partial V(x)/\partial x = \gamma^T(t)$ .

Таким образом, исходная система (2.1) с управлениями

$$u(t) = -R^{-1}g_2^T(x)\gamma(t), \quad w(t) = P^{-1}g_1^T(x)\gamma(t), \quad (3.3)$$

принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= f(x) - \Pi(x)\gamma(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= C(x). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Развитие выпуклого и негладкого анализа в 1970-е гг. позволило применить к исследованию обобщенных решений уравнений в частных производных новые результаты и методы, основанные на обобщениях понятия дифференцируемости. В начале 1980-х гг. М. Крэндалл и П. Л. Лионс ввели понятие вязкостного решения (viscosity solution) [9]. Введем одно из эквивалентных определений вязкостного решения.

**Определение 3.1.** Верхним вязкостным решением уравнения

$$\Psi(x, \gamma) = \gamma^T(t)f(x) + \frac{1}{2}x^T C^T(t)QCx(t) - \frac{1}{2}\gamma^T(t)\Pi(x)\gamma(t) = 0 \quad (3.5)$$

называется непрерывная функция  $\gamma(t)$ , следующему условию: если разность функций  $V(x) - \gamma^T(t)x(t)$  достигает локального минимума в

точке  $(t^*, x^*) \in \Omega$  и в этой точке функция  $\gamma(t)$  дифференцируема, то должно выполняться неравенство

$$\Psi(x, \gamma) = \gamma^T(t) f(x) + \frac{1}{2} x^T C^T(t) Q C x(t) - \frac{1}{2} \gamma^T(t) \Pi(x) \gamma(t) \leq 0. \quad (3.6)$$

Нижним вязкостным решением уравнения (3.3) называется непрерывная функция  $\gamma(t)$ , удовлетворяющая следующему условию: если разность функций  $V(x) - \gamma^T(t)x(t)$  достигает локального максимума в точке  $(t^*, x^*) \in \Omega$  и в этой точке функция  $\gamma(t)$  дифференцируема, то должно выполняться неравенство

$$\Psi(x, \gamma) = \gamma^T(t) f(x) + \frac{1}{2} x^T C^T(t) Q C x(t) - \frac{1}{2} \gamma^T(t) \Pi(x) \gamma(t) \geq 0. \quad (3.7)$$

Вязкостным решением называется функция, которая одновременно является верхним и нижним решением, т.е. при выполнении следующего условия (3.5) или

$$\gamma^T(t) = \partial V(x) / \partial x \quad (3.8)$$

Для построения алгоритма перевода системы из состояния (3.6) или (3.7) в состояние, при котором выполняется условие (3.5), введем функцию Ляпунова

$$V_{\mathcal{L}}(\gamma, x) = \frac{1}{2} \Psi^2(\gamma, x). \quad (3.9)$$

Условие асимптотической устойчивости при таком назначении функции Ляпунова имеет вид

$$\frac{d}{dt} V_{\mathcal{L}}(\gamma, x) = \Psi(x, \gamma) \left[ \frac{\partial \Psi(x, \gamma)}{\partial x} \frac{dx(t)}{dt} + \frac{\partial \Psi(x, \gamma)}{\partial \gamma} \frac{d\gamma(t)}{dt} \right] \leq 0. \quad (3.10)$$

Назначим  $d\gamma(t)/dt$  как

$$\frac{d}{dt} \gamma(t) = - \left\{ \frac{\partial \Psi(x, \gamma)}{\partial \gamma} \right\}^T \Psi(x, \gamma). \quad (3.11)$$

Для поиска начальных условий алгоритма (3.11) введем дополнительное предположение относительно правой части уравнения исходной системы (2.1).

Предположение 3.1. Без потери общности положим, что условие  $x=0 \in \Omega_x$  есть точка равновесия системы при  $u=0, w=0$  так, что  $f(0) = 0$  и  $g_1(x) \neq 0, g_2(x) \neq 0, \forall x \in \Omega_x$ .

При выполнении Предположения 3.1, используя метод «расширенной» линеаризации [21], исходная нелинейная система (2.1) может быть представлена в виде наблюдаемой и управляемой модели системы [20]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= A(x)x(t) + g_1(x)w(t) + g_2(x)u(t), \quad x(0) = x_0, \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Как известно, такое представление исходной системы в общем случае не является единственным [21], но в этой работе вопрос о выборе подходящей модели вида (3.12) не рассматривается. Предполагается лишь, что пары  $\langle A(x), g_1(x) \rangle$  и  $\langle A(x), g_2(x) \rangle$  управляемы, а пара  $\langle A(x), C \rangle$  – наблюдаема при всех  $x \in \Omega_x$ .

Определим вектор-функцию  $\{\partial V(x) / \partial x(t)\}^T$  в виде

$$\left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T = S(x)x(t) \quad (3.13)$$

Тогда, заменяя вектор-функцию  $\{\partial V(x) / \partial x(t)\}^T$  в уравнении Гамильтона-Якоби-Айзекса (2.6) на  $S(x)x(t)$ , получим

$$x^T(t) \{ S(x)A(x) + A^T(x)S(x) - S(x)\Pi(x)S(x) + C^TQC \} x(t) = 0, \quad x \in \Omega_x,$$

откуда получаем уравнение Риккати с параметрами, зависящими от состояния [3],

$$S(x)A(x) + A^T(x)S(x) - S(x)\Pi(x)S(x) + C^TQC = 0. \quad (3.14)$$

Управления (2.5) и система (2.8) соответственно с учетом (3.13) имеют вид

$$u(t) = -R^{-1}g_2^T(x)S(x)x(t), \quad w(t) = P^{-1}g_1^T(x)S(x)x(t),$$

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x) - \Pi(x)S(x)x(t), \quad x(t_0) = x_0,$$

$$y(t) = C(x).$$

Находя решение уравнения (3.14) при  $x=x_0$ , т.е. алгебраического уравнения типа Риккати с матрицами  $A(x_0)$ ,  $g_1(x_0)$ ,  $g_2(x_0)$ , содержащими постоянные параметры и матрицами  $P$  и  $R$ , при которых матрица  $\Pi(x_0) = g_2(x_0)R^{-1}g_2^T(x_0) - g_1(x_0)P^{-1}g_1^T(x_0)$ , по крайней мере, по-

положительно полуопределенная, определяем начальные условия для  $\gamma_0$  как

$$\gamma_0 = S(x_0)x_0 \quad (3.15)$$

где положительно определенная матрица  $S(x_0)$  отыскивается решением алгебраического уравнения Риккати с постоянными параметрами

$$S(x_0)A(x_0) + A^T(x_0)S(x_0) - S(x_0)P(x_0)S(x_0) + C^TQC = 0 \quad (3.16)$$

Для определения условия, при выполнении которых алгоритм обеспечит задачу управления, вернемся к рассмотрению условия (3.10). Подставляя (3.11) в (3.10), будем иметь

$$\left\| \frac{\partial \Psi(x, \gamma)}{\partial \gamma} \right\|^2 \Psi^2(x, \gamma) \geq \left| \frac{\partial \Psi(x, \gamma)}{\partial x} \frac{dx(t)}{dt} \Psi(x, \gamma) \right|, \quad x(t) \in \Omega_x \quad (3.17)$$

Таким образом, алгоритм

$$\frac{d}{dt} \gamma(t) = - \left\{ \frac{\partial \Psi(x, \gamma)}{\partial \gamma} \right\}^T \Psi(x, \gamma), \quad \gamma(t_0) = S(x_0)x_0$$

в задаче стабилизации нелинейного неопределенного объекта может обеспечить эффективное действие управлений  $w(t) = P^{-1}g_1^T(x)\gamma(t)$ ,  $u(t) = -R^{-1}g_2^T(x)\gamma(t)$  в случае, когда выполняется условие (3.17).

Полученный результат сформулируем в виде теоремы.

**Теорема 3.1.** Управляемая система

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= f(x) + g_1(x)w(t) + g_2(x)u(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

представимая в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= A(x)x(t) + g_1(x)w(t) + g_2(x)u(t), \quad x(0) = x_0, \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

с управлениями  $w(t) = P^{-1}g_1^T(x)\gamma(t)$ ,  $u(t) = -R^{-1}g_2^T(x)\gamma(t)$ , где  $\gamma(t)$  есть решение уравнения

$$\frac{d\gamma(t)}{dt} = - \left\{ \frac{\partial \Psi(x, \gamma)}{\partial \gamma} \right\}^T \Psi(x, \gamma), \quad \gamma_0 = S(x_0)x_0,$$

$$\Psi(x, \gamma) = \gamma^T(t)f(x) + \frac{1}{2}x^T(t)C^TQCx(t) - \frac{1}{2}\gamma^T(t)P(x)\gamma(t),$$

и положительно определенная матрица  $S(x_0)$  есть решение уравнения Риккати

$$S(x_0)A(x_0) + A^T(x_0)S(x_0) - S(x_0)P(x_0)S(x_0) + C^TQC = 0,$$

в котором матрица  $P(x_0)$ , по крайней мере, положительно полуопределенная, асимптотически устойчива, если выполняется условие

$$\left\| \frac{\partial \Psi(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right\|^2 \Psi^2(x, \lambda) \geq \left| \frac{\partial \Psi(x, \lambda)}{\partial x} \frac{dx(t)}{dt} \Psi(x, \lambda) \right|, \quad x(t) \in \Omega_x$$

### **Заключение**

Предложенный в данной статье метод построения регуляторов, основанный на понятии «вязкого решения», для нелинейных неопределенных динамических систем в задаче стабилизации, как это следует из проведенного математического моделирования, эффективно выполняет поставленную задачу. Метод основан на применении алгоритмического конструирования, т.е. на использовании в основе конструкции алгоритмов оптимизации необходимых условий оптимальности. Метод может быть использован при решении задач, в которых встречаются нелинейные уравнения первого порядка в частных производных (уравнений Гамильтона-Якоби, Беллмана, Айзекса, класса эйкональных уравнений).

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Арнольд В. И. Математические методы классической механики.—М.: Наука, 1974.
2. Bellman R. Dynamic programming. – Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1957
3. Isaacs R. Differential Games. John Wiley and Sons. New York. 1965.
4. Курант Р. Уравнения с частными производными. Т. 2. – М.: Мир, 1964.
5. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. – М.: Наука, 1978.
6. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. Изд. 3-е, испр. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 552 с.
7. Самарский А.А. Введение в численные методы // Наука, 1982. С. 269
8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы // МГУ, 2003. С.630
9. Crandall M. G., Ishii H., Lions P. L. A user's guide to viscosity solutions// Bull. Amer. Math. Soc.– 1992.–27.– С. 1–67.

10. Cacace S., Cristini E., Falcone M. A Local Ordered Upwind Method for Hamilton-Jacobi and Isaacs Equations. 18th World Conf. IFAC, Milano, Italy. 2011. 6800-6805 P.
11. Колокольцов В. Н., Маслов В. П. Идемпотентный анализ и его применения в оптимальном управлении. – М.: Наука, 1994.
12. Маслов В. П., Самборский С. Н. Существование и единственность решений стационарных уравнений Гамильтона-Якоби и Беллмана. Новый подход // Докл. РАН.–1992.–324, № 6.– С. 1143–1148.
13. Гусейнов Х. Г., Ушаков В. Н. О построении дифференциальных включений с предписанными свойствами// Диффер. уравн.–2000. 36, № 4. С. 438–445.
14. Субботин А. И., Субботина Н. Н. Кусочно-гладкие решения уравнений с частными производными первого порядка // Докл. РАН.–1993. 333, № 6. С. 705–707.
15. Тарасьев А. М., Успенский А. А., Ушаков В. Н. Аппроксимационные схемы и конечно-разностные операторы для построения обобщенных решений уравнений Гамильтона—Якоби // Изв. РАН. Техн. Киберн.–1994. № 3. С. 173–185.
16. Субботин А. И., Тарасьев А. М., Ушаков В. Н. Обобщенные характеристики уравнений Гамильтона-Якоби // Изв. РАН. Техн. киберн. 1993. № 1. С. 190–197.
17. Красовский Н. Н. Игровые задачи о встрече движений.—М.: Наука, 1970.
18. Субботин А. И. Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона-Якоби.—М.: Наука, 1991.
19. Афанасьев В.Н. Управление неопределенными динамическими объектами. – М.: Наука, 2008. 208 с.
20. Афанасьев В.Н. Задача вывода и сопровождения нелинейного объекта по заданной траектории // Автомат. и телемех. №1, 2015 С.3-20
21. Cimen T.D. State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey // Proc. 17th World Conf. IFAC, Seoul, Korea. 2008. 3771-3775 P.

УДК 004.94

**А.В. Скатков**, д-р техн. наук, профессор

**Д.Ю. Воронин**, канд. техн. наук, доцент

Севастопольский государственный университет,

299053, г. Севастополь, ул. Университетская 33

e-mail: dima@voronins.com

## **ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ СИСТЕМНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ДЛЯ КРИТИЧЕСКИХ ИНФРАСТРУКТУР**

**Введение.** Все попытки рассмотреть инфраструктуру как обычную систему, состоящую из других систем, ввиду слабой конструктивности приводят к весьма ограниченным результатам. В первую очередь это происходит из-за того, что в классической теории систем элементы формируются в единую структуру в соответствии с некоторым целевым признаком, внешними и внутренними системообразующими факторами. Они могут носить экономический характер, обуславливаться информационной и функциональной безопасностью системы и т.п. В развитых инфраструктурах появляются свои особенности: системообразующие факторы, безусловно, существуют, но относительные части инфраструктуры настолько самостоятельны и независимы, что употребление централизованных понятий для их описания обладает слабой конструктивностью. В классической теории систем подсистемы в системе наделены четко выраженными функциями, ориентированными на достижение целевой функции всей системы, и именно в связи с этим оценивается их полезность, необходимость, эффект, степень развития. Для инфраструктур это не так – каждая из ее компонентов имеет свой относительный характер поведения, свои цели, а качество организации инфраструктуры во многом определяется коллинеарностью этих целей: насколько они приведены к общему ресурсному источнику и ориентированы на производство обобщенного продукта инфраструктурной деятельности.

Таким образом, ввиду нетривиальности проблемы формализации понятия инфраструктуры и протекающих в ней процессов, задача анализа и систематизации альтернативных способов описания инфраструктурных взаимодействий является актуальной.

Далее для лаконичности изложения под И-моделью будем понимать модель, ориентированную на описание инфраструктурных взаимодействий. В данной работе рассматриваются следующие типовые

И-модели: графовая И-модель, динамическая И-модель, конечно-автоматная И-модель, И-ПИД модель.

**Информационное описание инфраструктуры.** В соответствии с [1], информационная модель представляет собой совокупность информации, характеризующей существенные свойства и состояния объекта, процесса, явления, а также его взаимосвязь с внешним миром. Развивая это понятие, с учетом описанных выше ограничений эффективного рассмотрения инфраструктуры в рамках классической теории систем, введем новый термин — информационное описание инфраструктуры (ИОИ). Под ИОИ будем понимать единую систему определений и обозначений, используемых при систематизации понятия инфраструктура и анализе протекающих в ней процессов. В некотором смысле ИОИ является определенным формализационным базисом, используемым при сравнительном описании различных подходов к моделированию системных взаимодействий для критических инфраструктур.

Известно [2], что функционирование инфраструктуры ориентировано на достижение одной (или множества) целей. Инфраструктура состоит из совокупности систем (чаще всего разнородных), имеющих свои индивидуальные целевые функции и сформированную соответствующим образом структуру. В инфраструктуре выделяют внешние и внутренние связи, определяющие возможность формирования потоков входных и выходных воздействий. Под входными воздействиями понимают поток ресурсов (чаще всего многомерный), а под выходными — поток произведенной продукции).

При функционировании инфраструктуры в ее системах происходит преобразование входных воздействий в выходные, то есть ресурсов в продукцию. Основные рассматриваемые виды ресурсов: материальные, энергетические, финансовые, трудовые, информационные. Ресурс может обладать важным качественным свойством — полезностью. То есть, если ресурс не обладает данным свойством, то он бесполезен и никому не нужен. Например, он может быть необходим определенной системе для производства продукции. Эта продукция, если она поступает в некоторую другую систему, становится для этой системы — ресурсом, а под воздействием этого ресурса вновь производится продукт. Такие обмены между системами будем называть донорно-акцепторными, причем система, отдающая определенный объем ресурсов, называется система-донор, а принимающая его — систе-

ма-акцептор. То есть продукт системы-донора является ресурсом для системы-акцептора.

Под инфраструктурными взаимодействиями будем понимать все процессы (в том числе и донорно-акцепторные обмены), возникающие в инфраструктурах и влияющие на значения системных параметров их функционирования. Выделяют различные виды инфраструктурных взаимодействий: одно- и двунаправленные, непрерывные и дискретные (с точки зрения рассматриваемых моментов времени), а также стационарные и нестационарные [3, 4]. В дальнейшем будем рассматривать инфраструктурные взаимодействия при которых донорно-акцепторные обмены происходят исключительно в дискретные моменты времени.

Для количественного описания донорно-акцепторных обменов и некоторых других инфраструктурных взаимодействий целесообразно ввести понятия универсального ресурса и универсального продукта. Они представляют собой обобщенные фазовые характеристики, при помощи которых эффективно описываются параметры межсистемных взаимодействий в инфраструктуре. Они не существуют реально, какую-то роль, подобную универсальному ресурсу и продукту, играют деньги — средство для организации обменов. Далее для лаконичности изложения будем считать, что все рассматриваемые далее ресурсы и продукты являются *универсальными*.

Качество функционирования инфраструктуры оценивается внешним органом в соответствии со сформулированной целевой функцией (либо множеством функций). При решении задач инфраструктурного управления появляется необходимость в сравнении как инфраструктур между собой, так и в оценке динамики развития одной и той же инфраструктуры во времени. Предлагается использовать две взаимодополняющие метрики: эвентуальный и реализуемый потенциал инфраструктуры.

Для количественного описания потенциальной способности инфраструктуры преобразовывать ресурс в продукт (при полном ресурсном и информационном обеспечении, наилучшем варианте организации взаимодействия ее элементов, а также других наиболее благоприятных условиях ее функционирования) введем в рассмотрение скалярную характеристику — *эвентуальный* потенциал инфраструктуры. Он описывает внутреннюю способность инфраструктуры, обусловленную ее производственными мощностями, оцениваемую при отсутствии дефицита ресурсного обеспечения и характеризуемую объемом

вырабатываемого при таких условиях продукта. Примечательно, что ввиду синергического эффекта эвентуальный потенциал развитой инфраструктуры практически всегда больше суммы оценок, характеризующих эвентуальный потенциал систем, входящих в нее.

Однако *эвентуальный* потенциал инфраструктуры в недостаточной степени описывает эффективность организации инфраструктурных взаимодействий в текущий момент времени, при учете складывающихся ограничений. Для количественного описания *текущей* способности инфраструктуры преобразовывать ресурс в продукт (при *текущем* варианте организации взаимодействия ее элементов, *доступном* ресурсном и информационном обеспечении, а также прочих условиях ее функционирования, которые сложились к *текущему* моменту времени) введем в рассмотрение скалярную характеристику — *реализуемый* потенциал инфраструктуры. Он является динамической величиной и зависит от *текущих* последствий инфраструктурных взаимодействий и от *текущего* вида функциональных зависимостей, учитывающих характер взаимосвязи между системами в инфраструктуре и требовательность к уровню ресурсного обеспечения. Необходимо заметить, что при нарушении хотя бы одного из условий эксплуатации инфраструктуры, ее *реализуемый* потенциал становится существенно меньше *эвентуального* или вообще равным нулю.

Важное системное свойство инфраструктуры — *критичность* — проявляется при падении реализуемого потенциала инфраструктуры ниже некоторого граничного значения. Если реализуемый потенциал инфраструктуры уменьшился настолько, что стал меньше некоторой фиксированной величины, то считается, что граничные условия функционирования инфраструктуры нарушены и она находится в состоянии отказа по потенциалу. Для учета специфических особенностей различных предметных областей использования инфраструктур целесообразно выделить следующие типы отказа по потенциалу: обыкновенный, постепенный, деградационный, пороговый. Инфраструктуры, обладающие возможностью возврата из состояния отказа по потенциалу в работоспособное, называют восстанавливаемые, а те, для которых отсутствуют процедуры восстановления — критическими, то есть имеющими поглощающее, невозвратное состояние. Далее будем рассматривать только критические инфраструктуры.

Таким образом, ИОИ обладает важным системным свойством единства и может быть представлено кортежем (1), который является в некотором смысле определенным формализационным базисом, по-

звolyающим перейти к ряду задач анализа и параметрического оценивания различных подходов к моделированию системных взаимодействий для критических инфраструктур.

$$ИС = \langle S_{II}, SV_{II}, Ц_{II}, R_{II}, H_{II}, П_{II}, \pi_{II}, T_{II}, Y_{II}, U_{II}, \chi_{II}, O_{II} \rangle, \quad (1)$$

где  $S_{II}$  — множество, описывающее идентификаторы систем, входящих в инфраструктуру;

$SV_{II}$  — множество, описывающее взаимосвязи (как внутренние, так и внешние по отношению к инфраструктуре);

$Ц_{II}$  — вектор, описывающий целевые функции инфраструктуры (в частном случае это скаляр, описывающий единственную цель ее функционирования);

$R_{II}$  — вектор, описывающий объем внешнего ресурса, потребленного инфраструктурой;

$H_{II}$  — вектор, описывающий объем продукта, выработанного инфраструктурой для внешних потребителей;

$П_{II}$  — скаляр, описывающий эвентуальный потенциал инфраструктуры;

$\pi_{II}$  — скаляр, описывающий реализуемый потенциал инфраструктуры;

$T_{II}$  — вектор, описывающий технологию переработки  $R_{II}$  в  $H_{II}$ ;

$Y_{II}$  — множество, описывающее параметры инфраструктуры, которыми имеется возможность управлять;

$U_{II}$  — множество, описывающее управляющие воздействия (в том числе выбирающие вариант технологической настройки и организуемые инфраструктурные взаимодействия);

$\chi_{II}$  — вектор, описывающий различные возмущения, характерные для данной инфраструктуры;

$O_{II}$  — вектор, описывающий различные ограничения, характерные для данной инфраструктуры.

Рассмотренная детализация кортежа  $ИС$  не является исчерпывающей и может расширяться по мере постановки и формулировки дальнейших задач.

### **Инфраструктурная модельно-ориентированная онтология.**

Для повышения системности изложения материала, посвященного дальнейшей детализации альтернативных И-моделей, в развитие под-

хода, описанного в [5], введем в рассмотрение инфраструктурную модельно-ориентированную онтологию, которая может быть описана короткем (2).

$$ИМО = \langle \mathcal{O}_o, K_o, A_o, O_o \rangle \quad (2)$$

$\mathcal{O}_o = \{ M_1^H, M_2^H, M_3^H, M_4^H, M_5^H, M_{|\mathcal{O}_o|}^H \}$  — множество, описывающее

экземпляры онтологии, соответствующие типовым И-моделям;

$K_o$  — множество, описывающее классы онтологии, соответствующие типам рассматриваемых И-моделей, например: морфологические, дескриптивные, эвристические, математические, графические, статические, динамические, дискретные, непрерывные, детерминированные, стохастические, информационные, формальные, научные, бизнес-ориентированные, аналитические, экспериментальные, функциональные, структурные, параметрические, концептуальные и т.д.

$A_o$  — множество, описывающее атрибуты онтологии, соответствующие параметрам и особенностям применения И-моделей;

$O_o$  — множество, описывающее отношения онтологии, соответствующие взаимосвязям между различными И-моделями.

### 1. Графовая И-модель.

Графовая И-модель предназначена для реализации отображений, описанных выражением (3).

$$\begin{cases} M_1^H : \langle S_H, SV_H, U_H \rangle \rightarrow G(t_k); \\ M_1^H : G(t_k) \rightarrow u_k \rightarrow (\rho_{S_i}^k, \forall i \in S_H) \rightarrow \pi_H(t_k); \\ M_1^H : \langle \pi_H(t_k), u_k \rangle \rightarrow \langle H_H, \pi_H, U_H \rangle. \end{cases} \quad (3)$$

Где,  $G(t_k) \triangleq (Q(t_k), D(t_k), V(t_k))$  — граф, описываемый донорно-акцепторными обменах, осуществляемые в момент времени  $t_k$ ;

$Q(t_k)$  — узлы графа  $G(t_k)$  (поставлены в соответствие системам, входящим в инфраструктуру; их идентификаторы описаны при помощи множества  $S_H$ );

$D(t_k)$  — дуги сетевого графа  $G(t_k)$  (поставлены в соответствие внутренним связям инфраструктуры, описанным при помощи множества  $SV_H$ );

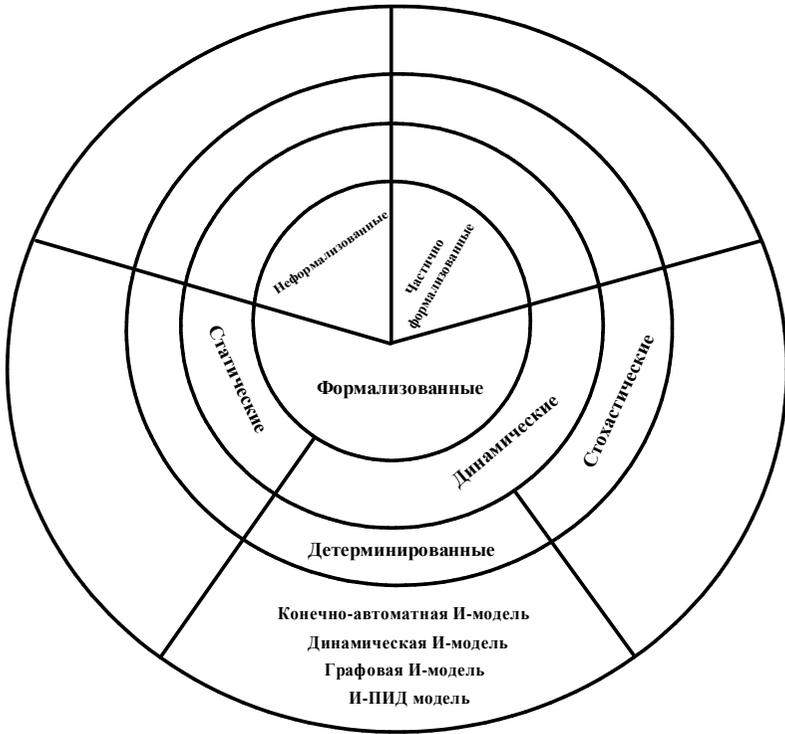


Рисунок 1 — Фрагмент таксономии инфраструктурной модельно-оринетированной онтологии.

$V(t_k)$  — веса дуг сетевого графа  $G(t_k)$  (описывают параметры инфраструктурных взаимодействий). То есть, например, веса дуг, входящих в  $i$ -ую вершину графа  $G(t_k)$ , поставлены в соответствие объемам ресурса, получаемого  $i$ -ой системой-акцептором в ходе инфраструктурных взаимодействий. Веса дуг, исходящих из  $i$ -ой вершины графа  $G(t_k)$ , описывают объемы продукта, отдаваемого  $i$ -ой системой-донором в результате инфраструктурных взаимодействий).

$u_k = \eta(V(t_k))$  — вектор, описывающий управление инфраструктурными взаимодействиями, осуществляемыми в момент времени  $t_k$  ;

$\eta$  — функция, формирующая управление инфраструктурными взаимодействиями на основе информации о весах дуг графа  $G(t_k)$  ;

$\rho_{S_i}^k$  — объем произведенного продукта  $i$ -ой системой в  $k$ -ый момент времени;  $\rho_{S_i}^k = \Psi^k(\Omega_{S_i}^k, \Theta_{S_i}^k(u_k))$ ,  $i = \{1, 2, \dots, |\bar{S}_M|\}$ ,  $\forall j = \{1, 2, \dots, m\}$ ;

$\Psi^k$  — функция, определяющая  $\rho_{S_i}^k$  при учете доступных производственных мощностей системы и требовательности к ресурсному обеспечению;

$\Omega_{S_i}^k$  — множество, описывающее производственные мощности  $i$ -ой системы, имеющиеся в момент времени  $t_k$ ;

$\Theta_{S_i}^k$  — функция, определяющая зависимость объема  $\rho_{S_i}^k$  от выделенного ресурса (требовательность системы к ресурсному обеспечению);

$m$  — число дискретных моментов времени существования рассматриваемой инфраструктуры;

$\pi_{II}(t_k) = \Phi^k\left(\left(\rho_{S_1}^k, \rho_{S_2}^k, \dots, \rho_{S_{|\bar{S}_M|}}^k\right)\right)$  — реализуемый потенциал инфраструктуры, оцененный в момент времени  $t_k$ ;

$\Phi^k$  — функция, учитывающая прирост уровня потенциала инфраструктуры, полученный в момент времени  $t_k$  благодаря синергическому эффекту от объединения систем в инфраструктуру;

На основании модели  $M_1^H$  может быть поставлена и решена следующая оптимизационная задача системного вида.

Дано:  $\langle S_{II}, SV_{II}, C_{II}, R_{II}, P_{II}, T_{II}, Y_{II}, X_{II}, O_{II} \rangle$ .

Необходимо для  $\forall k = \{1, 2, \dots, m\}$  найти:  $u_k = \arg \text{extr}_{u_k \in U_D^k} C_{II}$ ,

где  $U_D^k$  — множество, описывающее допустимые управляющие воздействия в соответствии с ограничениями, заданными вектором  $O_{II}$ .

Например, одно из ограничений, указанных в  $O_{II}$ , обусловлено критичностью инфраструктуры и может быть сформулировано следующим образом:  $\pi_{II}(t_k) > \pi_{II}(z_p)$ ,  $\forall k = \{1, 2, \dots, m\}$ , где  $\pi_{II}(z_p)$  — граничное значение реализуемого потенциала инфраструктуры, определяющее критичность рассматриваемой инфраструктуры. Одним из вариантов описания  $C_{II}$  является:  $\frac{\pi_{II}(t_k)}{P_{II}} \rightarrow 1$ ,  $\forall k = \{1, 2, \dots, m\}$ .

## 2. Динамическая И-модель (в конечных приращениях).

Динамическая И-модель предназначена для реализации отображения:

$$M_2^H : \langle S_H, SV_H, R_H, U_H, \chi_H \rangle \rightarrow \pi_H(t_k).$$

Известно, что последствия инфраструктурных взаимодействий для  $i$ -ой системы описывается следующим образом:

$$\rho_{S_i}(t, \Delta t) = \rho_{S_i}(t_0, \Delta t) \cdot \alpha_{S_i}(t) + A_{S_i}(t, \Delta t) \cdot \beta_{S_i}(t) - D_{S_i}(t, \Delta t) \cdot \gamma_{S_i}(t),$$

где

$\rho_{S_i}(t, \Delta t)$  — объем произведенного продукта  $i$ -ой системой;

$\alpha_{S_i}(t)$  — коэффициент, учитывающий инертность  $i$ -ой системы;

$\beta_{S_i}(t)$  — коэффициент, учитывающий требовательность  $i$ -ой системы к ресурсному обеспечению;

$\gamma_{S_i}(t)$  — коэффициент, учитывающий для  $i$ -ой системы необходимость внутреннего потребления вырабатываемого ею продукта для амортизации ее производственных мощностей;

$A_{S_i}(t, \Delta t)$  — объем ресурса, принятый  $i$ -ой системой в результате инфраструктурных взаимодействий;

$D_{S_i}(t, \Delta t)$  — объем продукта, отданный  $i$ -ой системой в результате инфраструктурных взаимодействий.

Очевидно, что

$$\frac{\Delta \rho_{S_i}(t)}{\Delta t} = \alpha_{S_i}(t) \cdot \rho(t_0)_{S_i} + \beta_{S_i}(t) \cdot A_{S_i}(t) - \gamma_{S_i}(t) \cdot D_{S_i}(t).$$

Известно, что параметры  $A_{S_i}(t)$  и  $D_{S_i}(t)$  зависят от управления  $u_{S_i}^{\text{sum}}(t) = \langle u_{S_i}^{\text{in}}(t), u_{S_i}^{\text{ex}}(t) \rangle$ , где  $u_{S_i}^{\text{in}}(t)$  — внутреннее управление, вырабатываемое  $i$ -ой системой;  $u_{S_i}^{\text{ex}}(t)$  — внешнее управление, вырабатываемое для  $i$ -ой системы внешним центром управления инфраструктурой.

Таким образом, последствия инфраструктурных взаимодействий описываются системой дифференциальных уравнений (4) при начальных условиях заданных выражением (5).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho_{S_1}(t)}{dt} = f_1(\alpha_{S_1}(t), \beta_{S_1}(t), \gamma_{S_1}(t), u_{S_1}^{\text{sum}}(t), t); \\ \frac{d\rho_{S_2}(t)}{dt} = f_2(\alpha_{S_2}(t), \beta_{S_2}(t), \gamma_{S_2}(t), u_{S_2}^{\text{sum}}(t), t); \\ \dots \\ \frac{d\rho_{S_i}(t)}{dt} = f_i(\alpha_{S_i}(t), \beta_{S_i}(t), \gamma_{S_i}(t), u_{S_i}^{\text{sum}}(t), t); \\ \dots \\ \frac{d\rho_{S_{|\bar{S}_H|}}(t)}{dt} = f_{|\bar{S}_H|}(\alpha_{S_{|\bar{S}_H|}}(t), \beta_{S_{|\bar{S}_H|}}(t), \gamma_{S_{|\bar{S}_H|}}(t), u_{S_{|\bar{S}_H|}}^{\text{sum}}(t), t). \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{S_1}(t_0) = \rho_{S_1}^0; \\ \rho_{S_2}(t_0) = \rho_{S_2}^0; \\ \dots \\ \rho_{S_i}(t_0) = \rho_{S_i}^0; \\ \dots \\ \rho_{S_{|\bar{S}_H|}}(t_0) = \rho_{S_{|\bar{S}_H|}}^0. \end{array} \right. \quad (5)$$

Реализуемый потенциал инфраструктуры определяется следующим образом:  $\pi_H(t) = \Phi(\rho_{S_1}, \rho_{S_2}, \dots, \rho_{S_{|\bar{S}_H|}}, t)$ , где  $\Phi$  — функция, учитывающая синергический эффект от объединения систем в инфраструктуру.

На основании модели  $M_2^H$  может быть поставлена и решена следующая задача поиска оптимального управления.

Дано:  $\langle S_H, SV_H, U_H, R_H, H_H, P_H, T_H, Y_H, X_H, O_H \rangle$ .

Необходимо для  $\forall k = \{1, 2, \dots, m\}$  сформировать и реализовывать такое управление  $u_{\text{ИС}}^{\text{sum}}(t_k) = \langle u_{S_1}^{\text{sum}}(t_k), u_{S_2}^{\text{sum}}(t_k), \dots, u_{S_i}^{\text{sum}}(t_k), \dots, u_{S_{|\bar{S}_H|}}^{\text{sum}}(t_k) \rangle$ ,

что

$$u_{\text{ИС}}^{\text{sum}}(t_k) = \arg \underset{u_{\text{ИС}}^{\text{sum}}(t_k) \in U_H(t_k)}{\text{extr}} \pi_H(u_{\text{ИС}}^{\text{sum}}, t_k),$$

где  $m$  — число дискретных моментов времени существования рассматриваемой инфраструктуры;

$U_D(t_k)$  — множество, описывающее допустимые в  $k$ -ый момент времени управляющие воздействия в соответствии с ограничениями, заданные  $O_H$ . Например, одно из них обусловлено критичностью инфраструктуры и формулируется следующим образом:  $\pi_H(t) > \pi_H(zp)$ , где  $\pi_H(zp)$  — граничное значение реализуемого потенциала инфраструктуры, определяющего ее критичность.

### 3. Конечно-автоматная И-модель.

Конечно-автоматная И-модель предназначена для реализации отображения:

$$M_3^H : \langle S_H, SV_H, R_H, H_H, T_H, U_H, \chi_H, O_H \rangle \rightarrow u_{ис}(\mathfrak{K}_H(t_k), t_k), \text{ где}$$

$$u_{ис}(\mathfrak{K}_H(t_k), t_k) = \langle u_{S_1}(\mathfrak{S}_{S_1}(t_k), t_k), u_{S_2}(\mathfrak{S}_{S_2}(t_k), t_k), \dots, u_{S_i}(\mathfrak{S}_{S_i}(t_k), t_k), \dots, u_{S_{|\bar{S}_H|}}(\mathfrak{S}_{S_{|\bar{S}_H|}}(t_k), t_k) \rangle,$$

$u_{ис}(\mathfrak{K}_H(t_k), t_k)$  — управление, организующее инфраструктурные взаимодействия в  $k$ -ый момент времени, полученное при использовании, коллектива автоматов  $\mathfrak{K}_H(t_k)$ ;

$$\mathfrak{K}_H(t) = \left\{ \mathfrak{S}_{S_1}(t), \mathfrak{S}_{S_2}(t), \dots, \mathfrak{S}_{S_i}(t), \dots, \mathfrak{S}_{S_{|\bar{S}_H|}}(t) \right\} — \text{коллектив } C\text{-автоматов, описывающий инфраструктурные взаимодействия в определенном момент времени;}$$

$\mathfrak{S}_{S_i}(t)$  — конечный  $C$ -автомат, описывающий донорно-акцепторные обмены  $i$ -ой системы в определенный момент времени;

$u_{S_i}(\mathfrak{S}_{S_i}(t_k), t_k) = \langle A_{S_i}(t_k), D_{S_i}(t_k) \rangle$  — управление, организующее донорно-акцепторные обмены  $i$ -ой системы в  $k$ -ый момент времени, полученное при использовании автомата  $\mathfrak{S}_{S_i}(t_k)$ ;

$A_{S_i}(t_k)$  — объем ресурса, полученный  $i$ -ой системой из других систем-доноров;

$D_{S_i}(t_k)$  — объем продукта, переданный  $i$ -ой системой в другие системы-акцепторы.

Поясним функционирование предлагаемого конечного  $C$ -автомата. В рамках данной модели,  $C$ -автомат представляет собой дальнейшее развитие стационарного автомата Мили, учитывающее нестационарный характер критических взаимодействий, то есть матрица переходов и выходов  $C$ -автомата может изменяться со временем.

В соответствии с [6], автомат Мили — конечный автомат, выходная последовательность которого зависит от состояния автомата и входных сигналов. Он может быть задан при помощи выражения (6).

$$\mathfrak{S} = (Q, X, Y, \nu, \mu, q_0), \quad (6)$$

где  $Q$  — конечное множество состояний автомата;

$X$  — конечное множество входных символов;

$Y$  — конечное множество выходных символов;

$\nu$  — функция переходов, отображающая пары состояние/входной символ на соответствующее следующее состояние;

$\mu$  — функция выходов, отображающая пары состояние/входной символ на соответствующий выходной символ;

$q_0 \in Q$  — начальное состояние.

Для стационарного случая рассмотрения инфраструктурных взаимодействий по аналогии с (6), можно построить Мили, описывающей донорно-акцепторные обмены определенной системы. Пример кодировки автомата Мили для описания донорно-акцепторных обменов  $i$ -ой системы приведен в таблице №1.

Таблица 1 – Пример кодировки автомата Мили для описания инфраструктурного взаимодействия для  $i$ -ой системы

|                              |                                      |     |                                      |     |                                      |
|------------------------------|--------------------------------------|-----|--------------------------------------|-----|--------------------------------------|
| $Q_{S_i} \backslash X_{S_i}$ | $A_{S_i}^1$                          | ... | $A_{S_i}^q$                          | ... | $A_{S_i}^{ X_{S_i} }$                |
| $\rho_{S_i}^1$               | $\rho_{S_i}^3 / \mathcal{D}_{S_i}^2$ | ... | $\rho_{S_i}^5 / \mathcal{D}_{S_i}^2$ | ... | $\rho_{S_i}^8 / \mathcal{D}_{S_i}^2$ |
| ...                          | ...                                  | ... | ...                                  | ... | ...                                  |
| $\rho_{S_i}^q$               | $\rho_{S_i}^4 / \mathcal{D}_{S_i}^3$ | ... | $\rho_{S_i}^1 / \mathcal{D}_{S_i}^1$ | ... | $\rho_{S_i}^6 / \mathcal{D}_{S_i}^3$ |
| ...                          | ...                                  | ... | ...                                  | ... | ...                                  |
| $\rho_{S_i}^{ X_{S_i} }$     | $\rho_{S_i}^5 / \mathcal{D}_{S_i}^1$ | ... | $\rho_{S_i}^3 / \mathcal{D}_{S_i}^2$ | ... | $\rho_{S_i}^3 / \mathcal{D}_{S_i}^2$ |

При учете нестационарности инфраструктурных взаимодействий, донорно-акцепторные обмены  $i$ -ой системы описываются при помощи  $S$ -автомата  $\mathfrak{S}_{S_i}$ :

$$\mathfrak{S}_{S_i}(t) = (Q_{S_i}, X_{S_i}, Y_{S_i}, \nu_{S_i}(t), \mu_{S_i}(t), q0_{S_i});$$

$$Q_{S_i} = \left\{ \rho_{S_i}^1, \rho_{S_i}^2, \dots, \rho_{S_i}^q, \dots, \rho_{S_i}^{|\bar{Q}_{S_i}|} \right\};$$

$$X_{S_i} = \left\{ A_{S_i}^1, A_{S_i}^2, \dots, A_{S_i}^q, \dots, A_{S_i}^{|\bar{X}_{S_i}|} \right\},$$

$$Y_{S_i} = \left\{ D_{S_i}^1, D_{S_i}^2, \dots, D_{S_i}^q, \dots, D_{S_i}^{|\bar{Y}_{S_i}|} \right\},$$

$$\nu_{S_i} : Q_{S_i} \times X_{S_i} \rightarrow Q_{S_i}, \mu_{S_i} : Q_{S_i} \times X_{S_i} \rightarrow Y_{S_i}, q0_{S_i} = \rho_{S_i}^1.$$

Где,  $\rho_{S_i}^q$  — q-ый вариант объема произведенного продукта  $i$ -ой системой;

$A_{S_i}^q$  — q-ый вариант объема ресурса, полученный  $i$ -ой системой от систем-доноров;

$D_{S_i}^q$  — q-ый вариант объема продукта, переданный  $i$ -ой системой в системы-акцепторы.

На основании модели  $M_3^H$  может быть поставлена и решена следующая оптимизационная задача системного вида.

$$\text{Дано: } \langle S_H, SV_H, C_H, R_H, H_H, P_H, T_H, Y_H, \chi_H, O_H \rangle.$$

Необходимо для  $\forall k = \{1, 2, \dots, m\}$  сформировать и реализовывать управление  $u_{ИС}(t_k) = \arg \underset{u_{ИС}(t_k) \in U_d(t_k)}{\text{extr}} \pi_H(u_{ИС}(t_k), t_k), t_k$ , где

$U_d(t_k)$  — множество, описывающее допустимые в  $k$ -ый момент времени управляющие воздействия в соответствии с ограничениями, заданные  $O_H$ .

#### 4. И-ПИД модель.

И-ПИД модель предназначена для реализации отображения:

$$M_3^H : \langle S_H, SV_H, R_H, P_H, \pi_H, T_H, Y_H, U_H, \chi_H, O_H \rangle \rightarrow \\ \rightarrow u_{ИС}(\omega(t_k), K_p(t_k), K_i^{\text{discr}}(t_k), K_d^{\text{discr}}(t_k), t_k).$$

По аналогии с классическим ПИД-регулятором [7, 8] для дискретного случая имеем:

$$\omega(t_k) = P_H - \pi_H(t_{k-1});$$

$$u_{\text{ИС}}(t_k) = u_{\text{ИС}}(t_{k-1}) + K_p(t_k) \cdot (\omega(t_k)) + \\ + 0.5 K_i^{\text{discr}}(t_k) \cdot (\omega(t_{k-1}) + \omega(t_k))(t_k - t_{k-1}) + K_d^{\text{discr}}(t_k) \cdot \left( \frac{\omega(t_k) - \omega(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}} \right).$$

На основании модели  $M_3^{\text{II}}$  может быть поставлена и решена следующая оптимизационная задача системного вида.

Дано:  $\langle S_{\text{II}}, SV_{\text{II}}, \Pi_{\text{II}}, R_{\text{II}}, П_{\text{II}}, \pi_{\text{II}}, T_{\text{II}}, Y_{\text{II}}, U_{\text{II}}, \chi_{\text{II}}, O_{\text{II}} \rangle$ .

Необходимо для  $\forall k = \{1, 2, \dots, m\}$  сформировать и реализовать управление

$$u_{\text{ИС}}(t_k) = \arg \underset{u_{\text{ИС}}(t_k) \in U_{\text{д}}(t_k)}{\text{extr}} \pi_{\text{II}}(u_{\text{ИС}}(t_k), K_p(t_k), K_i^{\text{discr}}(t_k), K_d^{\text{discr}}(t_k), t_k),$$

где  $U_{\text{д}}(t_k)$  — множество, описывающее допустимые в  $k$ -ый момент времени управляющие воздействия в соответствии с ограничениями, заданные  $O_{\text{II}}$ .

Необходимо заметить, что приведенные в работе типовые И-модели не являются исчерпывающими. В настоящее время ведется активная работа по синтезу И-модели на базе сетей Петри и агентной И-модели. Однако уже в результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

**Выводы.** В работе решена задача анализа и систематизации альтернативных способов описания инфраструктурных взаимодействий. Предложенное ИОИ обладает важным системным свойством единства и является в некотором смысле определенным формализационным базисом, позволяющим перейти к ряду задач анализа и параметрического оценивания различных подходов к моделированию системных взаимодействий для критических инфраструктур. Для повышения системности изложения материала, посвященного детализации альтернативных И-моделей, предложена инфраструктурная модельно-ориентированная онтология. На ее основе рассмотрены следующие типовые И-модели: графовая И-модель, динамическая И-модель, конечно-автоматная И-модель, И-ПВД модель.

### Библиографический список использованной литературы

1. Информационная модель [Электронный ресурс] : Материал из Википедии — свободной энциклопедии : Версия 68708764, сохранённая в 10:23 UTC 20 февраля 2015 / Авторы Википедии // Википедия, свободная энциклопедия. — Электрон. дан. — Сан-Франциско: Фонд

Викимедиа, 2015. — Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=68708764>

2. Информационные технологии для критических инфраструктур: монография / А.В. Скатков [и др.] — Севастополь: Изд-во «СевНТУ», 2012. — 306 с.

3. Харченко В.С., Скатков А.В., Воронин Д.Ю. Технологии Web, Grid, Cloud для гарантоспособных ИТ-инфраструктур / Технологии Web, Grid, Cloud для гарантоспособных ИТ-инфраструктур: Монография / Под ред. В.С. Харченко, А.В. Горбенко. — Харьков: Изд-во ХАИ, 2013. — 868 с.: табл. 119, ил. 323, библиограф. 321 назв. ISBN 978 — 966 — 662 — 307 — 5.

4. Воронин Д.Ю. Концептуальная модель поддержки принятия управленческих решений при критическом инфраструктурном взаимодействии в условиях неопределенности / АА. Брюховецкий, Д.Ю. Воронин, В.И. Шевченко, А.В. Тарасова // Вестник СевНТУ. Сер. Автоматизация процессов и управление: сб. науч. тр. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2014. — Вып. 154. — С. 3 – 10.

5. Онтология (информатика) [Электронный ресурс] : Материал из Википедии — свободной энциклопедии : Версия 70453197, сохранённая в 15:28 UTC 27 апреля 2015 / Авторы Википедии // Википедия, свободная энциклопедия. — Электрон. дан. — Сан-Франциско: Фонд Викимедиа, 2015. — Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=70453197>

6. Автомат Мили [Электронный ресурс] : Материал из Википедии — свободной энциклопедии : Версия 68643960, сохранённая в 01:21 UTC 17 февраля 2015 / Авторы Википедии // Википедия, свободная энциклопедия. — Электрон. дан. — Сан-Франциско: Фонд Викимедиа, 2015. — Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=68643960>

7. Ротач В.Я. К расчету оптимальных параметров реальных ПИД-регуляторов по экспертным критериям / В.Я. Ротач // Промышленные АСУ и контроллеры. — 2006. — №2. — С. 22 – 29.

8. Энциклопедия АСУ ТП [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://bookasutp.ru> –10.04.2013 г.

УДК 330.131.7

**А.Г.Бутрин**, д-р эконом. наук, профессор  
ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет»  
(национальный исследовательский университет)  
454080 Челябинск, проспект Ленина, 76  
e-mail: butrin\_ag@mail.ru

## **СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ЭФФЕКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ХОЗЯЙСТВЕННЫМИ ОБРАЗОВАНИЯМИ В ПРОМЫШЛЕННОСТИ**

В современных условиях прогнозируемого экономического спада в России существенным резервом адаптации субъектов хозяйствования к кризисным условиям с последующим выходом на траекторию развития является внедрение в практику ресурсосберегающих методов управления. Актуальным становится использование методологической основы, на которой возможны разработка и использование новых методов и моделей управления интегрированными субъектами, направленными на снижение издержек, поддержание объемов продаж и устойчивости. Такой основой, на наш взгляд, может стать триединая концепция логистики, SCM и цепочки создания ценности.

В середине 60-х годов XX века начинает активно развиваться такая научная дисциплина, как логистика. К началу 1970-х годов были сформулированы фундаментальные принципы логистики. Логистика акцентирует внимание на оптимизации операционной деятельности внутри логистической системы компании. Однако в настоящее время этого объективно недостаточно и естественным продолжением, развитием логистики за пределами компании в плане межфункциональной и межорганизационной координации разных фирм является концепция SCM (управление цепями поставок) [1]. Концепция SCM предполагает интеграцию ключевых бизнес-процессов участников цепи и управление ими как единым целым. Концепция Supply Chain Management означает управление глобальным потоком (материалов, товаров, услуг, информации), и характерным для нее являются следующие положения: цепь поставки как система включает всех участников и бизнес-процессы от поставщика до конечного потребителя; основная цель цепи поставки – создание добавленной ценности для клиентов; концепция управления цепью поставки означает управление внутриорганизационными и межорганизационными процессами с ориентацией на клиента. Концепция SCM может стать надежной ме-

тодологической основой для создания эффективной системы управления интегрированными хозяйственными образованиями на территории региона.

На этой платформе нами разработан комплекс новых методов и моделей управления цепями поставок как хозяйственными образованиями, направленных на обеспечение адаптации субъектов к кризисным условиям [2,3]. Он включает оптимизацию и последующее экономико-математическое моделирование снабжения материальными ресурсами; реализацию готовой продукции; взаимодействия цепи поставок и ее финансового обеспечения в виде банка или фактор-компании; цепи издержек производителя, его поставщиков и потребителей; эффекта синергии в регионально-частном партнерстве. Рассмотрим каждый из них.

Во-первых, метод оптимизации и моделирование функционала «Снабжение» промышленного предприятия. Его новизна в том, что, во-первых, мы разделили все возникающие в этом функционале затраты на классические (традиционные) и логистические; во-вторых, установили состав, структуру затрат и их корреляцию в зависимости от режима закупок (отсрочка оплаты за сырье и ее предоплата). Апробация и экономико-математическая модель оптимального снабжения была проведена на крупном машиностроительном предприятии России – ООО «Челябинский тракторный завод – Уралтрак» [4,8]. Результаты моделирования: минимум интегральных затрат в снабжении для реализации 396 млн. рублей в месяц обеспечивается при запаздывании оплатыкупаемых ресурсов относительно их поставки 6 дней и составляет 475,47 млн. руб. в месяц. Рекомендуемая стратегия работы – заключение всех договоров на планируемый месяц работы с отсрочкой платежа 6 дней с момента поставки. Предложены следующие принципы организации снабжения в концепции цепи поставок: отказ от соперничества и переход на императив сотрудничества во взаимодействии с поставщиками; сотрудничество с небольшим количеством надежных поставщиков; вертикальная интеграция с ключевыми поставщиками; совместное управление запасами; тотальный контроль качества и внедрение концепции «Шесть сигм»; гибкие потоковые процессы, предполагающие высокую скорость реакции на заказ и разные формы оплаты; ориентация на снижение общих затрат и потерь.

Во-вторых, метод оптимизации и моделирование функционала «Сбыт» продукции. Он базируется на идентификации источников затрат и потерь в функционале реализации; во-вторых, учитывает кор-

реляцию между затратами и потерями; в-третьих, отражает разные схемы реализации продукции, каждая из которых по своему влияют на причину и величину затрат и потерь. Моделирование позволило получить следующие результаты: с точки зрения минимизации суммарных затрат и потерь минимум достигается при времени оплаты реализованной продукции 5дней и времени ожидания готовой продукции от 17 до 34 дней в зависимости от величины предоплаты и объема продаж по предоплате. В режиме сочетания интегральные затраты более чувствительны к изменению времени ожидания готовой продукции, чем к изменению времени оплаты [9].

В-третьих, метод оптимизации и моделирование функционала «Финансы» предприятия с участием факторинговой компании в концепции аутсорсинга. Он, во-первых, учитывает квазиинтеграцию промышленного предприятия с поставщиками материальных ресурсов и потребителями готовой продукции, во-вторых, учитывает идентифицированные затраты в традиционном представлении и транзакционные издержки; в- третьих, позволяет определить баланс интересов производителя и факторинговой компании (банка) в виде наилучшей для участников процентной ставки. Производитель вправе либо самостоятельно (инсорсинг) взыскивать дебиторскую задолженность (неся при этом в цепи «поставщик – покупатель» затраты в традиционном понимании на инкассацию долга, на омертвление капитала, риск неплатежа), либо продать (аутсорсинг) долг аутсорсеру (неся при этом транзакционные затраты на взаимодействие с аутсорсером). Внедрение метода и разработанный соответствующий программный продукт в среде MatLab для принятия надежных и оперативных решений позволило определить пороговое значение финансового потока в виде времени погашения дебиторской задолженности, выполняющей роль точки принятия управленческого решения. Если при заданных параметрах сделки фактическое время менее /более порогового, то целесообразна тактика аутсорсинга / инсорсинга, что привело к образованию эффекта в виде экономии ресурсов на предприятии в размере 3 млн. руб. [6].

В-четвертых, метод оптимизации и моделирование функционала «Издержки». Он, во-первых, основывается на выявленных традиционно фиксируемых, транзакционных и логистических затратах и исключает их дублирование; во-вторых, применим в условиях квазиинтеграции производителя и его контрагентов; в-третьих, учитывает разные схемы закупки материальных ресурсов и реализации продукции;

в-четвертых, ориентирован на определение соответствия оборотных производственных фондов фондам обращения. Динамика затрат промышленного предприятия в зависимости от условий сотрудничества с контрагентами была проанализирована при помощи имитационного моделирования на языке программирования MATLAB. В качестве исходных данных для модели заданы: структура активов и пассивов промышленного предприятия на начало построения модели, условия сотрудничества с поставщиками (цена сырья, величина скидки/наценки), производственный процесс (стадии, оборудование, его производительность и мощность, производимая продукция, её рецептура), условия сотрудничества с покупателями (цена готовой продукции, размер скидки/наценки, количество покупателей, максимальная отсрочка поставки), ежемесячный спрос на продукцию предприятия, виды затрат, которые в рамках предлагаемой модели считаются постоянными. Поскольку затраты являются функцией двух переменных, то графики построены в трехмерной системе координат. Моделирование позволило получить следующие оптимальные условия сотрудничества: минимум общих затрат обеспечивают опережение поставки материальных ресурсов – 2 дня, опережение поставки готовой продукции – 24 дня, минимальные затраты – 44 366 598 руб. [5,7].

В-пятых, метод формирования оптимальной цепи издержек в концепции добавленной ценности для клиента. Он основывается на концепциях добавленной стоимости и полезного времени при движении товара от точки зарождения до точки конечного потребителя. Аprobация была произведена на ООО «Златоустовский электрометаллургический завод» Челябинской области. Операционный (производственно-коммерческий цикл) в данном случае представлен на рис. 1, цепь затрат – на рис. 2. Заметим, что по вертикальной оси учитываются «полезные» с точки зрения клиента операции (они ведут к необходимым затратам на изготовление продукции); по горизонтальной – «бесполезные» операции (они ведут к потерям).

Допустим, покупатели продукции-металлотрейдеры делают предоплату заказа в размере 30%. (операция 1) Если производитель будет настаивать на более высоком первом платеже (что целесообразно в плане снижения финансовых рисков), то в условиях высокой конкуренции это может привести к уходу покупателя и срыву поставки. Учитывая, что доля материальных затрат в цене продукции составляет 50%, производитель вынужден брать кредит в банке в размере недос-

тающих 20%. (2). После согласования условий поставки совершается оплата материальных ресурсов (3) и их поставка производителю (4).

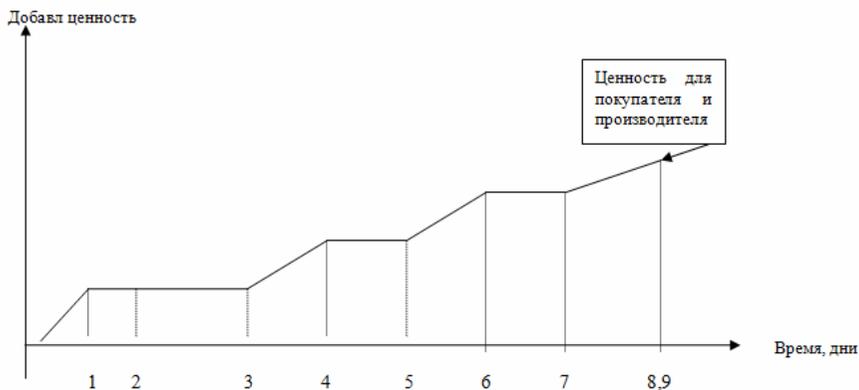


Рисунок 1 – Операционный цикл. Условные обозначения: 1- получение предоплаты в размере 30%; 2 – взятие кредита; 3 – согласование поставки и оплата сырья; 4 – транспортировка сырья; 5 – складирование сырья; 6- производство; 7-складирование готовой продукции; 8, 9 – транспортировка продукции и ее немедленная оплата.

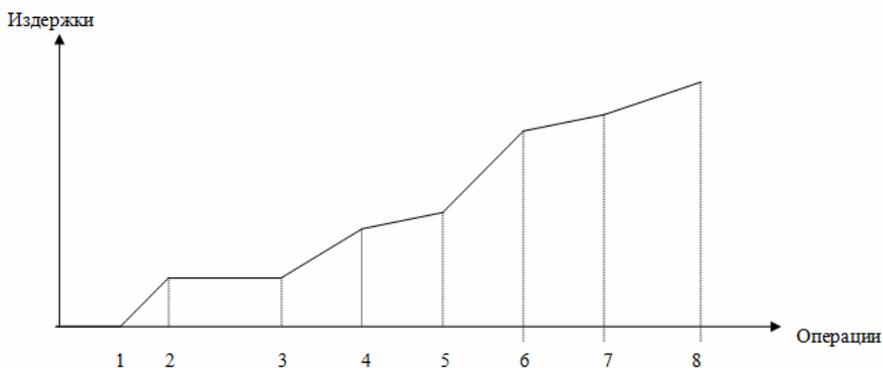


Рисунок 2 – Цепь издержек (базовая). Условные обозначения: 1- издержки на получение предоплаты; 2 – издержки в виде процентов по кредиту; 3 – издержки на согласование поставки; 4 – издержки на транспортировку сырья; 5 – издержки на складирование сырья; 6- издержки на производство; 7- издержки на складирование готовой продукции; 8 – издержки на транспортировку продукции

Технологический цикл на заводе включает складирование полученного сырья (5), переработку (6) и складирование готовой продукции (7). После отгрузки покупателю (8) последний без запаздывания оплачивает полностью заказ (9).

Резервы заключаются в 1 и 2 операциях. Если производитель попросит у покупателя больше предоплату (от 30 до 50%), то это сократит операционный цикл, процентные выплаты банку (экономия на издержках по 2 операции), но меньше будет потребителей, соответственно меньше выручка и выше скидка потребителям (рис. 3).

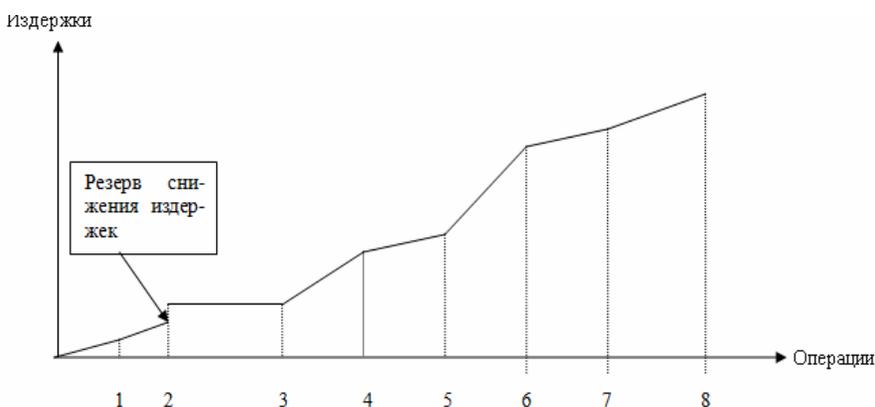


Рисунок 3 – Цепь издержек (измененная 1). Условные обозначения: 1- издержки в виде скидки покупателю; 2 – издержки в виде процентов по кредиту

И наоборот, если снизим предоплату относительно первоначальных условий (от нуля до 30%), то увеличим процентные выплаты банку (2 операция), но возможна наценка при реализации готовой продукции, которую можно трактовать как экономию издержек на 1 операции (рис.4).

В-шестых, метод определения и реализации эффекта синергии в региональном логистическом кластере. Сети поставок объединяются в логистические кластеры, эффективность которых и определяет эффективность региональной экономики и как следствие экономическую безопасность и устойчивость региона. В настоящее время конкури-

руют уже не только отдельные предприятия, цепи и сети поставок, но и кластеры. В рамках кластерного подхода мы предлагаем построить эффективную модель РЧП – регионально-частного партнерства. Ее основные черты: четкая правовая база и регламентация деятельности участников; наличие софинансирования между государством (в нашем случае региональная власть) и частными инвесторами на территории региона; система распределения рисков; наличие критерия функционирования – эффект синергии- от взаимодействия участников; система распределения эффекта синергии.

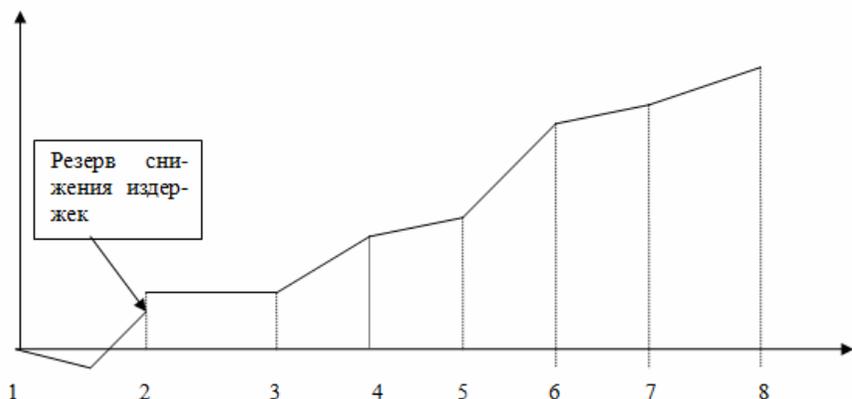


Рисунок 4 – Цепь издержек (измененная 2). Условные обозначения: 1- экономия издержек как выгода в виде наценки покупателю; 2 – проценты по кредиту

Особо заметим, что эффект синергии для региона от внедрения и эффективного функционирования РЧП – обеспечение экономической безопасности и устойчивого развития через прирост экономических и социальных показателей (ВРП, темп его роста, рост налоговых поступлений, приток инвестиций, инновационная активность, рост занятости, улучшение экологии). В этих условиях возникает следующая последовательность задач: определение целевых (желаемых) показателей экономики региона (они могут быть зафиксированы в Стратегии развития региона); определение на территории логистических кластеров; установление точек роста региональной экономики – сетей и цепей поставок в промышленном комплексе; разработка на уровне субъекта хозяйствования стратегии и тактики управления участниками цепей, направленной на достижение необходимых значений показате-

лей, коррелирующими с целевыми региональными экономическими показателями.

### **Библиографический список использованной литературы**

1.Бауэрсокс Доналд Дж., Клосс Дейвид Дж. Логистика: Интегрированная цепь поставок – 2-е изд. – М.: ЗАО «Олимп–Бизнес», 2008. – 640с.

2.Бутрин А.Г. Модели и методы эффективного управления хозяйственными образованиями в региональных промышленных комплексах//Экономика региона.- 2014.- N 2. -С. 130-140.

3.Бутрин А.Г., Ярушин Д.Л. Современные ресурсосберегающие методы менеджмента в промышленном комплексе//Логистика.- 2014.- N 4. -С. 54-57.

4.Бутрин А.Г., Амерханова Ю.Г. Методика оптимизации снабжения машиностроительного предприятия в концепции интегрированной логистики//Интегрированная логистика. -2009. -N4. -С.20-22

5.Бутрин А.Г. Методические основы управления цепями издержек интегрированных предприятий: учебное пособие - Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011.- 105с.

6.Бутрин А.Г., Рогожников Е.И. Инструменты управления фондами обращения промышленного предприятия// Вестник ЮУрГУ. Серия «Экономика и менеджмент».-2011.- N 28 (245).- С.165-169

7.Бутрин А.Г., Цаплин В.И. Формирование эффективной цепи издержек промышленного предприятия// Вестник ЮУрГУ. Серия «Экономика и менеджмент».-2011.- N 28 (245).- С.177-182

8.Гельманова З.С., Бутрин А.Г. Организационно-экономические особенности снабжения в промышленном холдинге//Металлург. -2013. -№11. -С.7-11.

9. Туманов К.В, Бутрин А.Г. Экономико-математическое моделирование реализации продукции промышленного предприятия// Фундаментальные исследования. – 2013 – № 10 (часть 5). – стр. 1117-1121.

УДК 658.52.011.56:004.896

**В.Б. Трофимов**, канд. техн. наук, доцент

Сибирский государственный индустриальный университет

654007, г. Новокузнецк, ул. Кирова, 42

тел.: +7 384 346-35-02

e-mail: trofimov\_vbt@mail.ru

## **О РАЗРАБОТКЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ АГЛОМЕРАЦИОННОЙ МАШИНОЙ**

Теория интеллектуальных систем управления и ее приложения отражены в трудах ведущих ученых [1-5]. Однако прикладные основы интеллектуальных автоматизированных систем управления еще далеки от завершения, в том числе в части систем контроля и управления сложными промышленными объектами, функционирующими в условиях неопределенности. Существенного повышения эффективности управления ими можно достигнуть путем применения адекватно сложных управляющих систем, какими и являются интеллектуальные системы. Возможность реализации таких систем обусловлена развитием высоких технологий автоматизации и информатизации технологических процессов, что позволяет эффективно реализовывать сложные вычислительные процедуры и повышает эффективность управления и, следовательно, технико-экономические показатели производства.

Оптимизация заданий (задающих воздействий) регуляторам системы автоматизации агломерационной машины является необходимым условием для достижения ее высокой производительности и качества конечного продукта – железорудного агломерата. Решение этой задачи возможно на основе трех подходов: модельного, натурно-модельного и натурального. Наибольшее распространение получил натуральный эвристический подход, что обусловлено отсутствием адекватных математических моделей оптимизируемого процесса и рядом других затрудняющих условий. Использование этого подхода связано с дорогостоящими экспериментами на действующем объекте. Для решения задачи оперативного управления такой подход неэффективен. В качестве альтернативы в этом случае целесообразно использовать формализованные знания опытных операторов-технологов, представленные в продукционных моделях (правилах) динамической экспертной системы (ЭС). Для реализации данной альтернативы разработана

интеллектуальная автоматизированная система управления агломашиной (рисунок 1), отличающаяся наличием интеллектуального оптимизатора, который определяет оптимальные траектории движения системы к цели, посредством выбора из базы знаний (БЗ) наилучших заданий регуляторам влажности шихты, скорости аглоленты, температуры горна, соответствующих текущей производственной ситуации, распознавание которой осуществляется по информативным признакам (месторождение руды, ее химический состав, качество агломерата, требуемое заказчиком и т.п.).

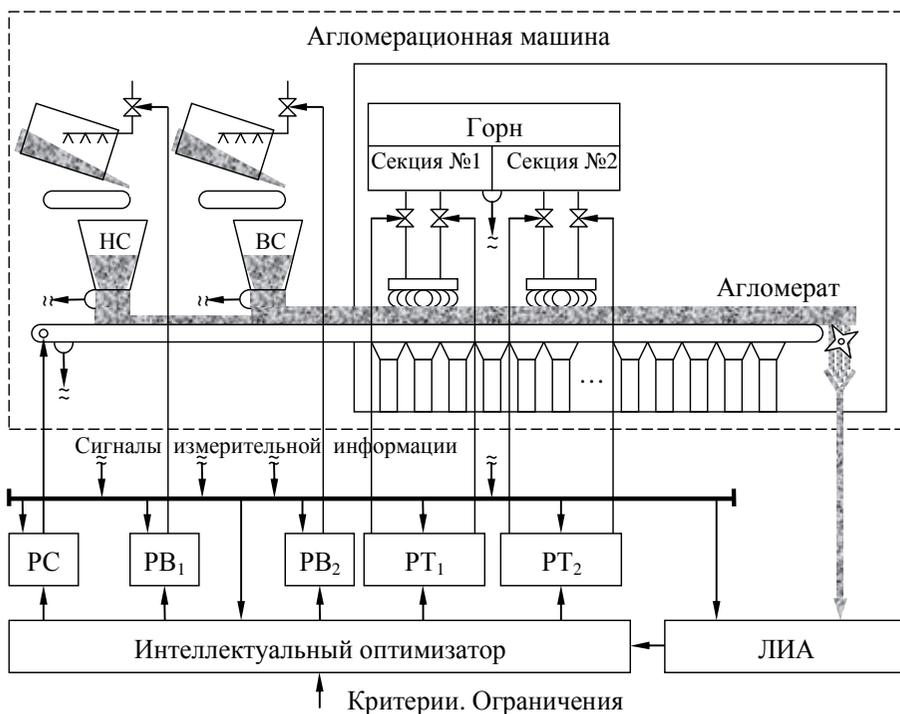


Рисунок 1 – Схема интеллектуальной системы управления агломерационной машиной: РВ<sub>1</sub>, РВ<sub>2</sub> – регуляторы влажности; РТ<sub>1</sub>, РТ<sub>2</sub> – регуляторы температуры в зажигательном горне; РС – регулятор скорости аглоленты; ЛИА – лаборатория испытания агломерата

Выбор наилучших заданий из БЗ осуществляется следующим образом. В каждом цикле оптимизатор просматривает существующие факты из рабочей памяти (базы данных), распознает ситуацию, и правила из базы знаний, а затем их сопоставляет. Совокупность отобранных правил составляет так называемое конфликтное множество (то есть, в конкретной ситуации может быть применено сразу несколько правил). Для разрешения конфликта оптимизатор имеет критерий (в частности, производительность агломашины), с помощью которого он выбирает единственное правило, после чего оно срабатывает. Это выражается в занесении оптимальных заданий, образующих заключение правила, в рабочую память регуляторов.

Интеллектуальный оптимизатор состоит из двух взаимодействующих блоков (рисунок 2). Первый блок решает задачу стратегической оптимизации на базе физической модели агломерационной машины, в качестве которой предлагается использовать лабораторную агломерационную установку. На физической модели выполняется оптимизационный эксперимент при появлении нетиповых ситуаций (например, новое месторождение руды). В результате эксперимента определяются оценки удельной производительности агломашины, механической прочности агломерата, выхода годного агломерата и соответствующие им средние значения заданий и оптимальные диапазоны их изменения, которым соответствуют максимумы этих критериев. Второй блок предназначен для оперативной оптимизации и создан на базе аппарата динамических ЭС, которые работают в сопряжении с измерительными подсистемами в режиме реального времени с непрерывной интерпретацией поступающих данных. Программы управления, полученные на основе ретроспективного анализа траекторий движения объекта, заносились в базу знаний ЭС, если качество агломерата являлось оптимальным. Блок итогового формирования оптимальных заданий ОЗ работает по следующему правилу: если полученные значения заданий от О1 не выходят за пределы оптимального диапазона изменения заданий (ОДИЗ), сформированного блоком С2, то они в дальнейшем реализуются в виде заданий регуляторам, в противном случае принимается граничное значение ОДИЗ и накапливаются данные для формирования запроса на коррекцию ОДИЗ.

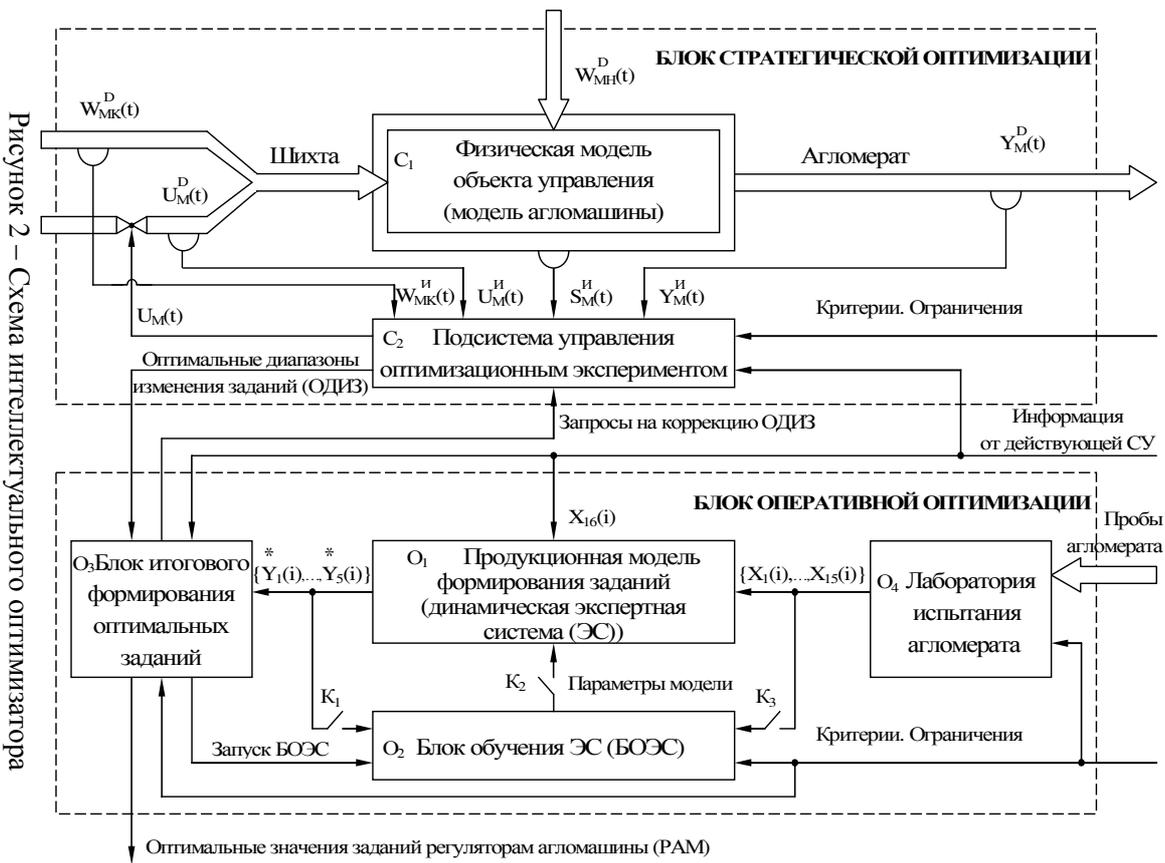


Рисунок 2 – Схема интеллектуального оптимизатора

На рисунке 2 приняты следующие обозначения:  $W_{MK}^D(t)$ ,  $W_{MH}^D(t)$ ,  $U_M^D(t)$ ,  $U_M^H(t)$  – действительные (индекс «D») значения векторов – функций контролируемых (индекс «K») и неконтролируемых (индекс

«Н») внешних воздействий, управляющих и выходных воздействий физической модели (индекс «М») объекта управления;  $W_{МК}^I(t)$ ,  $U_M^I(t)$ ,  $Y_M^I(t)$ ,  $S_M^I(t)$  – измеренные (индекс «И») значения векторов внешних, управляющих и выходных воздействий, а также состояний физической модели в момент времени  $t$ ;  $U_M(t)$  – управляющее воздействие; К1, К2, К3 – логические ключи. Результаты моделирования работы оптимизатора представлены на рисунке 3.

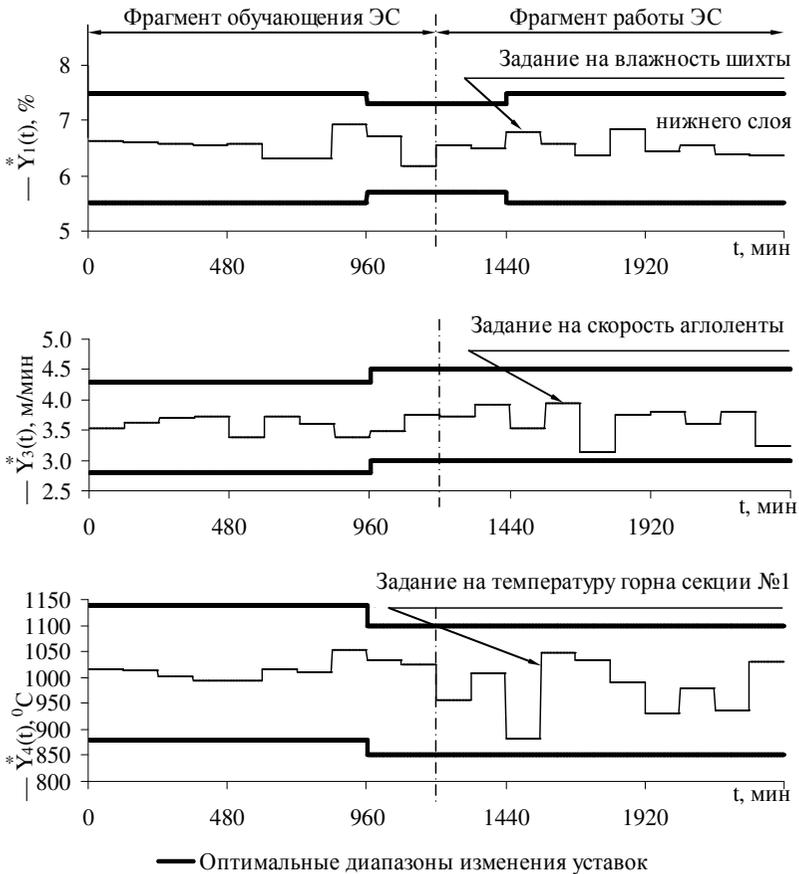


Рисунок 3 – Пример обучения и работы интеллектуального оптимизатора

Разработана интеллектуальная система управления агломерационной машиной, эффективность которой доказана посредством ретроспективного моделирования с использованием натуральных данных, полученных в ОАО «ЕВРАЗ Объединенный Западно-Сибирский металлургический комбинат», показана возможность существенного улучшения качества агломерата. Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МК-4068.2015.8.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Поспелов Д.А. Ситуационное управление. Новый виток развития / Д.А. Поспелов // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1995. – № 5. – С. 152-159.

2. Васильев С.Н. Интеллектуальное управление динамическими системами / С.Н. Васильев, А.К. Жерлов, Е.А. Федосов, Б.Е. Федунев – М.: Физико-математическая литература, 2000. – 352 с.

3. Геловани В.А. Интеллектуальные системы поддержки принятия решений в нештатных ситуациях с использованием информации о состоянии природной среды / В.А. Геловани, А.А. Башлыков, В.Б. Бритков, Е.Д. Вязилов – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 304 с.

4. Макаров И.М. Искусственный интеллект и интеллектуальные системы управления / И.М. Макаров, В.М. Лохин, С.В. Манько, М.П. Романов – М.: Наука, 2006. – 333 с.

5. Охтилев М.Ю. Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов / М.Ю. Охтилев, Б.В. Соколов, Р.М. Юсупов – М.: Наука, 2006. – 410 с.

УДК 004.89, 669.162

**Ю.И. Еременко**, д-р. техн. наук, профессор

**Д.А. Полещенко**, канд. техн. наук, доцент

**А.И. Глущенко**, канд. техн. наук

Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) НИТУ "МИСиС"

309516, Белгородская область, г. Старый Оскол, микрорайон им. Макаренко, 42

e-mail: strondutt@mail.ru

## **О МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВОГО ОПТИМИЗАТОРА ПАРАМЕТРОВ ПИ-РЕГУЛЯТОРА И ОЦЕНКЕ ЕГО ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ НАГРЕВАТЕЛЬНЫМИ ПЕЧАМИ**

***Аннотация.** В статье рассмотрена проблема автоматической настройки параметров ПИ-регулятора в реальном масштабе времени при управлении нагревательными печами. Такую настройку предлагается осуществлять с помощью нейросетевого оптимизатора. Приведен метод построения предлагаемого оптимизатора. Работоспособность подхода проверена на двух муфельных печах. Результаты экспериментов позволяют сделать вывод о том, что система управления с нейросетевым оптимизатором позволяет экономить, по крайней мере, 3% времени на выполнение графика заданий и сократить энергопотребление печи на 5% по сравнению с обычным ПИ-регулятором.*

### **Введение**

В настоящее время, несмотря на большое число имеющихся методов управления, подавляющее большинство контуров управления технологическими процессами в условиях реальных производств построены на основе ПИД-регуляторов. Данный закон управления является линейным, в то время как большинство реальных объектов управления (ОУ) обладают нелинейными характеристиками. Примером таких объектов являются нагревательные ОУ – печи нагрева литой заготовки, дуговые печи и пр. Изменение задания, степени загрузки печи при постоянных коэффициентах ПИД-регулятора зачастую приводит к снижению качества регулирования и к росту энергозатрат поскольку для подобных ОУ принудительное охлаждение невозможно, ввиду чего наличие даже небольшого перерегулирования требует длительного времени на охлаждение [1].

Для решения указанной проблемы необходимо построение адаптивной системы управления технологическим процессом [2]. Для создания таких систем разработано достаточно большое число методов, таких как:

1) метод Циглера-Никольса [3], в большинстве случаев позволяющий получать достаточно далекие от оптимальных значения  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$ ;

2) методы, основанные на построении модели ОУ с помощью испытательного сигнала (ступенчатого или гармонического): частотный метод А.Г. Александрова [4], метод, заложенный в основу работы адаптивных ПИД-регуляторов фирмы Siemens [1] (на подобном же принципе основаны адаптивные регуляторы фирм Omron, Control Station и др.) и пр. Моменты времени, когда необходимо использовать эти методы адаптации, определяются человеком, как и амплитуда испытательного сигнала, кроме того, результаты идентификации ОУ даже в сходных условиях могут весьма существенно отличаться.

Кроме того, для решения описанной проблемы могут быть использованы интеллектуальные методы [5-8], например, нечеткая логика [6], экспертные системы [5] и нейронные сети (НС) [7,8]. Проблемой подходов [5,6] является отсутствие механизма оперативного обучения. В свою очередь, нейронные сети обладают нелинейными свойствами и способностью к обучению, однако они не обладают сведениями о специфике того объекта, которым управляют, например, о том факте, что печь нельзя охлаждать принудительно.

В рамках данной работы предлагается скомбинировать метод применения НС для коррекции коэффициентов регулятора с базой правил ситуаций, когда необходимо проводить такую настройку. Система управления, представленная на рис.1 (е – рассогласование), была реализована в среде Matlab. В качестве регулятора был использован ПИ-регулятор, поскольку в большинстве случаев именно он используется для управления нагревательными объектами. Предложенный метод построения нейросетевого оптимизатора был проверен на муфельных электронагревательных печах СНОЛ-1,6.2,5.1/11-И4 и СНОЛ 40/1200.

## **1. Постановка задачи**

Объектом исследований является схема управления, представленная на рис.1. В качестве ОУ рассматривается нагревательная печь. Такой ОУ в большинстве случаев описывается двумя апериодически-

ми звеньями первого порядка (модели печи и термопары) со звеном задержки (1).

$$T_1 T_2 y''(t) + (T_1 + T_2) y'(t) + y(t) = K \cdot u(t - \tau), \quad (1)$$

где  $K$  – коэффициент усиления печи,  $T_1$  – постоянная времени печи, с,  $T_2$  – постоянная времени термопары, с,  $\tau$  – время запаздывания, с,  $u$  – управляющее воздействие,  $y(t)$  – выход ОУ в текущий момент времени, 0С.

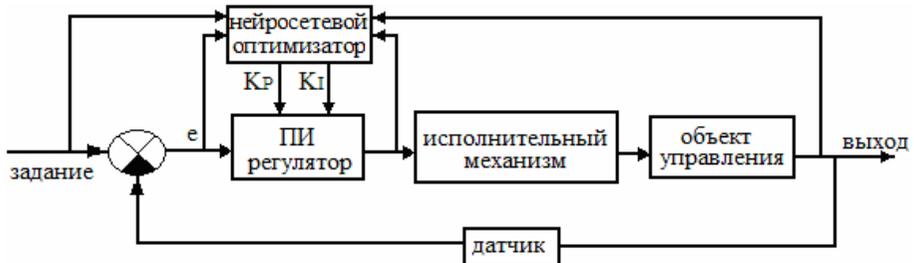


Рисунок 1 – Система управления с нейросетевым оптимизатором параметров регулятора

Такое уравнение отражает одно конкретное состояние ОУ, поскольку  $T_1$  и  $K$  здесь являются константами. Для реального ОУ они являются переменными. Например, постоянная времени печи может изменяться в зависимости от количества материала, загруженного в нее.

Задачей контура управления на рис.1 является отслеживание графика уставок, представляющего собой набор ступенчатых изменений задания, таким образом, чтобы, переходные процессы протекали за минимальное время при соблюдении требований к их качеству. Это позволит интенсифицировать производство и сократить потери энергоносителя. В данном случае предполагается, что ОУ уже функционирует под управлением ПИ-регулятора и его коэффициенты изначально подобраны для одного из состояний объекта.

Соответственно, для поддержания времени переходных процессов близким к минимальному в условиях изменения параметров объекта  $K$  и  $T_1$  необходимо оперативно в процессе работы настраивать  $K_P$ ,  $K_I$ . Для этого предлагается применить нейросетевой оптимизатор.

## 2. Метод построения нейросетевого оптимизатора

Предлагаемый обобщенный алгоритм работы нейросетевого оптимизатора параметров ПИ-регулятора приведен на рис.2.

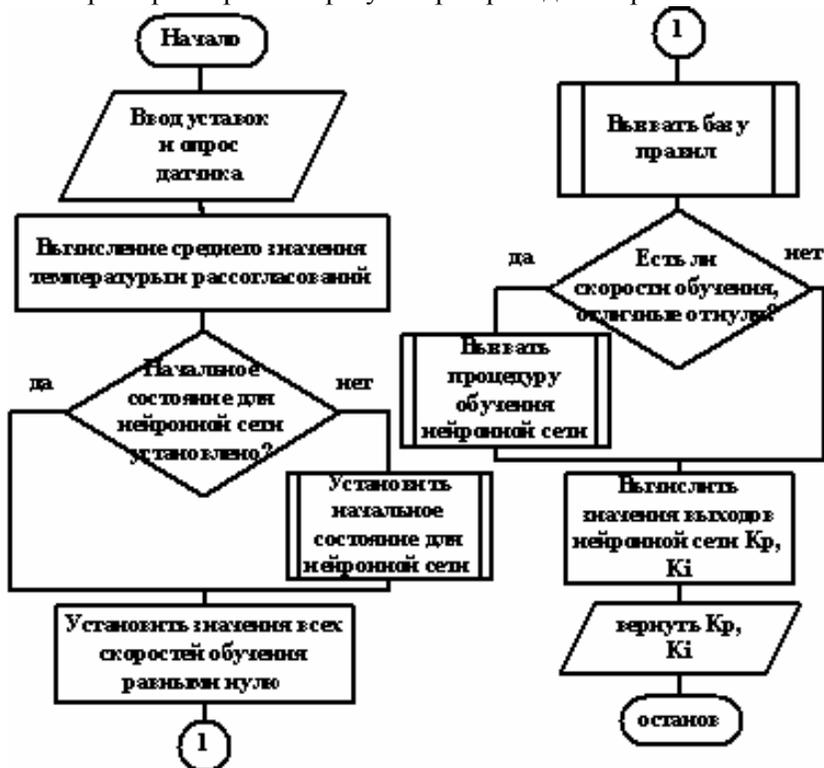


Рисунок 2 – Разработанный алгоритм работы нейросетевого оптимизатора

При работе с нагревательными объектами необходимо вести управление двумя различными по своей природе процессами: нагреванием и охлаждением. В работе [9] было выявлено, что для управления подобными несимметричными процессами требуется два набора коэффициентов регулятора, а не один. В связи с этим, предлагается реализовывать нейросетевой оптимизатор в виде двух идентичных нейронных сетей, каждая из которых отвечает за управление коэффициентами регулятора для своего типа процесса: нагрева и остывания.

До начала каждого из экспериментов создаются две необученные НС. Они имеют одинаковую трехслойную структуру (рис.3) Количе-

ство и вид входов НС были определены экспериментальным путем в ходе исследований. Во входном слое расположено 5 нейронов: текущее задание по температуре ( $x_1$ ); задержанный на 1 секунду ( $x_2$ ), на  $Z$  секунд ( $x_3$ ) и на  $2 \cdot Z$  секунд ( $x_4$ ) сигнал по выходу ОУ; задержанный на 1 секунду сигнал управления ( $x_5$ ), формируемый ПИ-регулятором.

Обе сети начинают работу с формирования на своем выходе одинаковых коэффициентов регулятора, используемых на ОУ в текущий момент [10].

Обращение к самой НС происходит раз в  $Z$  секунд. В результате проведенных экспериментов [10] было выявлено, что для корректной работы нейросетевой надстройки необходимо, чтобы в течение конкретного переходного процесса в период от начала процесса до входа контролируемой величины в 10% окрестность новой уставки таких обращений было проведено не менее 15. Поскольку ОУ уже используется, то для текущих настроек регулятора время переходного процесса уже известно. Тогда для определения значения  $Z$  необходимо выбрать наиболее короткий переходный процесс среди имеющихся в графике заданий и разделить его время на 15.

Проведенные исследования [10] показали, что 15 нейронов в скрытом слое является оптимальным числом. В скрытом слое была использована функция активации гиперболический тангенс, в выходном слое – линейная функция.

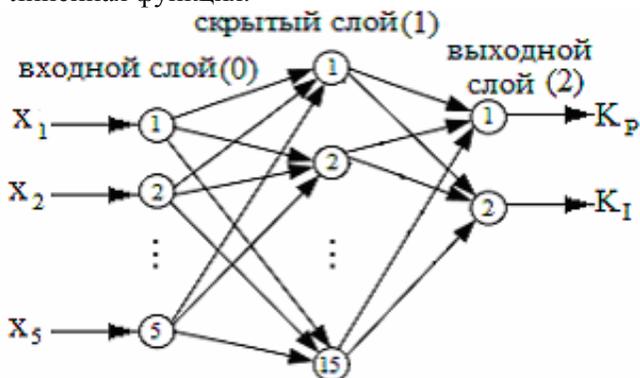


Рисунок 3 – Выбранная структура нейронной сети

Обе НС нейросетевого оптимизатора предлагается оперативно обучать с помощью алгоритма обратного распространения ошибки [7]. В отличие от [7], в данной работе предлагается значения скорости обучения нейронов выходного слоя ( $\eta_1$  – для нейрона, формирующего

значение  $KP$ ,  $\eta_2$  – для нейрона, формирующего значение  $KI$ ) сделать различными и изменять их в течение работы системы. Необходимость такого подхода вызвана тем фактом, что порядок значений коэффициентов регулятора обычно различается (например,  $KP = 2 \cdot 10^{-1}$ , а  $KI = 1.5 \cdot 10^{-4}$ ), поэтому и скорость их настройки должна быть пропорциональна этому значению. Кроме того, нет необходимости изменять  $KP$ ,  $KI$  постоянно, а в некоторые моменты коррекции требует только один из них.

Поэтому в начале каждой итерации работы нейросетевого оптимизатора указанные скорости обучения  $\eta_1$  и  $\eta_2$  приравниваются к нулю, а затем происходит вызов предлагаемой базы правил. Условия правил описывают ситуации, когда необходимо использовать и обучать НС, а следствия – необходимые значения  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ . Данная база правил разработана по результатам многочисленных экспериментов. Рассмотрим ее структуру подробнее.

### **3. База правил для определения скорости обучения нейронов**

#### **3.1 Определение моментов, когда следует вести обучение НС**

Обучать НС следует, только если сигнал управления, формируемый ПИ-регулятором, находится в допустимых пределах (например,  $[0;100]$ ). В противном случае коэффициенты регулятора приобретут излишне высокие (или низкие) значения. Если сигнал управления с ПИ-регулятора вышел за указанные пределы, следует выдавать значение коэффициента  $KI = 0$ .

#### **3.2. Правила для выбора скорости обучения при управлении процессом нагрева печи**

Если идет процесс нагрева и рассогласование по температуре находится в пределах от 10% до 80% разницы между текущим заданием и предыдущим, и:

1) скорость нарастания сигнала температуры менее амплитуды шума  $N$  в установившемся режиме, определяемой при первичном запуске нейросетевого оптимизатора, за  $Z$  секунд, то переходный процесс достиг своего пика раньше необходимого и следует вызывать блок правил по обучению нейрона выходного слоя, ответственного за  $KP$ , выход которого в данном случае следует увеличивать. Скорость обучения  $\eta_1$  должна быть на 3 порядка меньше значения  $KP$ .

2) скорость нарастания температуры более допустимой по технологической инструкции, то следует вызывать блок правил по обучению нейрона выходного слоя, ответственного за  $KP$ , выход которого

следует уменьшить. Скорость обучения  $\eta_1$  должна быть на 4 порядка меньше значения КР.

Остальные разработанные правила, в том числе для управления процессом охлаждения, приведены в [10]. Устойчивость системы управления оценивается с точки зрения критериев, указанных в [5, 11].

#### **4. Экспериментальная проверка предложенного метода**

##### **4.1 Описание контуров управления печами**

В качестве ОУ для натуральных экспериментов были выбраны муфельные электронагревательная печи СНОЛ-1,6,2,5.1/11-И4 и СНОЛ 40/1200. Для них использовалась одна и та же структура системы управления, состоящая из трех уровней управления. На нижнем уровне находились термopара и реле, посредством симисторов включающее нагревательный элемент.

На управляющем уровне контроллер Simatic S7-300 получал данные от термopары через термopреобразователь, производил их обработку и отправлял на рабочую станцию, от которой он получал значение управляющего воздействия. В контроллере производилась широтно-импульсная модуляция управляющего воздействия и его выдача на исполнительный механизм. На уровне визуализации находилась рабочая станция с системой WinCC и пакетом Matlab, в котором реализован нейросетевой оптимизатор. WinCC и Matlab взаимодействовали между собой через OPC-интерфейс посредством тегов.

Система управления, реализованная в пакете Matlab, приведена на рис.4.

WinCC передавал данные о температуре (*temper*) и уставку (*zadanie*) по температуре в Matlab. ПИ-регулятор (PI) формировал значение управляющего воздействия (*uprav1*), которое через WinCC поступало в контроллер. *Group1*, *group2* – это OPC блоки для соответственно записи и чтения значений в тегах WinCC. Нейросетевой оптимизатор – это блок S-function *neuc\_PI*. *Ui*, *Up*, *Upi* – сигналы управления на выходе *i*-, *p*-каналов и всего ПИ-регулятора соответственно. Блок *satur* использован для ограничения сигнала управления с ПИ-регулятора до диапазона [0;100] единиц. *U* – управляющее воздействие.

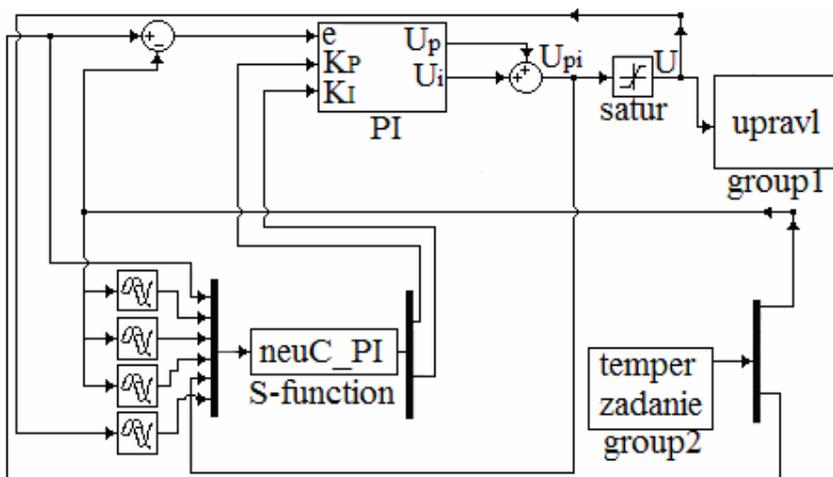


Рисунок 4 – Система управления печью, реализованная в Matlab

Блок нейросетевого оптимизатора S-function имеет 6 входов. Первые 5 из них являются входами НС, описанной в п.2. Шестой вход необходим для корректной работы базы правил, приведенной в п.3.

График смены заданий выглядел следующим образом: 3000С→3300С→2400С→3000С и т.д. Для смены уставки температура должна удерживаться в окрестности задания, равной 5% разницы между текущим заданием и предыдущим, в течение 30 минут. Для пустых печей были подобраны коэффициенты регулятора. Для перехода 2400С→3000С: 1) СНОЛ-1,6,2,5.1/11-И4 –  $K_P = 0.37$ ,  $K_I = 2.66 \cdot 10^{-4}$ , 2) СНОЛ 40/1200 –  $K_P = 2$ ,  $K_I = 3.3 \cdot 10^{-3}$ .

Для печи СНОЛ-1,6,2,5.1/11-И4 параметр Z был рассчитан как  $Z = 300 / 15 = 20$  секунд, для СНОЛ 40 / 1200 –  $Z = 150 / 15 = 10$  секунд.

#### 4.2 Результаты натуральных экспериментов

Каждый эксперимент заключался в том, что исследовалась работа системы управления в следующих условиях: 12 смен задания для пустой печи, далее в нее загружалась литая заготовка объемом примерно 30% от рабочего пространства печи, и задание изменялось еще 12 раз, а затем печь разгружалась и проводилось еще 12 переходных процессов.

Результаты экспериментов, полученные с использованием обычного ПИ-регулятора и нейросетевого оптимизатора параметров ПИ-

регулятора для печи СНОЛ-1,6.2,5.1/11-И4 приведены на рис.5 и рис.6.

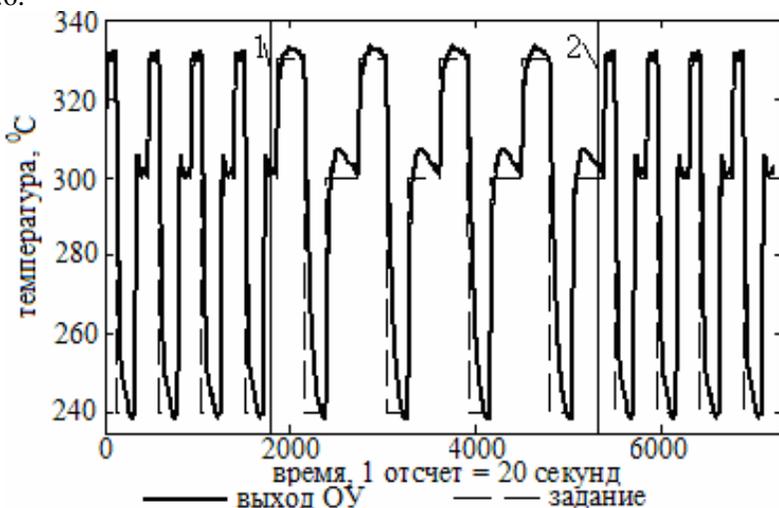


Рисунок 5 – Результаты для СНОЛ-1,6.2,5.1/11-И4 для системы управления с обычным ПИ-регулятором, 1 – загрузка печи, 2 – разгрузка печи

Общее время опыта для системы с нейросетевым оптимизатором составило 30.2 часа, а расход электроэнергии – 6.46 кВт\*ч, а для обычного ПИ-регулятора – 40.08 часа и 8.2 кВт\*ч. Таким образом, при использовании нейросетевого оптимизатора достигнута экономия 24% по времени и 21% по расходу электроэнергии на выполнение графика задания.

Результаты экспериментов для печи СНОЛ 40/1200 приведены на рис.7-8.

Общее время опыта для системы с нейросетевым оптимизатором составило 44.61 часа, а расход электроэнергии – 7.9 кВт\*ч, а для обычного ПИ-регулятора – 45.9 часа и 8.34 кВт\*ч. При использовании оптимизатора достигнута экономия 2.8% по времени и 5% – по расходу электроэнергии.

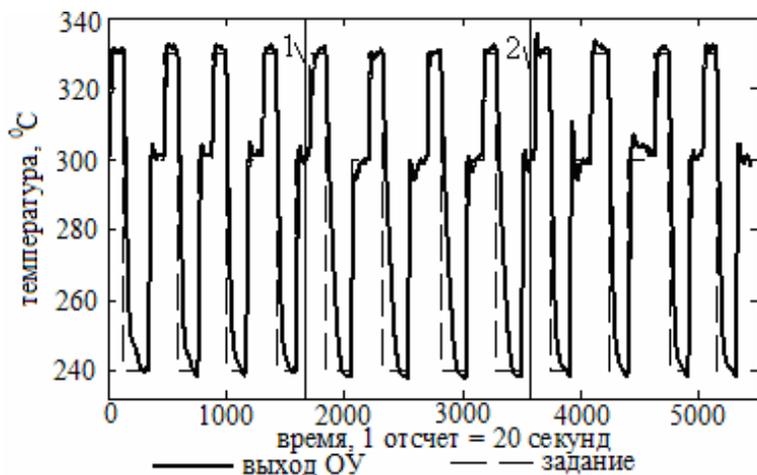


Рисунок 6 – Результаты для СНОЛ-1,6.2,5.1/11-И4 для системы управления с нейросетевым оптимизатором, 1 – загрузка печи, 2 – разгрузка печи

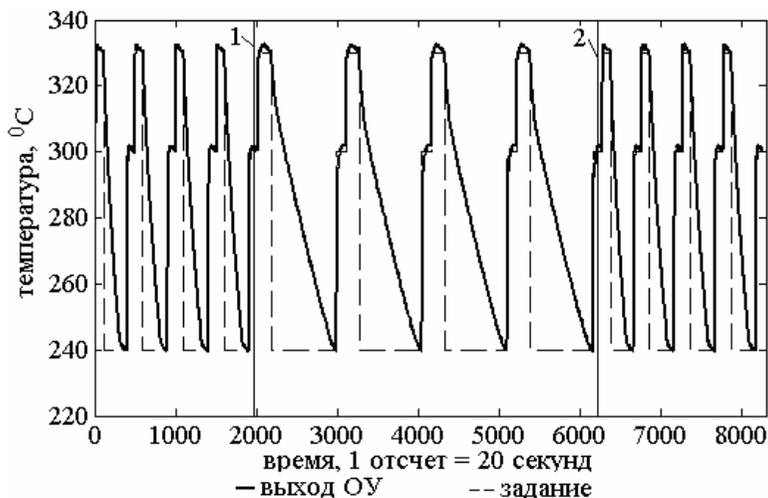


Рисунок 7 – Результаты для СНОЛ 40/1200 для системы управления с обычным ПИ-регулятором, 1 – загрузка печи, 2 – разгрузка печи

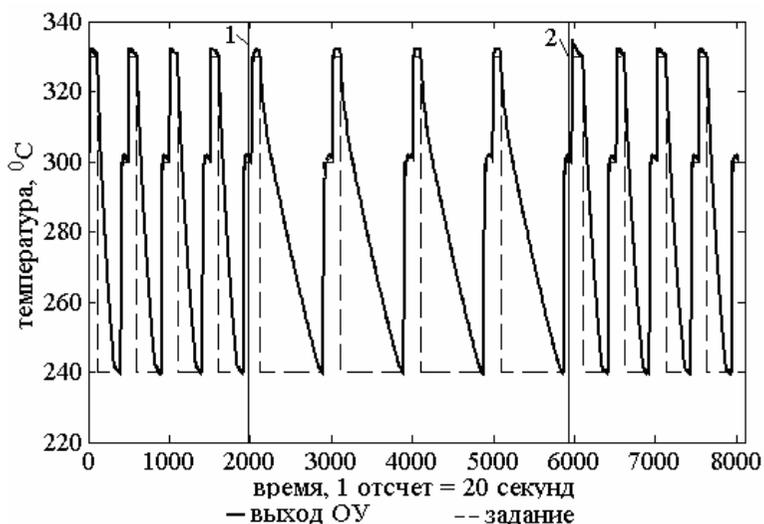


Рисунок 8 – Результаты для СНОЛ 40/1200 для системы управления с нейросетевым оптимизатором, 1 – загрузка печи, 2 – разгрузка печи

### Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что использование нейросетевого оптимизатора параметров ПИ-регулятора для учета нелинейных свойств ОУ позволило сократить время, требуемое на выполнение графика заданий, на 3% и расход электроэнергии на 5%. Таким образом, в условиях реального производства на данном агрегате может быть интенсифицирован выпуск продукции и сокращено удельное энергопотребление. В дальнейшем предполагается исследовать возможность использования нейросетевого оптимизатора для управления ОУ, обладающими более высокой динамикой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 15-07-0609215), а также гранта Президента РФ № 14.У30.15.4865-МК.

### Библиографический список использованной литературы

1. Pfeiffer В.–М. Towards «plug and control»: self-tuning temperature controller for PLC // International journal of Adaptive Control and Signal Processing. – 2000. – № 14. – P. 519–532.
2. Astrom K. J., Hagglund T., Hang C. S., Ho W. K. Automatic tuning and adaptation for PID controllers. A survey. // IFAC J. Control Eng. Practice. – 1993. – Vol. 1, № 4. – P.699–714.

3. Ziegler, J., Nichols, N. Optimum settings for automatic controllers // Trans. ASME. – 1942. – № 65. – P. 759–768.
4. Alexandrov A.G., Palenov M.V Self-tuning PID–I controller : Proceedings of the 18th IFAC World Congress. Mi-lano, Italy, 2011. – P. 3635–3640.
5. Anderson K.L., Blankenship G.I., Lebow L.G. A rule-based adaptive PID controller : Proc. 27th IEEE Conf. De-cision. Control, 1988. – P. 564–569.
6. Zhao Z.Y., Tomizuka M., Isaka S. Fuzzy gain scheduling of PID controllers // IEEE Trans. on syst. man. and cybernetics. – 1993. – Vol.23, № 5. – P. 1392–1398.
7. Omatu S., Khalid M., Yusof R. Neuro–Control and its Applications. – London: Springer, 1995. – 255 p.
8. Chen J., Huang T. Applying neural networks to on-line updated PID controllers for nonlinear process control // Journal of Process Control. – 2004. – № 14. – P.211–230.
9. Hagglund T., Tengvall A. An automatic tuning procedure for un-symmetrical processes. Proceedings of 3rd European control conference, 1995. –Pp.2450-2455.
10. Eremenko Y.I., Poleshchenko D.A., Glushchenko A.I., Litvinenko A.M., Ryndin A.A., Podval'nyi E.S. On estimating the efficiency of a neural optimizer for the parameters of a PID controller for heating objects control // Automation and Remote Control. – 2014. – Vol.75. – № 6. – Pp.1137-1144.
11. Nesler C.G. Experiences in applying adaptive control to thermal processes in buildings: Proc. Amer. Control Conf., Boston, MA, 1985. – P. 1535–1540.

УДК 519.7

**Ю.В. Поттосин**, канд. физ.-мат. наук, доцент

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси

220012, Беларусь, Минск, ул. Сурганова 6

тел.: +375 17 284-21-40

e-mail: pott@newman.bas-net.by

## **МЕТОД ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО ПРОТИВОГОНОЧНОГО КОДИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЙ АСИНХРОННОГО АВТОМАТА**

Моделью поведения логической схемы с памятью является конечный автомат, представляющий собой пятерку  $(A, B, Q, \Psi, \Phi)$ , где  $A$ ,  $B$  и  $Q$  – соответственно множества входных сигналов, выходных сигналов и состояний автомата, а  $\Psi$  и  $\Phi$  – функции  $\Psi: A \times Q \rightarrow Q$  и  $\Phi: A \times Q \rightarrow B$ , называемые соответственно функцией переходов и функцией выходов. Для состояний  $q_i, q_j \in Q$  и входного сигнала  $a \in A$  состояние  $q_j = \Psi(a, q_i)$  является тем состоянием, в которое автомат переходит из состояния  $q_i$  под воздействием входного сигнала  $a$ . Конечный автомат функционирует в дискретном времени, т. е. время разбивается на конечные промежутки, называемые тактами, в течение каждого из которых автомат может перейти из состояния в состояние и выдает соответствующий выходной сигнал. Рассматриваемая задача позволяет игнорировать функцию выходов  $\Phi$ . Поэтому в дальнейшем она не будет в дальнейшем упоминаться.

Здесь рассматривается асинхронная реализация конечного автомата, называемая *асинхронным автоматом*, которая в отличие от синхронной реализации не имеет внешнего источника тактирующих сигналов. Переход от такта к такту происходит в момент изменения входного сигнала. При действии любого входного сигнала асинхронный автомат приходит в некоторое устойчивое состояние, из которого он не выходит до конца действия данного сигнала. При этом должно выполняться требование прямого перехода, которое формально выражается следующим образом: если  $\Psi(a, q_i) = q_j$  для фиксированного входного сигнала  $a$  и некоторых состояний  $q_i$  и  $q_j$ , то  $\Psi(a, q_j) = q_j$ .

Задача кодирования состояний автомата заключается в присвоении каждому состоянию определенного булева вектора  $(z_1, z_2, \dots, z_k)$ , называемого кодом состояния, который соответствует набору состояний двоичных элементов памяти (триггеров) в логической схеме, где

каждый переход из состояния в состояние представляется переключением одного или нескольких триггеров. Естественно, что это переключение происходит не одновременно. В реальных асинхронных схемах это явление называется *состязаниями* или *гонками* элементов памяти. Принято называть состязания *неопасными*, если все промежуточные состояния, в которых автомат может оказаться при переходе из одного состояния в другое под воздействием некоторого входного сигнала  $a$ , являются неустойчивыми для сигнала  $a$ , т. е. при любом порядке переключений элементов памяти автомат из некоторого состояния  $q_i$  под воздействием входного сигнала  $a$  переходит всегда в состояние  $q_j = \Psi(a, q_i)$ . Если же при этом автомат может оказаться в некотором устойчивом состоянии  $q_k$ , отличном от  $q_j$ , то состязания называются *опасными*.

Кодирование состояний, обеспечивающее отсутствие опасных состязаний (гонок), называется *противогоночным*. Естественно, здесь возникает задача минимизации длины кода состояния, приводящая к наименьшему числу элементов памяти в реальной схеме.

Другим критерием оптимизации схемы является величина потребляемой энергии. Это обусловлено, с одной стороны, стремлением увеличить время действия источника энергии в портативных приборах, и с другой стороны, стремлением снизить остроту проблемы отвода тепла при проектировании сверхбольших интегральных схем. Как отмечено в работе [1], потребляемая мощность схемы, построенной на основе КМОП-технологии, пропорциональна частоте изменения сигналов. Это дает возможность частично решать данную проблему на уровне логического проектирования. В частности, снижения энергопотребления можно добиваться при кодировании состояний автомата. Кодировать состояния при этом надо таким образом, чтобы при переходе автомата из одного состояния в другое меняли свое состояние как можно меньше элементов памяти. Проблеме энергосберегающего кодирования состояний синхронного автомата посвящено довольно много работ, одной из которых является, например, работа [2], где процесс кодирования состояний автомата представляется как размещение состояний в булевом пространстве внутренних переменных. В предлагаемой вниманию работе рассматривается возможность учета энергосбережения при противогоночном кодировании состояний асинхронного автомата.

Условие отсутствия опасных состязаний для пары переходов  $q_i \rightarrow q_j$ ,  $q_k \rightarrow q_l$  ( $q_j \neq q_l$ ) при одном и том же входном сигнале  $a$  можно

выразить троичным вектором [3], в котором компоненты соответствуют состояниям автомата и компоненты  $i$  и  $j$  имеют одно значение, 0 или 1, а компоненты  $k$  и  $l$  – противоположное ему значение. Остальным компонентам приписывается значение «–». В схеме, реализующей заданный автомат, это условие выполняется триггером, который в процессе одного из переходов рассматриваемой пары хранит состояние 0, а в процессе другого перехода – 1.

Пусть, например, табл.1 представляет функцию переходов заданного автомата. В этой таблице, которая называется *таблицей переходов*, строкам соответствуют состояния автомата, а столбцам – входные сигналы. Устойчивые состояния для каждого входного сигнала выделены.

Таблица 1 – Таблица переходов автомата

|    | a1 | a2 | a3 | a4 |
|----|----|----|----|----|
| q1 | q1 | q5 | q1 | q5 |
| q2 | q2 | q6 | q4 | q2 |
| q3 | q1 | q3 | q4 | q3 |
| q4 | q2 | q5 | q4 | q2 |
| q5 | q2 | q5 | q1 | q5 |
| q6 | q7 | q6 | q1 | q3 |
| q7 | q7 | q5 | q1 | q3 |

Условие отсутствия опасных состязаний для пары переходов  $q_3 \rightarrow q_1, q_5 \rightarrow q_2$  при входном сигнале  $a_1$  выражается вектором (0 1 0 – 1 –), либо вектором (1 0 1 – 0 –).

На множестве векторов, представляющих условия отсутствия опасных состязаний, имеется отношение импликации: троичный вектор  $a$  *имплицирует* троичный вектор  $b$ , если  $b$  получается из  $a$  заменой некоторых нулей или единиц значением «–» и, возможно, инвертированием полученного результата. Например, вектор (1 0 – – 1 0 1) имплицирует вектор (1 0 – – – 0 1), а также вектор (0 1 – – – 1 –). Смысл этого отношения в том, что условие, представленное вектором  $b$ , автоматически выполняется при соблюдении условия, представленного вектором  $a$ .

Все условия отсутствия опасных состязаний в виде описанных векторов составляют троичную матрицу, в которой отсутствуют имплицируемые строки. Эта матрица называется *матрицей условий* [3]. Для рассматриваемого примера она имеет следующий вид:

| $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ | $q_5$ | $q_6$ | $q_7$ |    |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| 0     | 1     | 0     | 1     | –     | –     | –     | 1  |
| 0     | 1     | 0     | –     | 1     | –     | –     | 2  |
| 0     | –     | 0     | –     | –     | 1     | 1     | 3  |
| –     | 0     | –     | 0     | –     | 1     | 1     | 4  |
| –     | 0     | –     | –     | 0     | 1     | 1     | 5  |
| 0     | 1     | –     | –     | 0     | 1     | –     | 6  |
| –     | 0     | 1     | –     | –     | 0     | –     | 7  |
| –     | 0     | –     | 1     | 1     | 0     | –     | 8  |
| –     | 0     | –     | –     | 1     | 0     | 1     | 9  |
| –     | –     | 0     | 1     | 1     | –     | –     | 10 |
| –     | –     | 0     | –     | 1     | –     | 1     | 11 |
| 0     | 1     | –     | 1     | 0     | –     | –     | 12 |
| 0     | –     | 1     | 1     | 0     | –     | –     | 13 |
| 0     | 1     | –     | 1     | –     | 0     | –     | 14 |
| 0     | –     | 1     | 1     | –     | 0     | –     | 15 |
| 0     | 1     | –     | 1     | –     | –     | 0     | 16 |
| 0     | –     | 1     | 1     | –     | –     | 0     | 17 |
| 0     | –     | 1     | –     | 0     | 1     | –     | 18 |
| 0     | –     | 1     | –     | 0     | –     | 1     | 19 |
| –     | 0     | 1     | 0     | –     | 1     | –     | 20 |
| –     | 0     | 1     | 0     | –     | –     | 1     | 21 |

Говорят, что троичная матрица  $R$  *имплицирует* троичную матрицу  $S$ , если для каждой строки матрицы  $S$  в матрице  $R$  найдется имплицирующая ее строка. Задача противогоночного кодирования с минимизацией длины кода состояния сводится к нахождению матрицы с минимальным числом строк, имплицирующей матрицу условий и называемой *кратчайшей имплицирующей формой* матрицы условий. Столбцы этой матрицы будут представлять искомые коды состояний, а получаемая в результате ее транспонирования матрица называется *матрицей кодирования*. Строкам матрицы кодирования соответствуют состояния автомата, а столбцам – внутренние переменные, и строки этой матрицы представляют коды соответствующих состояний.

Кратчайшая имплицирующая форма матрицы условий находится следующим образом. Множество строк матрицы условий называется *совместимым*, если существует вектор, имплицирующий каждую

строку этого множества. Совместимое множество называется *максимальным*, если оно не является собственным подмножеством другого совместимого множества. Теперь надо найти кратчайшее покрытие множества строк матрицы условий максимальными совместимыми множествами. Каждому совместимому множеству соответствует вектор, имплицитующий все строки, принадлежащие этому множеству. Указанные векторы, соответствующие элементам полученного покрытия, в качестве строк составят кратчайшую имплицитующую форму заданной матрицы условий.

При применении описанного подхода к решению задачи противогоночного кодирования состояний автомата для снижения интенсивности переключений элементов памяти можно использовать следующие соображения.

Каждому  $i$ -му столбцу матрицы кодирования можно поставить в соответствие множество переходов. Это множество составляют те переходы, которыми связаны состояния автомата, в кодах которых переменная  $z_i$  имеет различные значения. То есть при таких переходах  $i$ -й триггер в реальной схеме, реализующей заданный автомат, меняет свое состояние. Следовательно, для снижения интенсивности переключений элементов памяти надо выбрать такой вариант противогоночного кодирования состояний, который соответствует наименьшему множеству переходов между состояниями.

Если удастся вычислить вероятности переходов, то столбцу матрицы кодирования состояний ставится в соответствие вероятность события, которое заключается в том, что происходит некоторый переход из множества переходов, связанных с данным столбцом матрицы кодирования состояний. Поскольку переходы между состояниями автомата являются несовместимыми событиями, эта вероятность равна сумме вероятностей отдельных переходов из данного множества. Для подсчета вероятностей переходов между состояниями в статье [2] используется метод Чэпмена–Колмогорова, где данные вероятности получаются в результате решения системы линейных уравнений с этими вероятностями в качестве неизвестных. Однако этот метод можно применять только тогда, когда автомат является полностью определенным, а его граф поведения является сильно связным ориентированным графом. В противном случае столбцу матрицы кодирования состояний автомата приписывается мощность связанного с ним множества переходов.

Таким образом, каждому совместимому множеству строк матрицы условий и соответственно вектору, имплицитующему все строки из этого множества, приписывается вес в виде числа переходов или в виде величины, пропорциональной сумме вероятностей переходов, связанных с этим вектором. Искомое решение получается в виде покрытия множества строк матрицы условий максимальными совместимыми множествами, обладающего минимальным весом. Весом покрытия является сумма весов принадлежащих ему элементов.

Вероятность перехода из состояния  $q_i$  в состояние  $q_j$ , вызываемого входным сигналом  $a$ , когда автомат находится в состоянии  $q_i$ , равна вероятности прихода входного сигнала  $a$ . Если имеется несколько входных сигналов, переводящих автомат из состояния  $q_i$  в состояние  $q_j$ , условная вероятность  $p'_{ij}$  такого перехода равна сумме вероятностей этих сигналов. Условием является то, что автомат находится в состоянии  $q_i$ . Абсолютная вероятность  $p_{ij}$  перехода из состояния  $q_i$  в состояние  $q_j$  в течение всего времени работы автомата равна  $P_i p'_{ij}$ , где  $P_i$  – вероятность того, что автомат находится в состоянии  $q_i$ .

Вероятности  $P_i$  ( $i = 1, 2, \dots, |Q|$ ) находятся путем решения системы уравнений Чэпмена–Колмогорова, которые имеют следующий вид:

$$\sum_{i=1}^{|Q|} P_i p'_{ij} = P_j, \quad j = 1, 2, \dots, |Q|,$$

$$\sum_{i=1}^{|Q|} P_i = 1.$$

Вероятности  $p'_{ij}$  должны быть известны. Таким образом, решив эту систему уравнений, получим вероятности  $P_i$ . Как было сказано раньше, абсолютная вероятность  $p_{ij}$  определяется как  $p_{ij} = P_i p'_{ij}$ .

Асинхронный автомат, поведение которого описывает табл. 1, является полностью определенным, а граф его поведения является сильно связным ориентированным графом. Следовательно, вероятности переходов между состояниями можно определять по методу Чэпмена–Колмогорова. Допустим, что вероятности входных сигналов данного автомата имеют равномерное распределение. Тогда условные вероятности  $p'_{ij}$  переходов (перехода из состояния  $q_i$  в состояние  $q_j$ , когда автомат находится в состоянии  $q_i$ ) представлены в табл. 2, в которой

строки и столбцы соответствуют состояниям автомата и на пересечении строки  $q_i$  и столбца  $q_j$  расположена вероятность  $p'_{ij}$ .

Для нахождения вероятностей состояний (вероятностей попадания автомата в те или иные состояния) надо решить следующую систему линейных уравнений (для упрощения вычислений используем величины, пропорциональные условным вероятностям):

$$2 P_1 + P_3 + P_5 + P_6 + P_7 = 4 P_1;$$

$$2 P_2 + 2 P_4 + P_5 = 4 P_2;$$

$$2 P_3 + P_6 + P_7 = 4 P_3;$$

$$P_2 + P_3 + P_4 = 4 P_4;$$

$$2 P_1 + P_4 + 2 P_5 + P_7 = 4 P_5;$$

$$P_2 + P_6 = 4 P_6;$$

$$P_6 + P_7 = 4 P_7;$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = 1.$$

Таблица 2 – Условные вероятности переходов

|       | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ | $q_5$ | $q_6$ | $q_7$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $q_1$ | 1/2   | 0     | 0     | 0     | 1/2   | 0     | 0     |
| $q_2$ | 0     | 1/2   | 0     | 1/4   | 0     | 1/4   | 0     |
| $q_3$ | 1/4   | 0     | 1/2   | 1/4   | 0     | 0     | 0     |
| $q_4$ | 0     | 1/2   | 0     | 1/4   | 1/4   | 0     | 0     |
| $q_5$ | 1/4   | 1/4   | 0     | 0     | 1/2   | 0     | 0     |
| $q_6$ | 1/4   | 0     | 1/4   | 0     | 0     | 1/4   | 1/4   |
| $q_7$ | 1/4   | 0     | 1/4   | 0     | 1/4   | 0     | 1/4   |

В результате решения этой системы уравнений получаем  $P_1 = 25/113$ ,  $P_2 = 27/113$ ,  $P_3 = 6/113$ ,  $P_4 = 11/113$ ,  $P_5 = 32/113$ ,  $P_6 = 9/113$ ,  $P_7 = 3/113$ . Абсолютные вероятности переходов, приведенные к общему знаменателю, представлены в табл. 3, в которой строки и столбцы соответствуют состояниям автомата и на пересечении строки  $q_i$  и столбца  $q_j$  расположена вероятность  $p_{ij}$ .

Ниже представлены полученные для рассматриваемого примера максимальные совместимые множества строк матрицы условий и векторы, имплицитующие все строки из соответствующих множеств. В правой колонке в качестве весов полученных множеств представлены величины, пропорциональные суммам соответствующих вероятностей (числители этих сумм при общем знаменателе 452).

Таблица 3 – Абсолютные вероятности переходов

|       | $q_1$           | $q_2$           | $q_3$           | $q_4$           | $q_5$           | $q_6$           | $q_7$          |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| $q_1$ | $\frac{50}{45}$ | 0               | 0               | 0               | $\frac{50}{45}$ | 0               | 0              |
| 1     | 2               |                 |                 |                 | 2               |                 |                |
| $q_2$ | 0               | $\frac{54}{45}$ | 0               | $\frac{27}{45}$ | 0               | $\frac{27}{45}$ | 0              |
| 2     |                 | 2               |                 | 2               |                 | 2               |                |
| $q_3$ | $\frac{6}{452}$ | 0               | $\frac{12}{45}$ | $\frac{6}{452}$ | 0               | 0               | 0              |
| 3     |                 |                 | 2               |                 |                 |                 |                |
| $q_4$ | 0               | $\frac{22}{45}$ | 0               | $\frac{11}{45}$ | $\frac{11}{45}$ | 0               | 0              |
| 4     |                 | 2               |                 | 2               | 2               |                 |                |
| $q_5$ | $\frac{32}{45}$ | $\frac{32}{45}$ | 0               | 0               | $\frac{64}{45}$ | 0               | 0              |
| 5     | 2               | 2               |                 |                 | 2               |                 |                |
| $q_6$ | $\frac{9}{452}$ | 0               | $\frac{9}{452}$ | 0               | 0               | $\frac{9}{452}$ | $\frac{9}{45}$ |
| 6     |                 |                 |                 |                 |                 |                 | 2              |
| $q_7$ | $\frac{3}{452}$ | 0               | $\frac{3}{452}$ | 0               | $\frac{3}{452}$ | 0               | $\frac{3}{45}$ |
| 7     |                 |                 |                 |                 |                 |                 | 2              |

|                                  |                 |     |
|----------------------------------|-----------------|-----|
| {1, 2, 3, 7, 10, 11}             | (0 1 0 1 1 1 1) | 112 |
| {1, 2, 4, 5, 10, 14, 16, 20, 21} | (0 1 0 1 1 0 0) | 118 |
| {1, 2, 7, 10, 16, 21}            | (0 1 0 1 1 1 0) | 118 |
| {1, 2, 10, 11, 14, 20}           | (0 1 0 1 1 0 1) | 130 |
| {1, 3, 6, 7, 12}                 | (0 1 0 1 0 1 1) | 85  |
| {1, 4, 12, 14, 16, 20, 21}       | (0 1 0 1 0 0 0) | 76  |
| {1, 6, 7, 9, 12, 16, 21}         | (0 1 0 1 0 1 0) | 76  |
| {3, 4, 5}                        | (0 0 0 0 0 1 1) | 54  |
| {3, 6, 7, 8}                     | (0 1 0 0 0 1 1) | 108 |
| {4, 5, 10, 18, 19, 20, 21}       | (0 0 1 0 0 1 1) | 54  |
| {4, 5, 14, 15, 16, 17}           | (0 1 1 1 1 0 0) | 130 |
| {4, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17}  | (0 1 1 1 0 0 0) | 88  |
| {5, 13, 15, 18, 19}              | (0 0 1 1 0 1 1) | 108 |
| {6, 7, 8, 9}                     | (0 1 0 0 0 1 0) | 108 |
| {6, 8, 9, 10, 11, 18}            | (0 1 1 0 0 1 0) | 114 |
| {6, 8, 10, 18, 19}               | (0 1 1 0 0 1 1) | 108 |
| {6, 9, 11, 12, 13, 16, 17, 18}   | (0 1 1 1 0 1 0) | 70  |
| {6, 12, 13, 18, 19}              | (0 1 1 1 0 1 1) | 64  |
| {7, 11, 13, 15, 17}              | (0 0 1 1 0 0 0) | 78  |
| {7, 13, 15, 19}                  | (0 0 1 1 0 0 1) | 90  |
| {7, 19, 21}                      | (0 0 1 0 0 0 1) | 36  |
| {8, 15, 17}                      | (0 0 1 1 1 0 0) | 184 |
| {9, 15}                          | (0 0 1 1 1 0 1) | 190 |

|                      |                 |     |
|----------------------|-----------------|-----|
| {10, 11, 18, 20}     | (0 0 1 0 0 1 0) | 60  |
| {12, 13, 14, 15, 19} | (0 1 1 1 0 0 1) | 100 |
| {12, 14, 19, 20}     | (0 1 0 1 0 0 1) | 94  |
| {12, 14, 20, 21}     | (0 1 0 1 0 0 0) | 76  |

Данная работа не сосредоточена на каком-то конкретном методе получения минимальных взвешенных покрытий. Эта задача известна давно и достаточно подробно исследована (см., например, алгоритм, описанный в статье [4]). Заметим только, что если не учитывать веса полученных максимальных совместимых множеств, то в качестве покрытия может быть найдено множество {1, 2, 4, 5, 10, 14, 16, 20, 21}, {3, 6, 7, 8}, {6, 9, 11, 12, 13, 16, 17, 18}, {12, 13, 14, 15, 19} с весом 396. Меньший вес, равный 368, имеет покрытие {1, 2, 3, 7, 10, 11}, {4, 5, 10, 18, 19, 20, 21}, {4, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17}, {6, 8, 9, 10, 11, 18}. Соответственно имеем следующие матрицы кодирования:

$$\begin{array}{c}
 z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \\
 q_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \quad \text{и} \quad
 \begin{array}{c}
 z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \\
 q_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 .$$

Оценить преимущество первого варианта матрицы кодирования над вторым можно еще следующим образом. Кодирование состояний автомата можно представить как размещение состояний автомата в пространстве внутренних переменных  $z_1, z_2, \dots, z_k$  [2], т. е. по вершинам булева гиперкуба, представляющего это пространство. В статье [2] введен критерий качества такого размещения с точки зрения интенсивности переключений элементов памяти. Этот критерий выражается формулой  $D = \sum w_{ij}(d_{ij} - 1)$ , где  $d_{ij}$  – расстояние по Хэммингу между кодами состояний  $q_i$  и  $q_j$ ,  $w_{ij}$  в данном случае – число переходов между состояниями  $q_i$  и  $q_j$  или величина, пропорциональная вероятности перехода между состояниями  $q_i$  и  $q_j$ . Суммирование ведется по всем парам состояний, соответствующим парам вершин в гиперкубе. Очевидно, чем меньше значение  $D$ , тем лучше результат размещения, и  $D = 0$ , если всем парам состояний, связанным переходами, соответствуют ребра гиперкуба. Тогда при любом

переходе из состояния в состояние переключается ровно один элемент памяти.

Для первого варианта кодирования имеем  $D = 147$ . Второй вариант кодирования дает  $D = 119$ . Сравнение по критерию  $D$  результатов решения примеров показывает целесообразность использования предлагаемого метода.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Мурога С. Системное проектирование сверхбольших интегральных схем. В 2-х кн. Кн. 1. / С. Мурога. – М.: Мир, 1985. – 288 с.
2. Закревский А.Д. Алгоритмы энергосберегающего кодирования состояний автомата / А.Д. Закревский // Информатика. – № 1(29). – 2011. С. 68–78.
3. Закревский А.Д. Логические основы проектирования дискретных устройств / А.Д. Закревский, Ю.В. Поттосин, Л.Д. Черемисинова. – М.: Физматлит, 2007. – 592 с.
4. Новоселов В.Г. Нахождение  $\phi$ -минимальных покрытий / В.Г. Новоселов // Автоматизация синтеза дискретных автоматов. Труды СФТИ, вып. 48. – Томск: Изд. ТГУ, 1966. – С. 77–78.

УДК 004.832.3

**Е.Н. Машенко**, канд. техн. наук, доцент

**В.И. Шевченко**, канд. техн. наук, ст.преподаватель

**А.В.Гримута**, студент

Севастопольский государственный университет

299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33

e-mail: elmachenko@mail.ru

## **ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПОТРЕБНОСТЕЙ В ИТ-РЕСУРСАХ ДЛЯ СЕРВИС-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СИСТЕМ И АРХИТЕКТУР**

Современные банковские системы, автоматизированные системы управления предприятиями, сети связи, логистические системы имеют тенденцию перехода на сервис-ориентированные архитектуры (СОА) [1].

Анализ работы сервис-ориентированных систем позволяет отнести их к классу сложных организационно-технических систем критического применения. В настоящее время активно развивается область фундаментальных и прикладных исследований бизнес-критических систем и инфраструктур и сервис-ориентированных систем в частности. Весомое влияние на исследование проблем критических систем и инфраструктур оказали работы следующих ученых: В.С. Харченко [2,3], А.В. Дрозда, А.Л. Становского, В.П. Тарасенко, S. Russo, M. Fusani. Методология управления ИТ-инфраструктурами, в том числе сервис-ориентированными системами, в том или ином аспекте рассмотрены в трудах таких исследователей, как Я.В. Бон, Г. Кеммерлинг, Д. Пондаман [4], О.И. Шелухин, С.А. Клейменов, А.И. Костогрызов [5], Г.Н. Исаев, В.В. Репин, В.В. Топорков [6] и др.

Однако проведенные исследования не в полной мере решают проблемы, связанные с переходом от существующих архитектур предприятия к сервис-ориентированным, а также вопросы, связанные с различными аспектами управления и мониторинга сервис-ориентированного программного обеспечения в концепции информационного менеджмента. Учитывая, что подход к созданию и реинжинирингу сервис-ориентированных систем на основе информационного менеджмента является достаточно новым и перспективным, активное развитие методологических аспектов в данной сфере и апробация их на практике охватывает период, исчисляемый последним десятилетием, вопросы создания, управления распределением информационно-

вычислительных ресурсов и перехода к сервис-ориентированным системам требуют дальнейшего исследования и разработки.

С учетом этого, актуальной, в научном и практическом аспектах, является задача разработки и развития специализированных информационных моделей, систем и технологий, позволяющих поддерживать гарантированный уровень качества ИТ-сервисов при ограниченных информационно-вычислительных ресурсах, синхронно с изменениями характеристик информационных потоков на предприятиях.

Согласно [7], под архитектурой предприятия (Enterprise Architecture, EA) понимается всестороннее и исчерпывающее описание всех ключевых элементов предприятия и межэлементных отношений. Архитектура предприятия и информационные технологии в совокупности являются основным механизмом интерпретации и реализации целей предприятия через адекватные ИТ - инфраструктуру и системы. Это достигается через создание определенного количества взаимосвязанных архитектурных представлений. Общее видение, обеспечиваемое архитектурой предприятия, создает возможность единого проектирования ИТ-систем, адекватных, с точки зрения обеспечения потребностей предприятия, и способных к взаимодействию и интеграции там, где это необходимо.

Обобщая существующие методики для дальнейшего рассмотрения выделим следующие уровни представления (домены) [8]: 1) бизнес-архитектура; 2) архитектура представления информации; 3) архитектура программных систем; 4) технологическая архитектура. На каждом из этих уровней решается определенный набор специальных задач, связанных с обработкой специфичных данному домену информационных потоков и формируется набор показателей качества управления бизнес-критическим объектом. Как отдельную область, выделяют архитектуру процессов управления и эксплуатации информационными технологиями (архитектуру ИТ-операций), которые осуществляют поддержку на каждом из вышеперечисленных архитектурных уровней [8], включая управление информационно-вычислительными ресурсами.

Анализ архитектуры предприятия показал, что для решения функциональных задач предприятия в каждом из доменов ИТ-инфраструктуры необходима оценка потребности в информационно-вычислительных ресурсах (ИТ-ресурсах). Таким образом, существует сложная научная задача управления качеством и информационно-вычислительными ресурсами при решении взаимосвязанных специ-

альных задач на уровнях доменов ИТ-инфраструктуры, с целью повышения качества решения основных функциональных задач предприятия.

На основании вышесказанного определим цель, объект и предмет исследования:

Цель исследования – развитие теории управления информационно-вычислительными ресурсами и качеством обслуживания в сервис-ориентированных системах и инфраструктурах.

Объект исследования – процессы управления информационно-вычислительными ресурсами сервис-ориентированных систем.

Предмет исследования – разработка новых и развитие известных методов управления информационно-вычислительными ресурсами и обеспечения показателей качества сервис-ориентированных систем.

Постановка задачи: необходимо разработать информационную модель оценки потребностей в ИТ-ресурсах в рамках развивающихся и перспективных ИТ-сервисов с целью формализованного описания процессов управления информационно-вычислительными ресурсами сервис-ориентированных систем.

Первый уровень формализации: построение информационной модели взаимодействия показателей качества ИТ в бизнес-критических системах.

При построении данной информационной модели приняты следующие допущения: домены архитектуры информации и управления ИТ, как отдельные структурные единицы рассматриваться не будут. Функции домена архитектуры информации, связанные с формализацией информации о бизнес-задачах мигрируют на уровень бизнес-архитектуры, а все остальные его функции – на уровень приложений. Функции домена управления ИТ делегируются на каждый из оставшихся доменов модели, с учетом их специфики управления. Схема модели приведена на рисунке 1.

На рисунке 1 приняты следующие сокращения: КПЭ – ключевые показатели эффективности, БП – бизнес-процессы. В список КПЭ входят показатели эффективности использования информационно-вычислительных ресурсов на каждом уровне архитектуры предприятия.

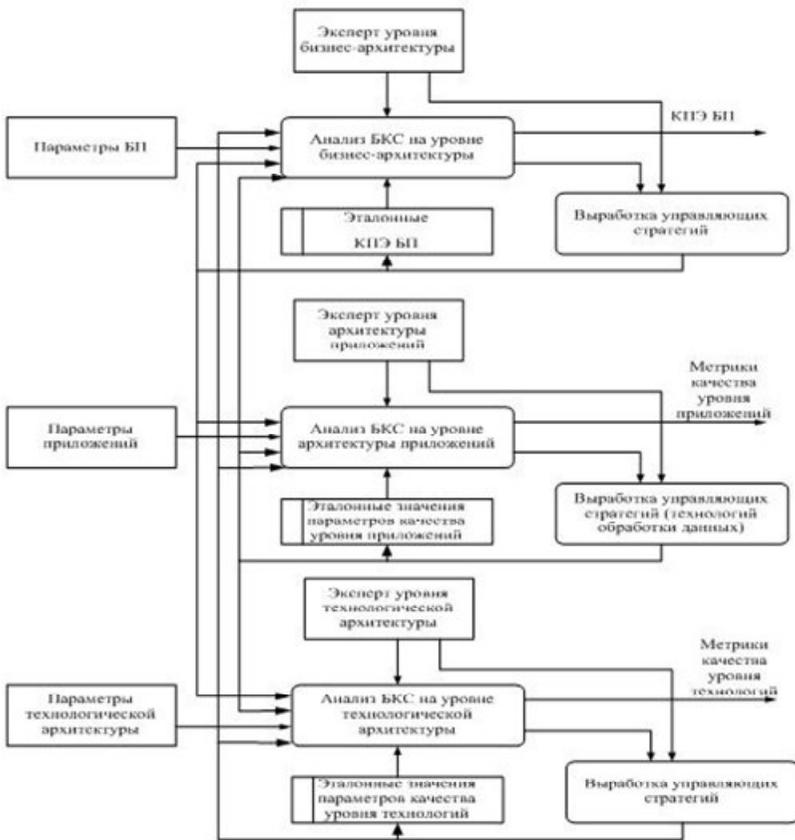


Рисунок 1 - Информационная модель взаимодействия показателей качества ИТ в сервис-ориентированных бизнес-критических системах (БКС)

Далее, более детально рассматривается уровень архитектуры приложений. На этом уровне предлагается информационная модель управления качеством сервисов и распределением ИТ-ресурсов (УК БКС). В контуре УК БКС присутствуют три основных взаимодействующих элемента: сеть бизнес-процессов предприятия (СБП), конфигурация информационно-технического сопровождения (КИТС) и система поддержки и управления ИТ-сервисами (СПУС). Схема их информационного взаимодействия приведена на рисунке 2. С точки зрения теории управления схема представляет собой двухуровневый контур управления с двойной обратной связью.

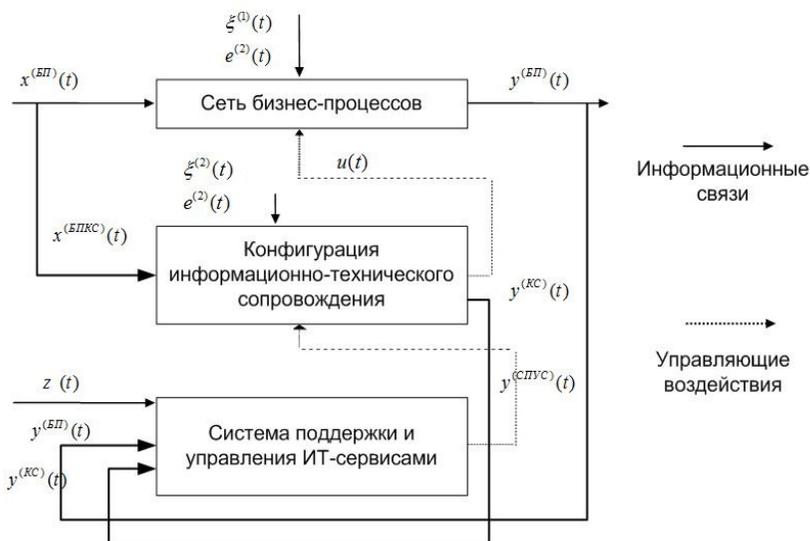


Рисунок 2 – Структурная схема информационного взаимодействия подсистем в рамках информационной архитектуры предприятия

Уровень 1: Взаимодействие сети бизнес-процессов организации и бизнес-ориентированного программного обеспечения, входящего в состав КИТС. На этом уровне объектом управления является СБП, субъектом управления – КИТС. При построении критерия управления используется вектор показателей, характеризующих качество информационной обработки БП в КИТС на стороне пользователей (например: время отклика, или скорость выполнения бизнес-операции, бизнес-процесса; доступность бизнес-ориентированного ПО с привязкой к конкретно бизнес-операции, бизнес-процессу)

Уровень 2: Взаимодействие КИТС и системы поддержки и управления ИТ-сервисами (СПУС). На этом уровне объектом управления является КИТС (один – для инсорсинговой системы поддержки, множество – для аутсорсинговой), субъектом управления - система поддержки и управления ИТ-сервисами. При построении критерия управления используется вектор метрик качества, согласно стандартам [4, 9] (например: число критических событий на один управляемый объект).

Модель ресурсного взаимодействия СБП – КИТС – СПУС на уровне информационных потоков может быть представлена кортежем (1)

$$S = \left\{ \left\langle t, r(t), \left\langle x^{(БП)}(t), \xi^{(1)}(t), e^{(1)}(t), u(t), y^{(БП)}(t) \right\rangle, \right. \right. \\ \left. \left. \left\langle x^{(БПКС)}(t), \xi^{(2)}(t), e^{(2)}(t), p(t), y^{(КС)}(t) \right\rangle, \left\langle z(t), y^{(СПУС)}(t) \right\rangle \right\},$$

где  $t$  - время исследования;  $r(t)$  - информация о топологии бизнес-критической инфраструктуры;  $x^{(БП)}(t)$  – потоки входных данных для бизнес-процессов предприятий, входящих в бизнес-критическую инфраструктуру;  $\xi^{(1)}(t)$  – внешнее воздействие на автоматизируемые СБП,  $e^{(1)}(t)$  – априорная информация об эталонных значениях параметров качества обработки БП;  $u(t)$  – информация о технологиях обработки данных БО и БП, применяемых в КИТС для автоматизации СБП;  $y^{(БП)}(t)$  – апостериорная информация о качестве обработки информационных потоков, связанных с обработкой БП в СБП;  $x^{(БПКС)}(t)$  – потоки входных данных для бизнес-процессов предприятий, входящих в бизнес-критическую инфраструктуру, автоматизированных в КИТС;  $\xi^{(2)}(t)$  – внешние воздействия на КИТС,  $e^{(2)}(t)$  – априорная информация об эталонных значениях параметров качества автоматизированной обработки БП в КИТС;  $p(t)$  – информация о технологиях нейтрализации инцидентов, возникающих при автоматизированной обработке БО, БП в КИТС;  $y^{(КС)}(t)$  – апостериорная информация о качестве работы, уровня технологической архитектуры (поддержки сервисов) в КИТС;  $z(t)$  – информационные потоки запросов пользователей, поступающие в службу поддержки и управления ИТ-сервисами;  $y^{(СПУС)}$  - апостериорная информация о качестве работы службы поддержки и управления ИТ-сервисами.

Для достижения цели управления в БКС, в зависимости от текущих  $\xi^{(1)}(t)$ ,  $\xi^{(2)}(t)$ , соответствия  $y^{(БП)}(t)$  и  $y^{(КС)}(t)$  эталонным значениям  $e^{(1)}(t)$  и  $e^{(2)}(t)$  динамически выбираются технологии уровня КИС и СПУС и топология КИТС, позволяющие компенсировать

внешние воздействия и получить эффективные значения показателей  $y^{(БП)}(t)$ ,  $y^{(КС)}(t)$  и  $y(t)^{(СЛВС)}$ .

Далее рассмотрим формальную модель управления ресурсами БКС, включающую конечное число КИТС в составе бизнес-критической инфраструктуры. В модели введены следующие обозначения:

$w = |W|$  – количество КИТС, для которых осуществляется поддержка сервисов в контуре управления бизнес-критической инфраструктурой;

Для уровня СБП:  $\xi^{(1)k_w^{БП}}(t)$  –  $k_w^{БП}$ -мерный вектор, компоненты которого определяют совокупность внешних воздействий на  $W$ -ю сеть

бизнес-процессов. Тогда  $\xi^{(1)} = \bigcup_{k_w^{БП}=1} \xi^{(1)k_w^{БП}}(t)$  – множество информационных потоков, составляющих внешнее воздействие на автоматизируемые СБП.

$x^{(БП)k_w^{БП}}(t)$  – вектор параметров входных информационных потоков, для  $W$ -ой сети бизнес-процессов. Тогда  $x^{(БП)} = \bigcup_{k_w^{БП}=1} x^{(БП)k_w^{БП}}(t)$  – множество параметров входных информационных потоков, описывающих бизнес-процессы автоматизируемых организаций.

$y^{(БП)h_w^{БП}}(t)$  – вектор показателей качества обработки информационных потоков, связанных с решением функциональных задач для  $W$ -ой сети бизнес-процессов, тогда

$y^{(БП)}(t) = \bigcup_{h_w^{БП}=1} y^{(БП)h_w^{БП}}(t)$  – множество значений параметров качества для бизнес-критических приложений в целом.

$e^{(1)h_w^{БП}}(t)$  – вектор эталонных значений показателей качества обработки информационных потоков, связанных с решением функциональных задач для  $W$ -ой сети бизнес-процессов, определяется экспертным путем в зависимости от видов БО и БП на стороне пользова-

телей рассматриваемой СБП. Тогда  $e^{(1)}(t) = \bigcup_{h_w^{БП}=1} e^{(1)h_w^{БП}}(t)$  – множество эталонных значений показателей качества для бизнес-критических приложений в целом.

Для уровня КИТС:  $\xi^{(2)k_w^{КС}}(t)$  –  $k_w^{КС}$ -мерный вектор, компоненты которого определяют совокупность внешних воздействий на  $W$ -ю

конфигурацию информационно-технического сопровождения. Тогда  $\xi^{(2)} = \bigcup_{k_w^{KC}=1} \xi^{(1)k_w^{KC}}(t)$  – множество информационных потоков, составляющих внешнее воздействие на автоматизирующие КИТС.

$x^{(БПКС)k_w^{KC}}(t)$  – вектор параметров входных информационных потоков, подлежащих автоматизации в  $W$ -ой КИТС. Тогда  $x^{(БПКС)} = \bigcup_{k_w^{KC}=1} x^{(БПКС)k_w^{KC}}(t)$  – множество входных параметров информационных потоков, соответствующих данным о бизнес-процессах, автоматизированных в КИТС. При этом очевидно, что  $x^{(БПКС)} \subset x^{(БИТ)}$ .

$U^{h_w^{KC}}(t)$  – совокупность технологий обработки информационных потоков, применяемых в  $W$ -ой КИТС для решения функциональных задач, связанных с обработкой бизнес-процессов. Тогда  $U = \bigcup_{h_w^{KC}=1} U^{h_w^{KC}}(t)$  – множество технологий обработки информационных потоков, применяемых для бизнес-критической инфраструктуры в целом.

$y^{(KC)h_w^{KC}}(t)$  – вектор показателей качества работы, для  $W$ -ой КИТС. Тогда  $y^{(KC)}(t) = \bigcup_{h_w^{KC}=1} y^{(KC)h_w^{KC}}(t)$  – множество показателей качества работы бизнес-критической инфраструктуры в целом.

$e^{(2)h_w^{KC}}(t)$  – вектор эталонных значений показателей качества работы, для  $W$ -ой КИТС. Тогда  $e^{(2)}(t) = \bigcup_{h_w^{KC}=1} e^{(2)h_w^{KC}}(t)$  – множество эталонных значений показателей качества работы бизнес-критической инфраструктуры в целом.

Для уровня СПУС:  $p^{h_w^{KC}}(t)$  – вектор технологий нейтрализации инцидентов, возникающих при решении функциональных задач СПб, для  $W$ -ой КИТС.  $p(t) = \bigcup_{h_w^{KC}=1} p^{h_w^{KC}}(t)$  – множество технологий нейтрализации инцидентов для бизнес-критической инфраструктуры в целом, используемых в СПУС.

$z(t)$  – вектор количественных показателей, характеризующих информационные потоки запросов пользователей КИТС и СБП, поступающих в службу поддержки и управления ИТ-сервисами.

$y^{(СПУС)}(t)$  – вектор показателей качества работы системы поддержки и управления ИТ-сервисами.

Для достижения целей управления в УК БКС решаются три взаимосвязанные задачи управления:

1. Определение эффективных значений параметров качества обработки информационных потоков, связанных с решением функциональных задач в СБП отображается зависимостью:

$$y^{(БП)}(t) = f^{(БП)}(x^{(БП)}(t), \xi^{(1)}(t), r(t), u(t)) \rightarrow extr \quad (2)$$

Решение задачи (2) необходимо найти в области ее допустимых значений:  $t \in [0, T]$ ,  $r(t) \in R$ ,  $u(t) \in U$ ,  $y_i^{(БП)}(t) \leq e_i^{(1)}$ ,  $\forall i = 1, I$ .

2. Качество работы бизнес-критической инфраструктуры отображается зависимостью:

$$y^{(КС)}(t) = f^{(КС)}(x^{(БПКС)}(t), \xi^{(2)}(t), r(t), p(t)) \rightarrow extr \quad (3)$$

Решение задачи (3) необходимо найти в области ее допустимых значений:  $t \in [0, T]$ ,  $r(t) \in R$ ,  $p(t) \in P$ ,  $y_j^{(КС)}(t) \leq e_j^{(2)}$ ,  $\forall j = 1, J$ .

В случае, если эталонные показатели  $e^{(2)}$  априори не заданы, в качестве элементов вектора  $y^{(КС)}$  могут быть использованы следующие показатели качества: максимум производительности (число БО, обслуживаемых КИТС в единицу времени); минимум среднего времени обслуживания БП в КИТС; максимум коэффициента готовности КИТС, а так же метрики качества ИТ-сервисов определенные в [4,9].

3. Качество работы службы поддержки и управления ИТ-сервисами, определяется с учетом значений  $y^{(БП)}(t)$ ,  $y^{(КС)}(t)$ :

$$y^{(СПУС)}(t) = f^{(СПУС)}(z(t), y^{(БП)}(t), y^{(КС)}(t)) \rightarrow extr \quad (4)$$

Предлагаемая информационная модель управления БКС отражает архитектуру критического объекта управления и динамическую взаимосвязь критериев, используемых для оценки качества управления ИТ-ресурсами. Модель носит концептуальный характер, в зависимости от решаемых задач основная операционная единица модели – КИТС может быть определена в рамках только одного из рассмотренных доменов архитектуры предприятия.

Перспективы дальнейших исследований. Предполагается, на основе предложенных базовых моделей разработать комплекс информационных технологий управления качеством поддержки ИТ-сервисов на гарантированном уровне за счет эффективного перераспределения ИТ-ресурсов.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Сервис-ориентированная архитектура // [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://citforum.ru/internet/webservice/soa/>. Дата доступа -25.12.2014.- Название с экрана.

2. Харченко В.С. Безопасность критических инфраструктур: математические и инженерные методы анализа и обеспечения / Под ред. Харченко В.С., Министерство образования и науки Украины, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2011. – 641 с.

3. Харченко В. С. Гарантоспособность и гарантоспособные системы: элементы методологии /В.С. Харченко // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – №5 (17). – Харьков, 2006. – С. 7 – 19.

4. Бон Я. ИТ Сервис-менеджмент, введение [Текст] / Я.В. Бон, Г. Кеммерлинг, Д. Пондаман; под ред. М.Ю. Потоцкого (русская версия). – М: IT Expert, 2003. — 215 с.

5. Костогрызов А.И. Стандартизация, математическое моделирование, рациональное управление и сертификация в области системной и программной инженерии: руководство системного аналитика / А.И. Костогрызов, Г.А. Нистратов. – М.: Изд-во ВПК, 2005. – 395 с.

6. Топорков В.В. Модели распределенных вычислений. – М: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 320 с.

7. Калянов Г. Н. Архитектура предприятия и инструменты ее моделирования // Автоматизация в промышленности. — 2004 — №7. — С. 9-12.

8. Данилин А. В., Слюсаренко А. И. Архитектура предприятия: основные определения [Электронный ресурс] Ссылка доступа: [http://citforum.ru/consulting/articles/enterprise\\_arch/7.shtml](http://citforum.ru/consulting/articles/enterprise_arch/7.shtml). Дата доступа - 20.12.2014. – Название с экрана.

9. Шевченко В.И. Оптимизация управления процессами поддержки ИТ-сервисов в бизнес-критической системе /Тезисы доклада Международного научно-технического семинара «Современные проблемы прикладной математики, информатики, автоматизации и управления». - Севастополь, 09–13 сентября, 2014. – с.85-93.

УДК 519.873

**Ю.Е. Обжерин**, д-р техн. наук, профессор  
Севастопольский государственный университет  
299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33  
e-mail: objsev@mail.ru

## **ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПОТЕРЯМИ**

Рассматривается двухлинейная система массового обслуживания (СМО)  $GI/G/2/0$  с потерями. Предполагается, что в систему поступают заявки, время между их поступлениями – случайная величина (СВ)  $\beta$  с функцией распределения  $G(x) = P\{\beta \leq x\}$ . Поступившая заявка с равной вероятностью начинает обслуживаться одним из свободных приборов или теряется, если свободных приборов нет. Время обслуживания заявки  $i$  - м прибором – СВ  $\alpha_i$  с функцией распределения  $F_i(x) = P\{\alpha_i \leq x\}$ ,  $i = 1, 2$ . Предполагается, что СВ  $\alpha_i$ ,  $\beta$  независимы, имеют плотности  $f_i(x)$ ,  $g(x)$ , конечные математические ожидания и дисперсии.

Системы массового обслуживания с потерями изучались во многих работах [1-4]. Особенностью данной работы является использование аппарата теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний [4,5], это позволяет предположить, что все СВ, характеризующие систему, имеют распределения общего вида.

Для описания функционирования СМО введем следующее множество  $E$  полумарковских состояний системы:

$$E = \{10, 01, 100z, 200z, 111x, 211x, 101xz, 210xz, 311x_1x_2\}.$$

Рассмотрим содержательный смысл кодов состояний:

10 (01) - первый (второй) прибор начал обслуживание поступившей заявки, второй (первый) прибор свободен;

100z (200z) - освободился первый (второй) прибор, второй (первый) прибор свободен, до поступления следующей заявки осталось время  $z > 0$ ;

111x (211x) - первый (второй) прибор начал обслуживание поступившей заявки, до окончания обслуживания заявки вторым (первым) прибором осталось время  $x > 0$ ;

101xz (210xz) - освободился первый (второй) прибор, до окончания обслуживания заявки вторым (первым) прибором осталось время  $x > 0$ ; до поступления следующей заявки осталось время  $z > 0$ ;

311x<sub>1</sub>x<sub>2</sub> - поступившая заявка потеряна, времена до окончания обслуживания заявок первым и вторым приборами соответственно равны  $x_1 > 0, x_2 > 0$ .

Временная диаграмма функционирования системы представлена на рисунке 1.

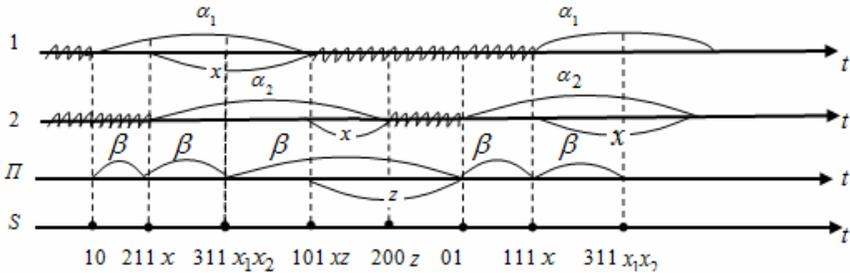


Рисунок 1 – Временная диаграмма функционирования системы

Найдем времена пребывания в состояниях системы. Например, время  $\theta_{211x}$  пребывания системы в состоянии 211x определяется тремя факторами: оставшимся временем  $x$  до окончания обслуживания заявки первым прибором, временем  $\alpha_2$  обслуживания заявки вторым прибором и временем  $\beta$  между поступлениями заявок. Следовательно,  $\theta_{211x} = x \wedge \alpha_2 \wedge \beta$ , где  $\wedge$  - знак минимума. Аналогично определяются времена пребывания в остальных состояниях:

$$\begin{aligned} \theta_{10} &= \alpha_1 \wedge \beta, \theta_{01} = \alpha_2 \wedge \beta, \theta_{100z} = z, \theta_{200z} = z, \\ \theta_{111x} &= x \wedge \alpha_1 \wedge \beta, \theta_{101xz} = x \wedge z, \theta_{210xz} = x \wedge z, \\ \theta_{311x_1x_2} &= x_1 \wedge x_2 \wedge \beta. \end{aligned} \quad (1)$$

Определим вероятности переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ)  $\{\xi_n; n > 0\}$  для состояний 10, 100z, 111x, 101xz, 311x<sub>1</sub>x<sub>2</sub>, в случае остальных состояний они определяются аналогично.

$$\begin{aligned}
 p_{10}^{211x} &= \int_0^{\infty} f_1(x+t)g(t)dt, \quad x > 0, & p_{10}^{100z} &= \int_0^{\infty} g(z+t)f_1(t)dt, \quad z > 0; \\
 p_{100z}^{10} &= p_{100z}^{01} = \frac{1}{2}; \\
 p_{111x}^{210yz} &= f_1(x+y)g(x+z), \quad y > 0, \quad z > 0, \\
 p_{111x}^{101yz} &= f_1(x-y)g(x-y+z), \quad 0 < y < x, \quad z > 0, \\
 p_{111x}^{311y_1y_2} &= g(x-y_1)f_1(x-y_2+y_1), \quad 0 < y_2 < x, \quad y_1 > 0, \\
 p_{101xz}^{200z-x} &= 1, \text{ если } z > x, & p_{101xz}^{111x-z} &= 1, \text{ если } x > z; \\
 p_{311x_1x_2}^{101x_2-x_1z} &= g(x_1+z), \quad x_1 < x_2, \quad z > 0, \\
 p_{311x_1x_2}^{311x_1-tx_2-t} &= g(t), \quad x_1 < x_2, \quad 0 < t < x_1, \\
 p_{311x_1x_2}^{210x_1-x_2z} &= g(x_2+z), \quad x_2 < x_1, \quad z > 0, \\
 p_{311x_1x_2}^{311x_1-tx_2-t} &= g(t), \quad x_2 < x_1, \quad 0 < t < x_2
 \end{aligned} \tag{2}$$

Найдем стационарное распределение ВЦМ  $\{\xi_n; n > 0\}$ . Пусть  $\rho(01), \rho(10)$  значения стационарного распределения на состояниях 01, 10 и предположим существование стационарных плотностей  $\rho(i00z), \rho(i11x), i = 1, 2, \rho(101xz), \rho(210xz), \rho(311x_1x_2)$ .

Введем обозначения:  $\rho_0 = \rho(01) = \rho(10), \varphi_1(x_1, x_2) = \rho(311x_1x_2),$   
 $\varphi_2(x, z) = \rho(101xz), \varphi_3(x, z) = \rho(210xz), \varphi_4(x) = \rho(111x),$   
 $\varphi_5(x) = \rho(211x), \varphi_6(z) = \rho(100z), \varphi_7(z) = \rho(200z).$

Используя (2), составим систему интегральных уравнений для нахождения стационарного распределения:

$$\left\{ \begin{aligned}
\rho_0 &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \varphi_6(z) dz + \frac{1}{2} \int_0^\infty \varphi_7(z) dz; \\
\varphi_1(x_1, x_2) &= \int_0^\infty \varphi_1(x_1 + t, x_2 + t) g(t) dt + \int_0^\infty \varphi_4(x_2 + t) f_1(x_1 + t) g(t) dt + \\
&+ \int_0^\infty \varphi_5(x_1 + t) f_2(x_2 + t) g(t) dt; \\
\varphi_2(x, z) &= \int_0^\infty \varphi_4(x + t) f_1(t) g(z + t) dt + \int_0^\infty \varphi_5(t) f_2(x + t) g(z + t) dt + \\
&+ \int_0^\infty \varphi_1(t, x + t) g(z + t) dt; \\
\varphi_3(x, z) &= \int_0^\infty \varphi_5(x + t) f_2(t) g(z + t) dt + \int_0^\infty \varphi_4(t) f_1(x + t) g(z + t) dt + \\
&+ \int_0^\infty \varphi_1(x + t, t) g(z + t) dt; \\
\varphi_4(x) &= \rho_0 \int_0^\infty f_2(x + t) g(t) dt + \int_0^\infty \varphi_2(x + t, t) dt; \\
\varphi_5(x) &= \rho_0 \int_0^\infty f_1(x + t) g(t) dt + \int_0^\infty \varphi_3(x + t, t) dt; \\
\varphi_6(z) &= \rho_0 \int_0^\infty f_1(t) g(z + t) dt + \int_0^\infty \varphi_3(t, z + t) dt; \\
\varphi_7(z) &= \rho_0 \int_0^\infty f_2(t) g(z + t) dt + \int_0^\infty \varphi_2(t, z + t) dt; \\
2\rho_0 &+ \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi_1(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi_2(x, z) dx dz + \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi_3(x, z) dx dz + \\
&+ \int_0^\infty \varphi_4(x) dx + \int_0^\infty \varphi_5(x) dx + \int_0^\infty \varphi_6(z) dz + \int_0^\infty \varphi_7(z) dz = 1.
\end{aligned} \right. \tag{3}$$

Последнее уравнение в системе (3) условие нормировки.

Далее, для простоты изложения рассматривается однородный случай, неоднородный случай приводит к более громоздким преобразованиям. Пусть  $F_1(t) = F_2(t) = F(t)$ . Тогда, в силу симметричности состояний, получаем, что  $\varphi_4(x) = \varphi_5(x)$ ,  $\varphi_2(x, z) = \varphi_3(x, z)$ ,  $\varphi_6(z) = \varphi_7(z)$ .

Система (3) сведется к следующей системе уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\rho_0 = \int_0^{\infty} \varphi_6(z) dz, \\
\varphi_1(x_1, x_2) = \int_0^{\infty} \varphi_1(x_1+t, x_2+t) g(t) dt + \int_0^{\infty} \varphi_4(x_2+t) f(x_1+t) g(t) dt + \\
+ \int_0^{\infty} \varphi_4(x_1+t) f(x_2+t) g(t) dt; \\
\varphi_2(x, z) = \int_0^{\infty} \varphi_4(x+t) f(t) g(z+t) dt + \int_0^{\infty} \varphi_4(t) f(x+t) g(z+t) dt + \\
+ \int_0^{\infty} \varphi_1(t, x+t) g(z+t) dt; \\
\varphi_4(x) = \rho_0 \int_0^{\infty} f(x+t) g(t) dt + \int_0^{\infty} \varphi_2(x+t, t) dt; \\
\varphi_6(z) = \rho_0 \int_0^{\infty} f(t) g(z+t) dt + \int_0^{\infty} \varphi_2(t, z+t) dt; \\
\rho_0 + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi_1(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi_2(x, z) dx dz + \int_0^{\infty} \varphi_4(x) dx + \int_0^{\infty} \varphi_6(z) dz = \frac{1}{2}.
\end{array} \right. \quad (4)$$

Введем следующие функции:

$$h_g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} g^{*(n)}(t) \quad - \text{плотность функции восстановления } H_g(t)$$

процесса восстановления, порожденного СВ  $\beta$ ;

$$v_g(y, z) = g(y+z) + \int_0^y g(y+z-s) h_g(s) ds$$

- плотность распределения прямого остаточного времени для процесса восстановления, порожденного СВ  $\beta$ ;

$$\tilde{\gamma}(y) = \int_0^y f(t) v_g(t, y-t) dt, \quad \beta(x, t) = \int_0^{\infty} f(x+t+y) v_g(t, y) dy,$$

$$h(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\gamma}^{*(n)}(y) -$$

плотность функции восстановления, процесса восстановления, порожденного СВ с плотностью распределения  $\tilde{\gamma}(y)$ ;

$$\tilde{h}(t) = g(t) + (h * g)(t), \quad \gamma(x, t) = \beta(x, t) + \int_0^{\infty} \beta(x+y, t) h(y) dy,$$

$$\pi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^{(n)}(x, y), \quad \gamma^{(n)}(x, y) = \int_0^{\infty} \gamma^{(1)}(x, t) \gamma^{(n-1)}(t, y) dt, \quad n \geq 2, \quad \gamma^{(1)}(x, t) = \gamma(x, t),$$

$$\varphi(x) = \int_0^{\infty} f(x+y) \tilde{h}(y) dy + \int_0^{\infty} \pi(x, y) dy \int_0^{\infty} f(y+t) \tilde{h}(t) dt$$

Используя метод последовательных приближений [6], можно показать, что система (4) имеет следующее решение:

$$\varphi_4(x) = \varphi_5(x) = \rho_0 \varphi(x),$$

$$\varphi_1(x_1, x_2) = \rho_0 \left( \int_0^{\infty} \varphi(x_2+t) f(x_1+t) h_g(t) dt + \int_0^{\infty} \varphi(x_1+t) f(x_2+t) h_g(t) dt \right),$$

$$\varphi_2(x, z) = \varphi_3(x, z) = \rho_0 \left( \int_0^{\infty} \varphi(x+y) f(y) v_g(y, z) dy + \int_0^{\infty} \varphi(y) f(x+y) v_g(y, z) dy \right), \quad (6)$$

$$\varphi_6(z) = \varphi_7(z) = \rho_0 \left( \int_0^{\infty} g(z+t) f(t) dt + \int_0^{\infty} dt \int_0^{\infty} \varphi(t+y) f(y) v_g(y, z+t) dy + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\infty} dt \int_0^{\infty} \varphi(y) f(t+y) v_g(y, z+t) dy \right).$$

Постоянная  $\rho_0$  находится из условия нормировки.

Перейдем к нахождению стационарных характеристик СМО. Используя формулы (1), определим средние времена пребывания в состояниях системы:

$$m(10) = m(01) = \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{C}(t) dt, \quad m(100z) = m(200z) = z,$$

$$m(101xz) = m(210xz) = x \wedge z, \quad m(111x) = m(211x) = \int_0^x \bar{F}(t) \bar{G}(t) dt, \quad (7)$$

$$m(311x_1x_2) = \int_0^{x_1 \wedge x_2} \bar{G}(t) dt$$

Разобьем пространство состояний  $E$  на следующие три подмножества:

$E_0 = \{100z, 200z\}$  – все приборы свободны;

$E_1 = \{10, 01, 101xz, 210xz\}$  – один прибор занят обслуживанием;

$E_2 = \{111x, 211x, 311x_2x_2\}$  – два прибора заняты обслуживанием;

$$E = \bigcup_{i=0}^2 E_i, \quad E_i \cap E_j \neq \emptyset, \quad i \neq j.$$

Введем переходные вероятности полумарковского процесса (ПМП)  $\xi(t)$ :

$$\Phi(t, e, E_i) = P\{\xi(t) \in E_i \mid \xi(0) = e\}, \quad e \in E, \quad i = \overline{0,2}$$

и пусть

$$P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t, e, E_i) \quad - \text{финальные вероятности } i = \overline{0,2}.$$

Покажем, что финальные вероятности СМО  $GI/G/2/0$  определяются следующими формулами:

$$P_2 = \frac{1}{C} \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(t) dt,$$

$$P_1 = \frac{1}{C} \left( \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{G}(t) dt + \int_0^{\infty} f(y) dy \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(x+y) \bar{V}_g(y, x) dx + \int_0^{\infty} \varphi(y) dy \int_0^{\infty} \bar{F}(x+y) \bar{V}_g(y, x) dx \right),$$

$$P_0 = \frac{1}{C} \left( \int_0^{\infty} \bar{G}(t) F(t) dt + \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(y) \bar{F}(y) dM\beta_y - \int_0^{\infty} f(y) dy \int_0^{\infty} \bar{V}_g(y, z) \bar{\Phi}(z+y) dz - \int_0^{\infty} \varphi(y) dy \int_0^{\infty} \bar{V}_g(y, z) \bar{F}(z+y) dz \right), \quad (8)$$

$$C = M\beta \left( 1 + \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(x) \bar{F}(x) d\hat{H}_g(x) \right), \quad \hat{H}_g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} G^{*(n)}(x),$$

$$\varphi(x) = \int_0^{\infty} f(x+y) \tilde{h}(y) dy + \int_0^{\infty} \pi(x, y) dy \int_0^{\infty} f(y+t) \tilde{h}(t) dt,$$

$$\bar{\Phi}(x) = \int_x^{\infty} \varphi(t) dt = \int_0^{\infty} \bar{F}(x+y) \tilde{h}(y) dy + \int_0^{\infty} \tilde{h}(t) dt \int_0^{\infty} \bar{\Pi}(x, y) f(y+t) dy,$$

$$\bar{\Pi}(x, y) = \int_x^{\infty} \pi(t, y) dt,$$

$M\beta_y$  – математическое ожидание прямого остаточного времени  $\beta_y$ .

Доказательство. Как известно [5], имеют место равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t, e, E_i) = \frac{\int_{E_i} m(e) \rho(de)}{\int_E m(e) \rho(de)}, \quad i = \overline{0, 2}, \quad (9)$$

где  $m(e)$  - среднее время пребывания ПМП  $\xi(t)$  в состоянии  $e \in E$ ,

$\rho(de)$  - стационарное распределение ВЦМ  $\{\xi_n; n \geq 0\}$ .

Вычислим интегралы, входящие в правые части равенств (9). Используя (6), (7), получаем:

$$\begin{aligned} \int_{E_2} m(e) \rho(de) &= \rho_0 \left( \int_0^\infty \varphi(x) dx \int_0^x \overline{F}(t) \overline{G}(t) dt + \int_0^\infty \varphi(x) dx \int_0^x \overline{F}(t) \overline{G}(t) dt + \right. \\ &+ \int_0^\infty dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int_0^{x_2} \overline{G}(t) dt \int_0^\infty \varphi(x_2 + z) f(x_1 + z) h_g(z) dz + \\ &+ \int_0^\infty dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int_0^{x_2} \overline{G}(t) dt \int_0^\infty \varphi(x_1 + z) f(x_2 + z) h_g(z) dz + \\ &+ \int_0^\infty dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int_0^{x_2} \overline{G}(t) dt \int_0^\infty \varphi(x_2 + z) f(x_1 + z) h_g(z) dz + \\ &\left. + \int_0^\infty dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int_0^{x_2} \overline{G}(t) dt \int_0^\infty \varphi(x_1 + z) f(x_2 + z) h_g(z) dz \right) = 2 \int_0^\infty \overline{F}(t) \overline{\Phi}(t) dt, \\ \overline{\Phi}(t) &= \int_t^\infty \varphi(x) dx \end{aligned}$$

В преобразованиях использовалась формула:

$$\int_0^x \overline{G}(t) h_g(x-t) dt = G(x)$$

$$\begin{aligned}
\int_{E_1} m(e)\rho(de) &= \rho_0 \left( 2 \int_0^\infty \bar{F}(t)\bar{G}(t)dt + \int_0^\infty dx \int_0^x dz \int_0^\infty \varphi(x+y)f(y)v_g(y,z)dy + \right. \\
&+ \int_0^\infty dx \int_0^x dz \int_0^\infty \varphi(y)f(x+y)v_g(y,z)dy + \\
&+ \left. \int_0^\infty xdx \int_0^\infty dz \int_0^\infty \varphi(x+y)f(y)v_g(y,z)dy + \int_0^\infty xdx \int_0^\infty dz \int_0^\infty \varphi(y)f(x+y)v_g(y,z)dy \right) = \\
&= 2\rho_0 \left( \int_0^\infty \bar{F}(t)\bar{G}(t)dt + \int_0^\infty f(y)dy \int_0^\infty \bar{\Phi}(x+y)\bar{V}_g(y,x)dx + \int_0^\infty \varphi(y)dy \int_0^\infty \bar{F}(x+y)\bar{V}_g(y,x)dx \right),
\end{aligned}$$

$\bar{V}_g(y,x) = 1 - V_g(y,x)$ ,  $V_g(y,x)$  – функция распределения прямого остаточного времени.

$$\begin{aligned}
\int_{E_0} m(e)\rho(de) &= 2\rho_0 \left( \int_0^\infty dz \int_0^\infty \bar{G}(z+m)f(m)dm + \int_0^\infty dz \int_0^\infty f(y)dy \int_0^\infty \varphi(m+y)\bar{V}_g(y,z+m)dm + \right. \\
&+ \left. \int_0^\infty dz \int_0^\infty \varphi(y)dy \int_0^\infty f(m+y)\bar{V}_g(y,z+m)dm \right) = \\
&= 2\rho_0 \left( \int_0^\infty \bar{G}(m)F(m)dm + \int_0^\infty M\beta_y \bar{\Phi}(y)f(y)dy - \int_0^\infty f(y)dy \int_0^\infty \bar{V}_g(y,z)\bar{\Phi}(z+y)dz + \right. \\
&\quad \left. + \int_0^\infty M\beta_y \bar{F}(y)\varphi(y)dy - \int_0^\infty \varphi(y)dy \int_0^\infty \bar{V}_g(y,z)\bar{F}(z+y)dz \right) = \\
&= 2\rho_0 \left( \int_0^\infty \bar{G}(m)F(m)dm + \int_0^\infty \bar{\Phi}(y)\bar{F}(y)dM\beta_y - \int_0^\infty f(y)dy \int_0^\infty \bar{V}_g(y,z)\bar{\Phi}(z+y)dz - \right. \\
&\quad \left. - \int_0^\infty \varphi(y)dy \int_0^\infty \bar{V}_g(y,z)\bar{F}(z+y)dz \right), \tag{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_E m(e)\rho(de) &= \int_{E_2} m(e)\rho(de) + \int_{E_1} m(e)\rho(de) + \int_{E_0} m(e)\rho(de) = \\
&= 2\rho_0 M\beta \left( 1 + \int_0^\infty \bar{\Phi}(x)\bar{F}(x)d\hat{H}_g(x) \right), \quad \hat{H}_g(x) = \sum_{n=0}^\infty G^{*(n)}(x). \tag{11}
\end{aligned}$$

Подставляя найденные выражения в формулы (9), получаем формулы(8).

Важной характеристикой рассматриваемой СМО являются средние стационарные времена  $T(E_i)$  пребывания системы в выделенных подмножествах состояний  $E_i, i = \overline{0,2}$ . Для их определения воспользуемся формулами [5]:

$$T(E_i) = \frac{\int m(e)\rho(de)}{\int_{E \setminus E_i} P(e, E_i)\rho(de)}, \quad i = \overline{0,2}. \quad (12)$$

Найдем значения выражений в знаменателях формул (12).

$$\int_{E \setminus E_2} \rho(de)P(e, E_2) = 2\rho_0 \left( \int_0^\infty dx \int_0^\infty g(t)f(x+t)dt + \int_0^\infty dz \int_z^\infty dx \int_0^\infty \varphi(x+y)f(y)v_g(y, z)dy + \int_0^\infty dz \int_z^\infty dx \int_0^\infty \varphi(y)f(x+y)v_g(y, z)dy \right) = 2\rho_0 \overline{\Phi}(0). \quad (13)$$

В преобразованиях использовалась следующая формула:

$$\int_0^\infty \overline{G}(t)f(t)dt + \int_0^\infty f(y)dy \int_0^\infty \varphi(x+y)\overline{V}_g(y, x)dx + \int_0^\infty \varphi(y)dy \int_0^\infty f(x+y)\overline{V}_g(y, x)dx = 1. \quad (14)$$

$$\int_{E \setminus E_1} \rho(de)P(e, E_1) = 2\rho_0 \left( \int_0^\infty dz \int_0^\infty f(m)g(z+m)dm + \int_0^\infty dz \int_0^\infty dm \int_0^\infty \varphi(m+y)f(y)v_g(y, z+m)dy + \int_0^\infty \overline{F}(x)\overline{G}(x)\varphi(x)dx + \int_0^\infty \varphi(x)dx \int_0^x \overline{G}(y)f(y)dy + \int_0^\infty \overline{G}(x_1)dx_1 \int_{x_1}^\infty dx_2 \int_0^\infty \varphi(x_2+t)f(x_1+t)h_g(t)dt + \int_0^\infty \overline{G}(x_1)dx_1 \int_{x_1}^\infty dx_2 \int_0^\infty \varphi(x_1+t)f(x_2+t)h_g(t)dt + \int_0^\infty dx_1 \int_0^{x_1} \overline{G}(x_2)dx_2 \int_0^\infty \varphi(x_2+t)f(x_1+t)h_g(t)dt + \int_0^\infty dx_1 \int_0^{x_1} \overline{G}(x_2)dx_2 \int_0^\infty \varphi(x_1+t)f(x_2+t)h_g(t)dt \right) = 2\rho_0(1 + \overline{\Phi}(0)), \quad (15)$$

$$\int_{E \setminus E_0} \rho(de)P(e, E_0) = 2\rho_0 \left( \int_0^\infty dz \int_0^\infty f(t)g(z+t)dt + \int_0^\infty dz \int_0^z dx \int_0^\infty \varphi(x+y)f(y)v_g(y, z)dy + \int_0^\infty dz \int_0^z dx \int_0^\infty \varphi(y)f(x+y)v_g(y, z)dy \right) = 2\rho_0. \quad (16)$$

При выводе равенств (15), (16) так же использовалась формула (14).

Подставив в формулы (12) найденные значения выражений, получаем:

$$T(E_2) = \frac{\int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(t) dt}{\bar{\Phi}(0)}, \quad (17)$$

$$T(E_1) = \frac{\int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{G}(t) dt + \int_0^{\infty} f(y) dy \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(x+y) \bar{V}_g(y, x) dx + \int_0^{\infty} \varphi(y) dy \int_0^{\infty} \bar{F}(x+y) \bar{V}_g(y, x) dx}{1 + \bar{\Phi}(0)},$$

$$T(E_0) = \int_0^{\infty} \bar{G}(y) F(y) dy + \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(y) \bar{F}(y) dM\beta_y - \int_0^{\infty} f(y) dy \int_0^{\infty} \bar{V}_g(y, z) \bar{\Phi}(z+y) dz - \int_0^{\infty} \varphi(y) dy \int_0^{\infty} \bar{V}_g(y, z) \bar{F}(z+y) dz.$$

Используя полученные формулы, найдем стационарные характеристики СМО  $M / M / 2 / 0$ . В этом случае

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad g(t) = \mu e^{-\mu t}, \quad h_g(t) = \mu, \quad v_g(t, x) = \mu e^{-\mu x},$$

$$\tilde{\gamma}(y) = \frac{\lambda \mu}{\mu - \lambda} (e^{-\lambda y} - e^{-\mu y}), \quad \beta(x, t) = \frac{\lambda \mu}{\lambda + \mu} e^{\lambda - (x+t)},$$

$$h(y) = \frac{\lambda \mu}{\lambda + \mu} (1 - e^{-(\lambda + \mu)y}), \quad \tilde{h}(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\lambda + \mu e^{-(\lambda + \mu)t}),$$

$$\gamma(x, t) = \frac{2\lambda \mu}{2\lambda + \mu} e^{-\lambda(x+t)}, \quad \pi(x, y) = \mu e^{-\lambda(x+y)}, \quad \varphi(x) = \mu e^{-\lambda x},$$

$$\bar{\Phi}(x) = \frac{\mu}{\lambda} e^{-\lambda x}, \quad \bar{\Pi}(x, y) = \frac{\mu}{\lambda} e^{-\lambda(x+y)}.$$

Получаем:

$$P_0 = \frac{2\lambda^2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}, \quad P_1 = \frac{2\lambda\mu}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}, \quad P_2 = \frac{\mu^2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2},$$

$$T(E_0) = \frac{1}{\mu}, \quad T(E_1) = \frac{1}{\lambda + \mu}, \quad T(E_2) = \frac{1}{2\lambda}.$$

Используя построенную полумарковскую модель, можно найти другие стационарные характеристики, рассматриваемой СМО.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. /Л. Клейнрок. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
2. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания. / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко – М.: Наука, 1987. – 336 с.
3. Ивченко Г.И. Теория массового обслуживания. / Г.И. Ивченко, В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко – М.: Высш. шк., 1982. – 256 с.
4. Корлат А.Н. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания. / А.Н. Корлат, В.Н. Кузнецов, М.И. Новиков, А.Ф. Турбин – Кишинев: Штиинца, 1991. – 209 с.
5. Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем./ В.С. Королюк, А.Ф. Турбин – Киев: Наук. думка, 1982. – 236 с.
6. Канторович Л.В. Функциональный анализ./ Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. – М.: Наука, 1977. – 744 с.

УДК 681.511.46

**Е.А. Байздренко**, ассистент,

**А.Е. Безуглая**, канд.техн.наук, доцент

**Е.А. Шушляпин**, д-р.техн.наук, профессор

Севастопольский государственный университет

299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33

e-mail: bu6@bk.ru

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ЗАМЕНЫ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕННЫХ ФУНКЦИЙ РЕЛЕЙНЫМИ ФУНКЦИЯМИ**

Одним из способов представления математических моделей динамических систем широкого класса, функционирующих на конечных интервалах времени, являются так называемые «переменные конечно-го состояния» [1], представляющие собой конечные состояния неуправляемой системы, возбужденной в некоторый момент времени  $t$  начальным состоянием  $x(t)$ . Переменными конечно-го состояния (ПКС)  $\bar{x}(t_f, t, x(t))$  мы называем функцию двух временных (конечного вре-

мени  $t_f$  и начального времени  $t$ ) и пространственного аргумента  $x(t)$  – состояния системы в момент  $t$ . Очевидно, что такие функции могут быть построены практически для любой динамической системы, зависящей от одного независимого аргумента. Математические модели в виде ПКС представляют собой реализацию функционального подхода к описанию систем, альтернативного известным рядам Вольтерра. На основе ПКС разработан метод терминального управления нелинейными системами – метод конечно-го состояния (МКС), – для дифференциальных (обыкновенных и с запаздываниями), конечно-разностных и смешанных систем, систем с описаниями в виде алгоритмов [1, 2]. Разработаны и методы идентификации ПКС по данным натуральных и компьютерных экспериментов для дифференциальных систем [3, 4]. При этом использовались приближенные решения нелинейных дифференциальных уравнений на основе полиномиальных и других аппроксимаций правых частей дифференциальных уравнений для ПКС как функций времени. Успех применения разработанных методов идентификации зависит от характера переходных процессов объекта. В частности, при сильной кривизне указанных процессов предложенные методы неэффективны из-за необходимости учета большого количества членов разложений. В таких случаях идентификация ПКС

может производиться с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС). Таким сложным объектом оказался электродвигатель постоянного тока (ДПТ) с независимым возбуждением. Так, для его идентификации оказалась пригодной двухслойная ИНС с шестнадцатью нейронами, для определения коэффициентов которой потребовалось 20000 компьютерных экспериментов [5]. Ясно, что такой объем экспериментов можно производить над моделью, но не над реальным объектом. С целью большей наглядности дальнейшие рассуждения будем производить на примере указанного выше ДПТ, математическая модель которого имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{di_A}{dt} &= A_{11}i_A + A_{12}i_B\omega + B_{11}u_A \\ \frac{di_B}{dt} &= A_{21}i_B + B_{22}u_B; \\ \frac{d\omega}{dt} &= A_{31}\omega + A_{32}i_Ai_B, \\ t \in [t_0, t_f], i_A(t_0) &= i_A^0, i_B(t_0) = i_B^0, \omega(t_0) = \omega^0, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} A_{11} &= -\frac{r_A}{L_A}, A_{12} = -\frac{k_1}{L_A}, B_{11} = \frac{1}{L_A}, \\ A_{21} &= -\frac{r_B}{L_B}, B_{22} = \frac{1}{L_B}, \\ A_{31} &= -\frac{k_M}{J_M}, A_{32} = \frac{k_2}{J_M}, \end{aligned}$$

$i_A, i_B$  - токи якоря и возбуждения двигателя;  $\omega$  - скорость двигателя;  $u_A, u_B$  - напряжения на обмотках якоря и возбуждения, ограниченные по модулю 400 В;  $r_A = 0,7$  Ом,  $r_B = 60$  Ом,  $L_A = 0,6$  Гн,  $L_B = 15$  Гн - сопротивления и индуктивности обмоток якоря и возбуждения;  $k_1 = 0,37$ ,  $k_2 = 0,8$  - электрическая и механическая постоянные;  $k_M = 0,7$  - коэффициент пропорциональности момента нагрузки и скорости;  $J_M = 3$  - момент инерции, приведенный к валу двигателя. В

случае разгона начальные условия нулевые, а желаемые значения переменных, определяемых из (1) при нулевых левых частях и номинальных постоянных значениях напряжений  $u_A = U_{ANOM} = 110$  В,  $u_B = U_{BNOM} = 110$  В, равны:  $i_A^* = 52$  А,  $i_B^* = 1,83$  А,  $\omega^* = 108$  с<sup>-1</sup>.

Уравнения для переменных конечного состояния (ПКС) получаются из (1) обнулением управляющих воздействий и заменой переменных состояния

$$x(t) = colon(i_A(t), i_B(t), \omega(t))$$

соответствующими ПКС

$$\bar{x}(\vartheta, t, x(t)) = colon(\bar{i}_A(\vartheta, t, x(t)), \bar{i}_B(\vartheta, t, x(t)), \bar{\omega}(\vartheta, t, x(t))),$$

каждая из которых зависит от трех аргументов – времени наблюдения  $\vartheta$ , начального времени  $t$  и начального состояния  $x(t)$ .

Уравнения для ПКС как функций первого аргумента имеют вид:

$$\frac{d\bar{i}_A}{d\vartheta} = A_{11}\bar{i}_A + A_{12}\bar{i}_B\bar{\omega},$$

$$\frac{d\bar{i}_B}{d\vartheta} = A_{21}\bar{i}_B,$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{d\vartheta} = A_{31}\bar{\omega} + A_{32}\bar{i}_A\bar{i}_B,$$

$$\vartheta \in [t_0, t_f],$$

$$\bar{i}_A(t_0, t_0, x(t_0)) = i_A(t_0),$$

$$\bar{i}_B(t_0, t_0, x(t_0)) = i_B(t_0),$$

$$\bar{\omega}(t_0, t_0, x(t_0)) = \omega(t_0).$$

(2)

Далее приведем соображения, на которых основана идея идентификации ПКС.

Запишем выражения для ПКС при  $\vartheta = t_f$  через определенные интегралы:

$$\bar{i}_A(t_f, t, x(t)) = \bar{i}_A(t, t, x(t)) + \int_t^{t_f} (A_{11}\bar{i}_A(\vartheta, t, x(t)) + A_{12}\bar{i}_B(\vartheta, t, x(t))\bar{\omega}(\vartheta, t, x(t)))d\vartheta$$

,

$$\begin{aligned}\bar{i}_B(t_f, t, x(t)) &= \bar{i}_B(t, t, x(t)) + \int_t^{t_f} (A_{21} \bar{i}_B(\vartheta, t, x(t))) d\vartheta \\ \bar{\omega}(t_f, t, x(t)) &= \bar{\omega}(t, t, x(t)) + \int_t^{t_f} (A_{31} \bar{\omega}(\vartheta, t, x(t)) + A_{32} \bar{i}_A(\vartheta, t, x(t)) \bar{i}_B(\vartheta, t, x(t))) d\vartheta\end{aligned}$$

В силу свойства ПКС  $\bar{x}(t, t, x(t)) = x(t)$  последние выражения заменим на следующие:

$$\bar{i}_A(t_f, t, x(t)) = i_A(t) + \int_t^{t_f} (A_{11} \bar{i}_A(\vartheta, t, x(t)) + A_{12} \bar{i}_B(\vartheta, t, x(t)) \bar{\omega}(\vartheta, t, x(t))) d\vartheta \quad (3)$$

$$\bar{\omega}(t_f, t, x(t)) = \omega(t) + \int_t^{t_f} (A_{31} \bar{\omega}(\vartheta, t, x(t)) + A_{32} \bar{i}_A(\vartheta, t, x(t)) \bar{i}_B(\vartheta, t, x(t))) d\vartheta$$

Обозначим подынтегральные функции соответственно  $\xi^1(\vartheta)$ ,  $\xi^2(\vartheta)$ ,  $\xi^3(\vartheta)$ , относительно которых предположим, что они ограничены в пределах  $\xi_-^i$ ,  $\xi_+^i$ ,  $i = 1, 2, 3$  и достаточно точно аппроксимируются полиномами степеней  $m_1 - 1$ ,  $m_2 - 1$ ,  $m_3 - 1$  соответственно. Здесь верхние индексы обозначают номера функций, а не показатели степеней.

Тогда вместо (3) получаем систему:

$$\begin{aligned}\bar{i}_A(t_f, t, x(t)) &= i_A(t) + \int_t^{t_f} \xi^1(\vartheta) d\vartheta \quad \bar{i}_B(t_f, t, x(t)) = i_B(t) + \int_t^{t_f} \xi^2(\vartheta) d\vartheta \\ \bar{\omega}(t_f, t, x(t)) &= \omega(t) + \int_t^{t_f} \xi^3(\vartheta) d\vartheta\end{aligned} \quad (4)$$

Согласно результатам [6], функции  $\xi^i(\vartheta)$  могут быть заменены релейными вида

$$\xi^i(\vartheta) = \begin{cases} \xi_+^i \text{ при } \vartheta \in [\vartheta_j^i, \vartheta_{j+1}^i] \\ \xi_-^i \text{ при } \vartheta \notin (\vartheta_j^i, \vartheta_{j+1}^i) \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, m_i - 1 \quad (5)$$

где моменты переключений с уровня на уровень определяются системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vartheta_2^i - \vartheta_1^i + \vartheta_4^i - \vartheta_3^i + \dots + \vartheta_{m_i}^i - \vartheta_{m_i-1}^i = \bar{k}_1^i, \\ (\vartheta_2^i)^2 - (\vartheta_1^i)^2 + (\vartheta_4^i)^2 - (\vartheta_3^i)^2 + \dots + (\vartheta_{m_i}^i)^2 - (\vartheta_{m_i-1}^i)^2 = 2\bar{k}_2^i \\ \dots \\ (\vartheta_2^i)^{m_i} - (\vartheta_1^i)^{m_i} + (\vartheta_4^i)^{m_i} - (\vartheta_3^i)^{m_i} + \dots + (\vartheta_{m_i}^i)^{m_i} - (\vartheta_{m_i-1}^i)^{m_i} = m_i \bar{k}_{m_i}^i \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\bar{k}_{j+1}^i = \int_t^{t_f} \vartheta^j \bar{\xi}^i(\vartheta) d\vartheta, \quad j=0,1,\dots,m_i-1 \quad (7)$$

В приведенной системе числа над круглыми скобками, а также индекс  $j$  при  $\vartheta$  в определении  $\bar{k}_{j+1}^i$  означают показатели степеней. Функции  $\bar{\xi}^i$  являются нормированными в пределах от нуля до единицы функциями, связанными с  $\xi^i$  зависимостью:

$$\bar{\xi}^i = \frac{\xi_+^i - \xi_-^i}{\xi_+^i - \xi_-^i} \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), получаем следующие выражения для  $\bar{k}_{j+1}^i$ , определяемые через

$$k_{j+1}^i = \int_t^{t_f} \vartheta^j \xi^i(\vartheta) d\vartheta, \quad j=0,1,\dots,m_i \quad (9)$$

$$\bar{k}_{j+1}^i = \frac{k_{j+1}^i - \xi_-^i \cdot \left( \frac{t_f^{j+1}}{j+1} - \frac{t^{j+1}}{j+1} \right)}{\xi_+^i - \xi_-^i}, \quad j=0,1,\dots,m_i-1 \quad (10)$$

Смысл этой замены в том, что при идентификации ПКС по компьютерной модели (1) вычисление интегралов (9) целесообразно производить одновременно с интегрированием модели (1), где правые части (1), т.е. функции  $\xi^i$ , не нормированы. При идентификации по натурной модели необходимо регистрировать в каждом эксперименте зависимости производных координат системы от времени, также в

ненормированном виде. После того, как  $k_{j+1}^i$  определены, искомые  $\bar{k}_{j+1}^i$  вычисляются по выражению (10).

Особенностью системы (6) является то, что ее решение, т.е. значения  $\vartheta_j^i$ , зависят от значений интегралов (6), а не от конкретных значений параметров модели (1).

Подставляя (5) с решениями (6) в (4) с учетом  $\bar{x}(t_f, t, x(t)) = \text{colon}(\bar{i}_A(t_f, t, x(t)), \bar{i}_B(t_f, t, x(t)), \bar{\omega}(t_f, t, x(t)))$ , получаем следующие соотношения для ПКС:

$$\begin{aligned} \bar{x}_i(t_f, t, x(t)) = & x_i(t) + \int_t^{\vartheta_1^i} \xi_-^i d\vartheta + \int_{\vartheta_1^i}^{\vartheta_2^i} \xi_+^i d\vartheta + \int_{\vartheta_2^i}^{\vartheta_3^i} \xi_-^i d\vartheta + \\ & + \int_{\vartheta_3^i}^{\vartheta_4^i} \xi_+^i d\vartheta + \dots + \int_{\vartheta_{m_i-2}^i}^{\vartheta_{m_i-1}^i} \xi_-^i d\vartheta + \int_{\vartheta_{m_i-1}^i}^{\vartheta_{m_i}^i} \xi_+^i d\vartheta + \int_{\vartheta_{m_i}^i}^{t_f} \xi_-^i d\vartheta, \quad i=1,2,3. \end{aligned} \quad (11)$$

Поскольку нижние и верхние уровни  $\xi_-^i, \xi_+^i$  от  $\vartheta$  не зависят, имеем следующее выражение для ПКС, которое может быть положено в основу метода идентификации:

$$\begin{aligned} \bar{x}_i(t_f, t, x(t)) = & x_i(t) + \xi_-^i(\vartheta_1^i - t) + \xi_+^i(\vartheta_2^i - \vartheta_1^i) + \xi_-^i(\vartheta_3^i - \vartheta_2^i) + \\ & + \xi_+^i(\vartheta_4^i - \vartheta_3^i) + \dots + \xi_-^i(\vartheta_{m_i-1}^i - \vartheta_{m_i-2}^i) + \xi_+^i(\vartheta_{m_i}^i - \vartheta_{m_i-1}^i) + \xi_-^i(t_f - \vartheta_{m_i}^i), \quad i=1,2,3. \end{aligned} \quad (12)$$

На основе (9) может быть предложена следующая схема идентификации ПКС.

1. Фиксируется начальное время  $t=t_0$  и состояние  $x(t_0)$ .
2. Интегрируется система (2) с одновременным накоплением интегральных сумм для вычисления интегралов (7).

3. Определяются из системы (6) моменты  $\vartheta_j^i$ .

4. Выбирается новое время  $t=t_1$  и состояние  $x(t_1)$  и вновь повторяются пункты 2 – 4 до тех пор, пока не будет накоплен достаточный объем выборок для аппроксимации  $\vartheta_j^i$  как функций конечного времени  $t_f$ , текущего времени  $t$  и текущих состояний  $x(t)$ . При этом для идентификации ДПТ по натурным экспериментам начальные условия

в моменты  $t$  не могут быть произвольными, что связано с особенностями динамики ДПТ. Для получения таких начальных условий можно разгонять ДПТ в течение некоторого времени под воздействием некоторого, произвольно выбираемого, управляющего напряжения. Главное при этом – максимально разнообразить условия предварительного разгона с тем, чтобы  $t$  и  $x(t)$  также были разными. При идентификации ПКС по модели (2) начальные условия можно выбирать произвольно в назначенных пределах (например, случайным образом).

Таким образом, имеем в качестве идентифицированной модели ПКС выражение (12), где функциональные зависимости  $\vartheta_j^i = \vartheta_j^i(t_f, t, x(t))$  строятся на основе указанных выше выборок. Данный подход, как представляется, имеет преимущество перед ранее рассмотренным подходом [3] в том, что здесь фиксируются не конечные состояния системы (2), а моменты  $\vartheta_j^i$ . Поскольку конечные состояния изменяются в широких пределах, их последующая аппроксимация сложнее, чем аппроксимация моментов  $\vartheta_j^i$ , изменяющихся в фиксированных пределах  $[t_0, t_f]$ . Интервалы изменения  $\vartheta_j^i$  можно сузить еще больше, заменив построение одной модели совокупностью моделей для разных значений  $t_f$  и  $t$ . Для ДПТ, в силу стационарности его модели, два временных аргумента можно заменить одним – разностью  $(t_f - t)$ , еще сократив количество идентифицируемых параметров на единицу. При указанных предположениях можно задаться линейными по параметрам и переменным регрессионными моделями ДПТ вида:

$$\vartheta_j^{ik}(t_f, t_r, x(t_r)) = a_j^{ir} + b_j^{ir} x_1(t_r) + c_j^{ir} x_2(t_r) + d_j^{ir} x_3(t_r), \quad (13)$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, R, \quad t_r < t_f.$$

для определения четырех коэффициентов которых необходимо не менее четырех экспериментов (реально – чем больше, тем лучше). Заметим, что получение информации для  $R$  моделей производится в ходе одного эксперимента. В самом деле, в одном эксперименте определяются значения  $\vartheta_j^{ir}$  для всех значений индексов  $i, j, r$  по следующим причинам. Индекс  $i$  соответствует разным координатам, значения ко-

торых регистрируются в каждом эксперименте одновременно. Индекс  $j$  соответствует номеру момента переключения, которые определяются в процессе решения уравнений (6), (7) для каждого моментам  $t_r$  (в уравнениях индекс  $r$  не показан). И, наконец, роль индекса  $r$  проявляется в значениях правых частей системы уравнений для моментов переключений, которые для рассматриваемого случая определяются, вместо (7), выражениями:

$$\bar{k}_{j+1}^{ir} = \int_{t_k}^{t_f} \vartheta^j \bar{\xi}^i(\vartheta) d\vartheta, \quad j = 0, 1, \dots, m_{ir} - 1, \quad (14)$$

а система (6) заменяется системой

$$\begin{aligned} \vartheta_2^{ir} - \vartheta_1^{ir} + \vartheta_4^{ir} - \vartheta_3^{ir} + \dots + \vartheta_{m_{ik}}^{ir} - \vartheta_{m_{ik}-1}^{ir} &= \bar{k}_1^{ir}, \\ (\vartheta_2^{ir})^2 - (\vartheta_1^{ir})^2 + (\vartheta_4^{ir})^2 - (\vartheta_3^{ir})^2 + \dots + (\vartheta_{m_{ir}}^{ir})^2 - (\vartheta_{m_{ik}-1}^{ir})^2 &= 2\bar{k}_2^{ir} \\ &\dots \\ (\vartheta_2^{ir})^{m_{ir}} - (\vartheta_1^{ir})^{m_{ir}} + (\vartheta_4^{ir})^{m_{ir}} - (\vartheta_3^{ir})^{m_{ir}} + \dots + (\vartheta_{m_{ir}}^{ir})^{m_{ir}} - (\vartheta_{m_{ir}-1}^{ir})^{m_{ik}} &= m_{ir} \bar{k}_{m_{ir}}^{ir}. \end{aligned} \quad (15)$$

В (14), (15) учтено также, что с уменьшением интервала времени, на котором моделируется неуправляемая система (2), могут изменяться (в сторону уменьшения) и степени аппроксимирующих полиномов, поэтому указанные степени также получили зависимость от индекса  $r$ , т.е.  $m_{ir}$  вместо  $m_i$ .

Возвращаясь к обоснованию того, что для построения  $R$  моделей достаточно того же объема экспериментов, что и для построения одной модели, заметим, что роль индекса  $r$  проявляется в интегралах (14), которые могут быть рассчитаны для всех  $r$  в ходе одного эксперимента над объектом путем фиксации интегральных сумм для разных значений  $t_r$ .

Для проверки предположения о возможности использования линейной по переменным регрессионной модели (13) разработана соответствующая Matcad-программа. Соответствующие результаты для первой координаты модели ДПТ (1) и уравнений для ПКС (2) при  $t_0 = 0$ ,  $t_f = 1$  приведены ниже.

Прежде всего, оказалось, что  $\xi^1$  хорошо аппроксимируются при разных начальных условиях полиномами пятой степени, т.е.  $m_{10} = 5$ . Таким образом, для эквивалентной по конечному состоянию замены функции  $\xi^1$  релейной функцией достаточно шести переключений. При этом конечные состояния, полученные с помощью численного интег-

рирования (2), а также по выражению (11) при  $\xi_+^1 = 100$ ,  $\xi_-^1 = -700$  для разных сочетаний начальных условий, совпали с точностью до трех знаков после запятой. По результатам 32 экспериментов над математической моделью (2) получены следующие шесть регрессионных моделей для моментов переключений:

$$\begin{aligned} \vartheta_1^{10} &= -0,051 + 0,0003414 \cdot x_1(0) + 0,007589 \cdot x_2(0) + 0,0004878 \cdot x_3(0), \\ \vartheta_2^{10} &= 0,191 + 0,0001611 \cdot x_1(0) + 0,0009216 \cdot x_2(0) + 0,00008181 \cdot x_3(0), \\ \vartheta_3^{10} &= 0,245 + 0,0005271 \cdot x_1(0) + 0,00326 \cdot x_2(0) + 0,0001524 \cdot x_3(0), \\ \vartheta_4^{10} &= 0,644 + 0,00009499 \cdot x_1(0) + 0,002498 \cdot x_2(0) + 0,0001843 \cdot x_3(0), \\ \vartheta_5^{10} &= 0,715 + 0,0002688 \cdot x_1(0) + 0,0006382 \cdot x_2(0) + 0,00002474 \cdot x_3(0), \\ \vartheta_6^{10} &= 0,984 - 0,00001935 \cdot x_1(0) + 0,0004897 \cdot x_2(0) + 0,00004443 \cdot x_3(0). \end{aligned} \quad (16)$$

Полученные при использовании регрессионных моделей сравнительные значения отклика  $x_1(1)$ , полученные численным интегрированием (2) и по выражению (11) для некоторых сочетаний значений начальных условий, приведены в таблице 1. При этом значения начальных условий в экспериментах формировались случайно по равномерному закону распределения в пределах: для  $x_1(0)$  – от 0 до 150; для  $x_2(0)$  – от 0 до 10; для  $x_3(0)$  – от 0 до 150.

Таблица 1 – Сравнительные результаты

| № эксп.          | 1      | 5       | 9       | 13    | 17     | 21      | 25      | 29      | 32     |
|------------------|--------|---------|---------|-------|--------|---------|---------|---------|--------|
| $x_1(0)$         | 0,19   | 1,338   | 129,333 | 72,74 | 77,568 | 67,742  | 28,998  | 123,426 | 13,712 |
| $x_2(0)$         | 1,933  | 5,317   | 7,797   | 7,437 | 7,515  | 4,575   | 8,622   | 0,089   | 1,662  |
| $x_3(0)$         | 87,751 | 90,265  | 149,619 | 21,24 | 25,349 | 128,219 | 67,618  | 131,395 | 69,311 |
| $x_1(1)$ по (2)  | -9,656 | -25,44  | -37,347 | 4,268 | 5,603  | 3,139   | -24,012 | 37,756  | -2,449 |
| $x_1(1)$ по (16) | -8,659 | -29,477 | -25,538 | -2,8  | -0,099 | 3,573   | -35,361 | 24,681  | 2,082  |

Полученные результаты свидетельствуют в пользу гипотезы о возможности использования линейных по параметрам и переменным регрессионных моделей для моментов переключений применительно к идентификации нелинейных систем в форме ПКС.

В заключение отметим, что предложенный подход к идентификации требует относительно небольшого количества экспериментов над объектом. В случае применения данного подхода к идентификации по данным натуральных экспериментов требуется в каждом экспери-

менте регистрировать начальные значения и производные переменных состояния (функции  $\xi^i$ ) как функции времени.

Работа выполнена при частичной поддержке Минобрнауки РФ в базовой части государственного задания.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Шушляпин Е.А. Управление нелинейными системами на основе прогноза конечного состояния неуправляемого движения / Е.А. Шушляпин. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2012. – 282с.

2. Семешина Т.И. Управление гибридными объектами на основе прогноза неуправляемого конечного состояния / Т.И. Семешина, Е.А. Шушляпин // 6-я Всероссийская мультikonференция по проблемам управления // Материалы 6-й Всероссийской мультikonференции. Т.2. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2013. – С.55-60с.

3. Шушляпин Е.А. Управление нелинейными дифференциальными системами на основе идентифицированных моделей конечного состояния / Е.А. Шушляпин, А.Е. Шушляпина // Труды III Международной конф. “Идентификация систем и задачи управления” SICPRO’04 ИПУ им. В.А.Трапезникова, Москва, 2004. – С.607-637.

4. Шушляпин Е.А. Управление нелинейными гибридными системами на основе идентифицированных моделей конечного состояния / Е.А. Шушляпин, Т.И. Тимофеева, А.Е. Безуглая // Труды XIV Международной конф. “Идентификация систем и задачи управления” SICPRO’15 ИПУ им. В.А.Трапезникова, Москва, 2015. – С.618-633.

5. Шушляпина А.Е. Ускоренный алгоритм терминального управления нелинейными системами методом конечного состояния на основе нейросетевой аппроксимации / А. Е. Шушляпина // Материалы XIV-й международной конференции по автоматическому управлению (Автоматика-2007), г. Севастополь, 10-14 сентября 2007 г. – Ч.1 – Севастополь: СНУЯЭиП, 2007. – С.60-62.

6. Байздренко Е.А. Построение эквивалентных релейных управлений для нелинейных систем / Е.А.Байздренко, Е.А.Шушляпин // Системні дослідження та інформаційні технології. – УНК «ИПСА» НТУУ «КПИ». – К.: УНК «ИПСА» НТУУ «КПИ», 2013. – №1/2013. – С.126-134.

УДК 004

**И. М. Гуревич**<sup>1</sup>

**К. С. Ткаченко**<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем информатики Российской академии наук (ИПИ  
РАН)

119333 Москва, ул. Вавилова, дом 44, корп. 2

e-mail: iggurevich@gmail.com

<sup>2</sup> Севастопольский национальный технический университет

299053, г. Севастополь, ул. Университетская 33

e-mail: kvt@sevgtu.sebastopol.ua

## **ОРГАНИЗАЦИЯ ДИСТАНЦИОННОГО АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАБОЧЕГО МЕСТА ДЛЯ РАСЧЕТА ИНФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

**Аннотация:** В данной работе рассматривается решение задачи проектирования, разработки и исследования программной системы, выполняющей функции дистанционного автоматизированного рабочего места для расчета информационных характеристик физических систем.

**Ключевые слова:** программная система, автоматизированное рабочее место, АРМ, дистанционная работа, информационные характеристики физических систем.

### **1 Введение**

Как можно понять из [1, ..., 5], решение задачи проектирования, разработки и исследования программной системы, выполняющей функции дистанционного автоматизированного рабочего места для расчета информационных характеристик физических систем, своевременно и актуально.

### **2 Краткие теоретические сведения**

В статье изложена возможная программная реализация методов и средств физической информатики [1-5].

### **3 Системный анализ программной системы**

В настоящее время при анализе и синтезе больших систем получил развитие системный подход, который отличается от классического подхода [6]. Последний рассматривает систему путем перехода от частного к общему и синтезирует систему путем слияния её компо-

нентов, разрабатываемых отдельно. В отличие от этого системный подход предполагает последовательный переход от общего к частному, когда в основе рассмотрения лежит цель, причем исследуемый объект выделяется из окружающей среды. В зависимости от цели исследования могут рассматриваться разные соотношения между самим объектом и внешней средой. Таким образом, в зависимости от уровня, на котором находится наблюдатель, объект исследования может выделяться по-разному, и могут иметь место различные взаимодействия этого объекта с внешней средой. Важным для системного подхода является определение структуры системы как совокупности связей между элементами системы, отражающих их взаимодействие. Структура системы может изучаться извне с точки зрения состава отдельных подсистем и отношений между ними, а также изнутри, когда анализируются отдельные свойства, позволяющие системе достигать заданной цели, т. е. когда изучаются функции системы. В соответствии с этим намечился ряд подходов к исследованию структуры системы и ее свойств, к которым следует прежде всего отнести структурный и функциональный. При структурном подходе выявляются состав выделенных элементов системы и связи между ними. Совокупность элементов и связей между ними позволяет судить о структуре системы. Структура в зависимости от цели исследования может быть описана на разных уровнях рассмотрения. Наиболее общее описание структуры — топологическое описание, позволяющее определить в самых общих понятиях составные части системы и хорошо формализуемое на базе теории графов. Менее общим является функциональное описание, когда рассматриваются отдельные функции, то есть алгоритмы поведения системы, и реализуется функциональный подход, оценивающий функции, которые выполняет система, причем под функцией понимается свойство, приводящее к достижению цели. Поскольку функция отражает свойство, а свойство отображает взаимодействие системы с внешней средой, то свойства могут быть выражены в виде либо некоторых характеристик элементов и подсистем системы, либо системы в целом. При наличии некоторого эталона сравнения можно ввести количественные и качественные характеристики систем. Для количественной характеристики вводятся числа, выражающие отношения между данной характеристикой и эталоном. Качественные характеристики системы находятся, например, с помощью метода экспертных оценок. Проявление функций системы во времени, то есть функционирование системы, означает переход системы из одного со-

стояния в другое. При эксплуатации системы весьма важно качество ее функционирования, определяемое показателем эффективности, являющееся значением критерия оценки эффективности. Существуют различные подходы к выбору критериев оценки эффективности. Система может оцениваться либо совокупностью частных критериев, либо некоторым общим интегральным критерием.

### **Формирование структуры проекта с использованием базовых принципов системного анализа**

При разработке модулей системы, определения функциональных задач решаемых в каждом модуле, декомпозиции системы на подсистемы и определения связей между ними можно воспользоваться принципами системного подхода.

#### **Принцип конечной цели**

В соответствии с данным принципом должна быть четко сформулирована конечная цель — назначение проектируемой системы. На основании четко сформулированного назначения можно выделить функции системы, входные и выходные данные системы.

Итак, конечной целью проектирования является создание программной системы, обеспечивающей возможность поддержки выполнения расчетов в области информационных характеристик физических систем.

#### **Перечень функций системы:**

- выполнение расчетов информационных характеристик атомов;
- выполнение расчетов информационных характеристик газов;
- выполнение расчетов информационных характеристик плазмы;
- выполнение расчетов информационных характеристик жидкостей;
- выполнение расчетов информационных характеристик твердых тел (кристаллов);
- выполнение расчетов информационных характеристик нейтронных звезд;
- выполнение расчетов информационных характеристик черных дыр;
- выполнение расчетов информационных характеристик оптимальные черные дыр;
- выполнение расчетов информационных характеристик Вселенной в целом;
- изменение текущих настроек и параметров для выполняемых расчетов;
- хранение параметров расчетов в оперативной памяти компьютера;
- обеспечение целостности и надежности хранимых данных;

- преобразование входной информации в выходную;
- отображение текущего состояния системы и выполняемых операций.

Входными данными для системы являются:

- число протонов;
- число нейтронов;
- масса газа;
- масса молекулы газа;
- информация в молекуле газа;
- объем газа;
- объем молекулы газа;
- масса плазмы;
- масса молекулы плазмы;
- информация в молекуле плазмы;
- объем плазмы;
- объем молекулы плазмы;
- масса жидкости;
- масса молекулы жидкости;
- информация молекулы жидкости;
- объем молекулы жидкости;
- масса твердого тела;
- масса молекулы кристалла;
- информация в молекуле кристалла;
- степень графа;
- масса нейтронной звезды;
- масса черной дыры;
- температура оптимальной черной дыры;
- запросы пользователя на выполнение конкретных функций системы.

Выходными данными системы являются:

- информация в атоме;
- информация в газе;
- информация в плазме;
- информация в жидкости;
- информация в твердом теле;
- информация в нейтронной звезде;
- информация в черной дыре;
- информация в оптимальной черной дыре;
- информация во Вселенной в целом;

— индикация состояния системы и выполняемых операций.

### **Принцип единства**

Используя данный принцип, в системе выделяются подсистемы, каждая из которых выполняет некоторые функции проектируемой системы. Совокупность этих подсистем выполняет все функции системы. Отдельные подсистемы имеет смысл выделять для решения семантически слабо зависимых и достаточно крупных подзадач.

На основании функций проектируемой системы, представленных выше, в ней можно выделить следующие подсистемы:

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик атомов;

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик газов;

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик плазмы;

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик жидкостей;

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик твердых тел (кристаллов);

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик нейтронных звезд;

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик черных дыр;

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик оптимальные черных дыр;

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик Вселенной в целом;

— подсистема пользовательского интерфейса;

— подсистема управления.

Совокупность подсистем и связь между ними схематично изображена на рисунке 3.1.

### **Принцип связности**

Исходя из данного принципа рассматриваются все части системы в совокупности с их связями. В итоге получают следующие подсистемы:

— подсистема выполнения расчетов информационных характеристик атомов;

- подсистема выполнения расчетов информационных характеристик газов;
- подсистема выполнения расчетов информационных характеристик плазмы;
- подсистема выполнения расчетов информационных характеристик жидкостей;
- подсистема выполнения расчетов информационных характеристик твердых тел (кристаллов);
- подсистема выполнения расчетов информационных характеристик нейтронных звезд;
- подсистема выполнения расчетов информационных характеристик черных дыр;
- подсистема выполнения расчетов информационных характеристик оптимальные черных дыр;
- подсистема выполнения расчетов информационных характеристик Вселенной в целом;
- подсистема пользовательского интерфейса;
- подсистема управления.

Итоговая взаимосвязь между подсистемами представлена на рисунке 3.1.



Рисунок 3.1 — Взаимосвязь между подсистемами

## **Принцип модульности**

С увеличением объема программы становится невозможным удерживать в человеческой памяти все детали. Естественным способом борьбы со сложностью любой задачи является ее разбиение на более простые и обозримые части.

Исходя из выбранной схемы организации разрабатываемой системы, рассматривается более подробно их функциональная нагрузка и модульная организация. Программное обеспечение должно выполнять следующие функциональные задачи:

- выполнение расчетов информационных характеристик атомов;
- выполнение расчетов информационных характеристик газов;
- выполнение расчетов информационных характеристик плазмы;
- выполнение расчетов информационных характеристик жидкостей;
- выполнение расчетов информационных характеристик твердых тел (кристаллов);
- выполнение расчетов информационных характеристик нейтронных звезд;
- выполнение расчетов информационных характеристик черных дыр;
- выполнение расчетов информационных характеристик оптимальных черных дыр;
- выполнение расчетов информационных характеристик Вселенной в целом;
- организация пользовательского интерфейса;
- организация управлением системой в целом.

Для выполнения данных задач целесообразно выделить следующие модули:

- модуль выполнения расчетов информационных характеристик атомов;
- модуль выполнения расчетов информационных характеристик газов;
- модуль выполнения расчетов информационных характеристик плазмы;
- модуль выполнения расчетов информационных характеристик жидкостей;
- модуль выполнения расчетов информационных характеристик твердых тел (кристаллов);

- модуль выполнения расчетов информационных характеристик нейтронных звезд;
- модуль выполнения расчетов информационных характеристик черных дыр;
- модуль выполнения расчетов информационных характеристик оптимальных черные дыр;
- модуль выполнения расчетов информационных характеристик Вселенной в целом;
- модуль пользовательского интерфейса;
- головной модуль, организующий взаимодействие остальных модулей.

Схема модульной организации представлена на рисунке 3.2.



Рисунок 3.2 — Модульная организация системы

### Принцип иерархии

Согласно этому принципу в сочетании с методологией объектно-ориентированного программирования, в проектируемой системе можно выделить иерархию семейство объектов программной системы. Иерархия семейства объектов программной системы представлена на рисунке 3.3.

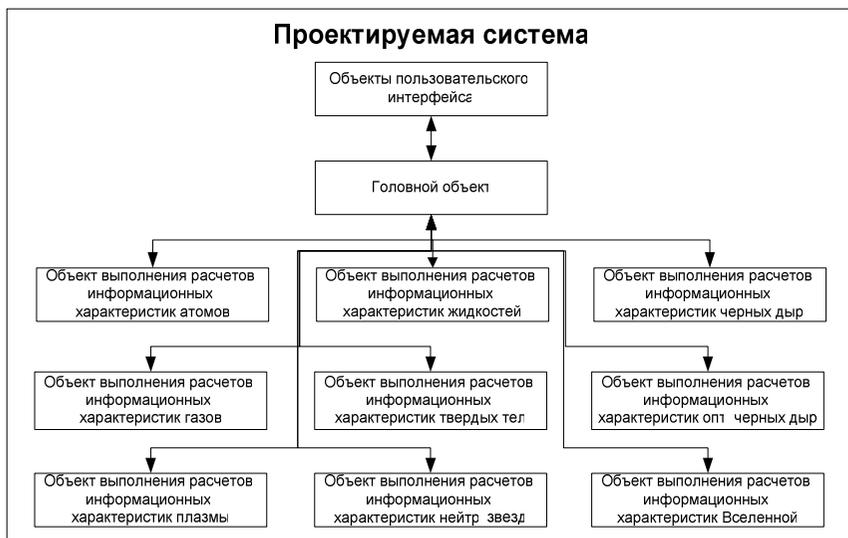


Рисунок 3.3 — Иерархия семейства объектов программной системы

### Принцип функциональности

Функции системы в целом рассмотрены в связи с принципом конечной цели. Рассмотрим функции, входные и выходные данные выделенных подсистем программной системы:

1) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик атомов

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик атомов. Входными данным подсистемы являются число протонов и число нейтронов. Выходными данными подсистемы являются информация в атоме.

2) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик газов

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик газов. Входными данным подсистемы являются масса газа, масса молекулы газа, информация в молекуле газа, объем газа, объем молекулы газа. Выходными данными подсистемы являются информация в газе.

3) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик плазмы

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик плазмы. Входными данным подсистемы являются масса плазмы, масса молекулы плазмы, информация в молекуле плазмы, объем плазмы, объем молекулы плазмы. Выходными данными подсистемы являются информация в плазме.

4) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик жидкостей

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик жидкостей. Входными данным подсистемы являются масса жидкости, масса молекулы жидкости, информация молекулы жидкости, объем молекулы жидкости. Выходными данными подсистемы являются информация в жидкости.

5) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик твердых тел (кристаллов)

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик твердых тел (кристаллов). Входными данным подсистемы являются масса твердого тела, масса молекулы кристалла, информация в молекуле кристалла, степень графа. Выходными данными подсистемы являются информация в твердых телах (кристаллах).

6) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик нейтронных звезд

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик нейтронных звезд. Входными данным подсистемы являются масса нейтронной звезды. Выходными данными подсистемы являются информация в нейтронных звездах.

7) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик черных дыр

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик черных дыр. Входными данным подсистемы являются масса черной дыры. Выходными данными подсистемы являются информация в черных дырах.

8) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик оптимальных черных дыр

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик оптимальных черных дыр. Входными данным подсистемы являются температура оптимальной черной дыры. Выходными данными подсистемы являются информация в оптимальных черных дырах.

9) Подсистема выполнения расчетов информационных характеристик Вселенной в целом

Функцией данной подсистемы является выполнение расчетов информационных характеристик Вселенной в целом. Входные данные подсистемы отсутствуют. Выходными данными подсистемы являются информация во Вселенной в целом.

10) Подсистема пользовательского интерфейса

Функциями подсистемы пользовательского интерфейса являются отображение текущего состояния системы, параметров и результатов выполняемых расчетов. Входными данными подсистемы являются содержимое ячеек памяти программной системы. Выходными данными подсистемы являются команды для подсистемы управления, которые соответствуют действиям пользователя.

11) Подсистема управления

Функциями подсистемы управления являются организация связей между подсистемами и обеспечение общей функциональности. Входными данными подсистемы являются сообщения о действиях пользователя. Выходными данными подсистемы являются команды управления подсистемами.

### **Принцип развития**

Проектируемая система может быть развита следующим образом:

- расширение функциональности за счет добавления возможности расчета информационных характеристик большего числа физических систем;
- расширение функциональности за счет добавления возможности произведения расчетов без ограничения точности;
- уменьшение объема потребляемой оперативной и дисковой памяти компьютера.

### **Принцип централизации и децентрализации**

Данная система должна быть организована из отдельных модулей, которые могут быть доступны независимо друг от друга вызовам из других проектов. Для этого ограничиваются зависимости модулей друг от друга, отсутствуют глобальные переменные и функции.

### **Принцип учета неопределенности и случайностей**

В данной системе, как и в любой другой, возможны ошибки. Они могут появляться из-за сбоя или выхода из строя персонального компьютера, некорректного ввода или сбоя апплета и/или виртуальной машины. Программное обеспечение своевременно сигнализирует

пользователю об обнаруженных ошибках и несоответствиях. Выдача подобных сообщений предусматривается во всех модулях системы.

Была сформирована структура проектирование с использованием базовых принципов системного анализа. Система была разбита на подсистемы, а также представлена в виде модулей. Была построена иерархия объектов.

#### **4 Вычислительный эксперимент**

Для проведения вычислительных экспериментов с инструментальным средством был создан ресурс <http://physicalinformatics.narod.ru> , на котором размещается разработанная программная система. Разработка велась на языке программирования высокого уровня Java с использованием среды быстрой разработки приложений NetBeans. Результирующий набор выполняемых файлов представляет собой соответствующие друг другу .html-документ и .jar-архив. В .html-документе содержатся команды, позволяющие на клиентском компьютере производить запуск апплета, непосредственно выполняющего расчеты. В .jar-архиве содержится набор скомпилированных классов приложения, которые были разработаны в соответствии с вышеописанными принципами системного подхода и системного анализа и полностью удовлетворяют им как критериям, которым они должны соответствовать.

При запуске обозревателя сети Интернет, такого как Microsoft Internet Explorer, Mozilla Firefox, Opera, Google Chrome и прочих, в случае первой работы требуется установить расширение, компонент или плагин, которые обеспечат нормальное функционирование апплета в виртуальной машине клиента, на что, собственно, на клиентской ПЭВМ нужны разрешения, а также наличие виртуальной JVM-машины (например, JRE, JDK, OpenJDK и тому подобное).

После этого можно приступить к работе с системой. Результаты функционирования системы приведены на рисунках 4.1—4.9.

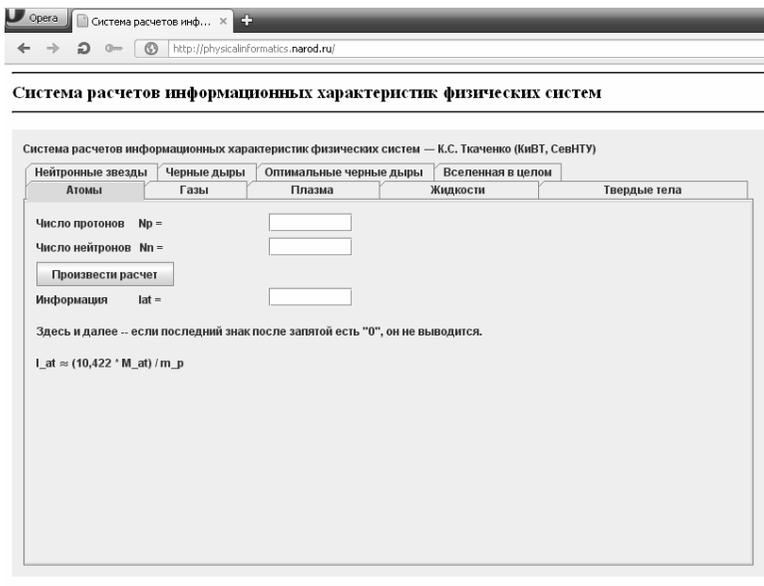


Рисунок 4.1 — Подсистема «Атомы»

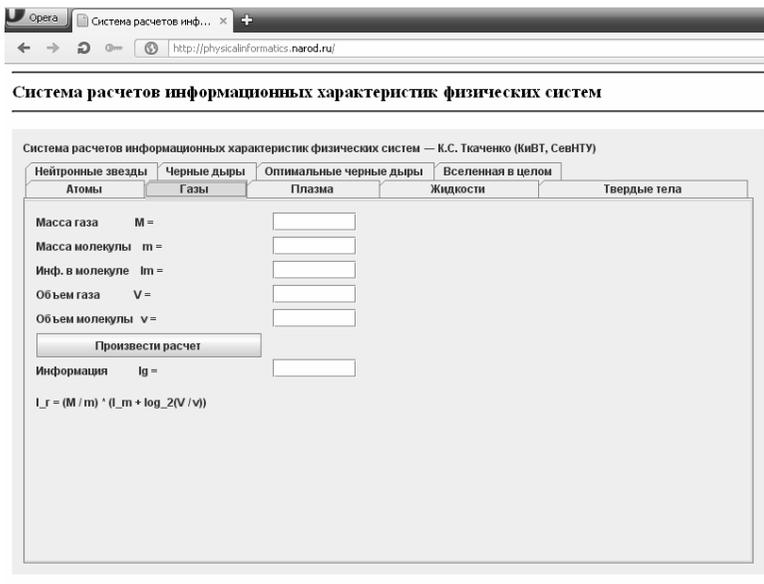


Рисунок 4.2 — Подсистема «Газы»

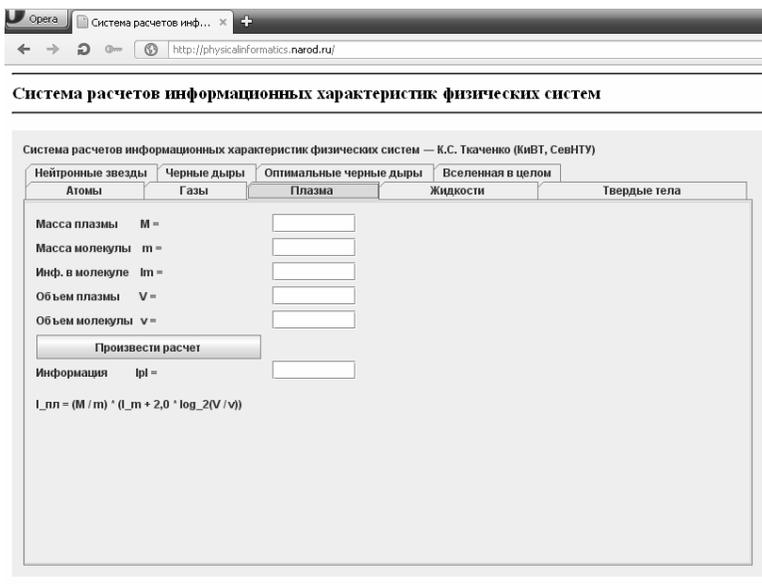


Рисунок 4.3 — Подсистема «Плазма»

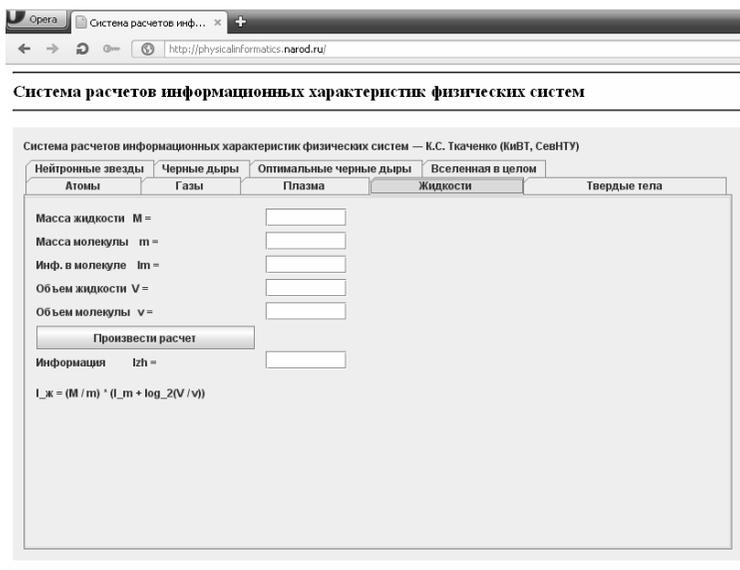


Рисунок 4.4 — Подсистема «Жидкости»

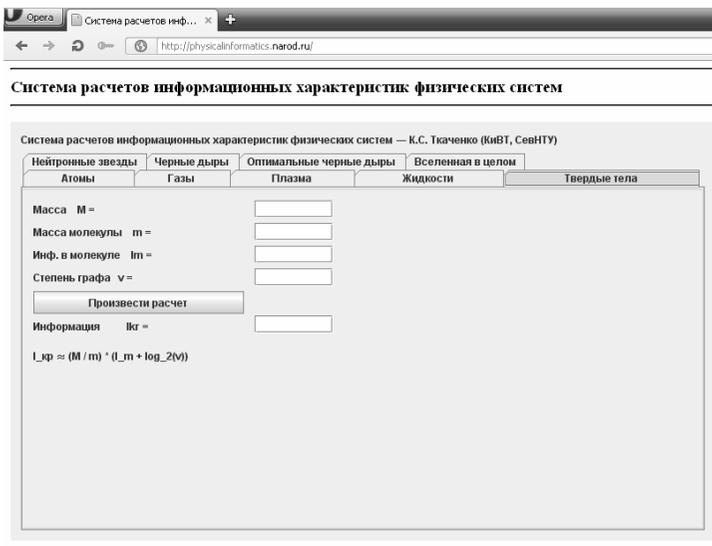


Рисунок 4.5 — Подсистема «Твердые тела»

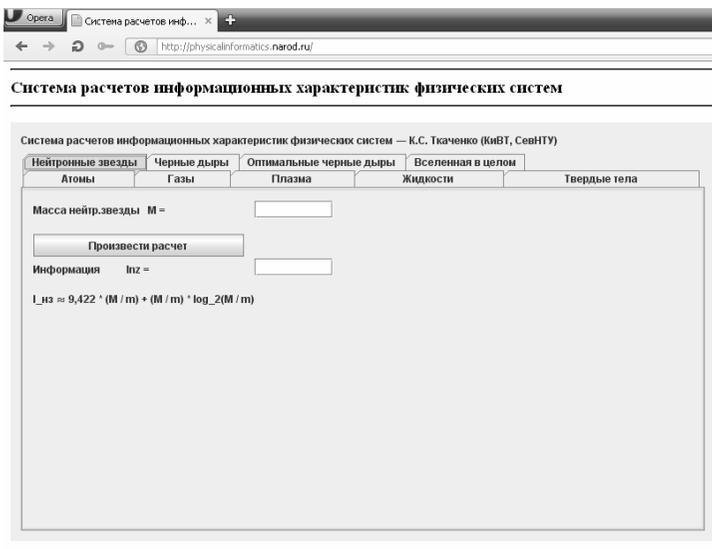


Рисунок 4.6 — Подсистема «Нейтронные звезды»

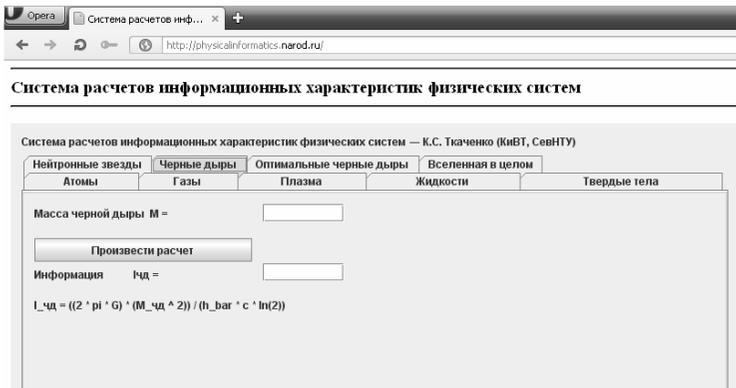


Рисунок 4.7 — Подсистема «Черные дыры»

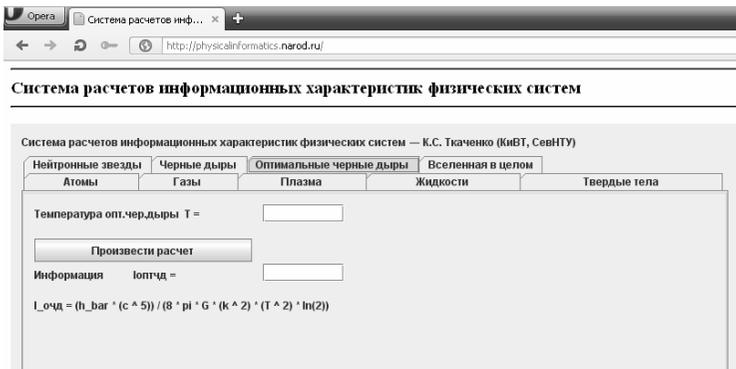


Рисунок 4.8 — Подсистема «Оптимальные черные дыры»

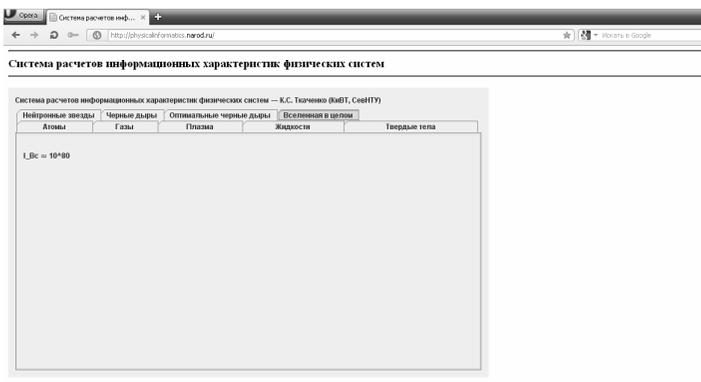


Рисунок 4.9 — Подсистема «Вселенная в целом»

## **5 Заключение**

В ходе данной работы был проделан большой объем научно-исследовательской и опытно-инженерной деятельности. Имеется функционирующая в сети Интернет программная система, обеспечивающая автоматизированное рабочее место исследователя. Перспективами дальнейших изысканий станет совершенствование системы на основании принципов системного анализа.

### **Библиографический список использованной литературы**

1.Программа расчета информационных характеристик физических систем / И.М. Гуревич, К.С. Ткаченко // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012615074. Заявка № 2012612934. Дата поступления 17 апреля 2012 г. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 7 июня 2012 г.

2.Гуревич И.М. Законы информатики — основа строения и познания сложных систем. — 2-е изд., уточн. и дополн. — М.: ТОРУС ПРЕСС, 2007. — 400 с., ил.

3,Гуревич И.М. Информационные характеристики физических систем. Издание второе уточненное и дополненное./Гуревич И.М. — М., 2010. — 260 с.— ISBN 978-5-902030-93-5.

4.Гуревич И.М. Законы информатики — основа строения и познания сложных систем. — М.: 2003. — 176 с.

5.Гуревич И.М. Физические законы и свойства природы как следствие законов информатики / И.М. Гуревич // Современные проблемы прикладной математики, информатики, автоматизации, управления. Материалы международного семинара. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2012. — 137 с. — С.36—52.

6.Процедура системного анализа при проектировании программных систем для студентов-дипломников дневной и заочной формы обучения специальности 7.091501 / Сост. Сергеев Г.Г., Скатков А.В., Машенко Е.Н. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2005. — 32 с.

УДК 519.62:517.983:51-73

**Е.В. Серегина**, канд. физ.-мат. наук, ассистент<sup>1</sup>,

**М.А. Степович**, д-р физ.-мат. наук, профессор<sup>2,3</sup>

**А.М. Макаренков**, канд. техн. наук, доцент<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Калужский филиал Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана

248600, Россия, г. Калуга, ул. Баженова, д 2

e-mail: evfs@yandex.ru

<sup>2</sup>Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского  
248023, Россия, г. Калуга, ул. Степана Разина, д. 26

e-mail: m.stepovich@rambler.ru

<sup>3</sup>Ивановский филиал Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова

153000, Россия, г. Иваново, ул. Дзержинского, д. 53

## **О НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА ГАЛЕРКИНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА**

Представлены оценки результатов использования модифицированного проекционного метода наименьших квадратов (МНК) и проекционного метода Галеркина для моделирования распределения основных носителей заряда (ННЗ), генерированных широким электронным пучком, в результате их диффузии в однородном полупроводниковом материале. Предлагаемый подход может быть использован для решения стационарного одномерного дифференциального уравнения тепломассопереноса и при ином внешнем воздействии.

Постановка задачи. При проведении расчетов использовалась так называемая модель коллективного движения носителей заряда, согласно которой на диффузию ННЗ из любого микрообъема полупроводника оказывают влияние другие электроны или дырки из других микрообластей. В этом случае для одномерной диффузии в полупроводнике распределение по глубине ННЗ находится как решение следующего дифференциального уравнения [1]:

$$D \frac{d^2 \Delta p(z)}{dz^2} - \frac{\Delta p(z)}{\tau} = -\rho(z) \quad (1)$$

с граничными условиями

$$D \left. \frac{d\Delta p(z)}{dz} \right|_{z=0} = v_s \Delta p(0), \quad \Delta p(\infty) = 0, \quad (2)$$

где функция  $\Delta p(z)$  описывает искомое распределение по глубине ННЗ в мишени в результате их диффузии  $z$  – координата, отсчитываемая от плоской поверхности в глубь полупроводника;  $D$ ,  $\tau$  и  $V_s$  – коэффициент диффузии, время жизни и скорость поверхностной рекомбинации ННЗ соответственно;  $\rho(z)$  – число неосновных носителей заряда, генерируемых вследствие внешнего воздействия в единицу времени в тонком слое мишени на глубине  $z$ .

Значения  $\rho(z)$  могут быть определены из соотношения для плотности энергии  $\rho^*(z)$ , выделяемой в этом слое мишени в единицу времени. Для широкого электронного пучка справедлива полуэмпирическая формула [2, 3]:

$$\rho^*(z) = \frac{1,085 (1-\eta) E_0}{\sqrt{\pi} z_{ms} (1-\eta + \eta z_{ss}/z_{ms})} \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{z - z_{ms}}{z_{ms}} \right)^2 \right] + \frac{\eta}{1-\eta} \exp \left[ - \left( \frac{z - z_{ss}}{z_{ss}} \right)^2 \right] \right\},$$

где  $E_0$  – энергия первичных электронов (электронов пучка),  $z_{ms}$  – глубина максимальных потерь энергии первичными электронами, испытывавшими малоугловое рассеяние;  $z_{ss}$  – глубина максимальных потерь энергии обратно рассеянными электронами;  $\eta$  – коэффициент обратного рассеяния электронов зонда,  $\eta = 0,024eZ^{1,67}/A$ , а  $Z$  и  $A$  – порядковый номер и атомный вес вещества соответственно.

Цель работы заключается в изложении результатов использования проекционного метода МНК, основанного на теории матричных операторов [4] и метода Галеркина для нахождения приближенного решения уравнения (1), (2).

Для реализации проекционного метода был выбран базис из модифицированных функций Лагерра с параметром, ускоряющим сходимость ряда.

Проекционная аппроксимация исходной модели, основанная на применении модифицированного метода МНК.

Для приближенного решения задачи (1), (2) вводится в рассмотрение функционал:

$$J(\Delta p(z)) = \left\| L_1^{(\Delta p)}(\Delta p(z)) + \tau \rho(z) \right\|_{L_2}^2 + \left( L_2^{(\Delta p)}(\Delta p(z)) \Big|_{z=0} \right)^2 + (\Delta p(\infty))^2,$$

где  $L_1^{(\Delta p)}$ ,  $L_2^{(\Delta p)}$  - операторы, стоящие в левых частях системы уравнений (1) и (2) соответственно, и решение  $\Delta p(z)$  ищется из требования, чтобы оно доставляло минимум функционалу  $J(\Delta p(z))$ .

Каждая функция переменной  $z$ , входящая в систему уравнений (1), (2), аппроксимируется частичной суммой порядка  $m$  ряда Фурье по системе модифицированных функций Лагерра  $\varphi_i(z) = \exp(-\lambda z/2) L_i(\lambda z; \alpha)$ , которые определяются через многочлены Чебышева-Лагерра  $L_i(\lambda z; \alpha)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$  [5]. Здесь параметры  $\lambda$  и  $\alpha$  используются для оптимизации вычислительной схемы. Затем последовательно к каждому уравнению системы применяется оператор проектирования  $Q^m$  на подпространство с базисом из  $m$  первых модифицированных функций Лагерра. Через  $C_m^p$  и  $C_m^\rho$  обозначаются столбцы из коэффициентов разложений неизвестной функции  $\Delta p(z)$  и известной функции  $\rho(z)$  по базису  $\varphi_i(z)$  соответственно.

Вместо функционала  $J(\Delta p(z))$  можно ввести в рассмотрение следующий приближенный функционал:

$$J_m(\Delta p^m(z)) = \left\| \tilde{L}_1^{(\Delta p)}(\Delta p^m(z)) + \tau \rho^m(z) \right\|_{L_2}^2 + \left( \tilde{L}_2^{(\Delta p)}(\Delta p^m(z)) \Big|_{z=0} \right)^2,$$

где  $\tilde{L}_1^{(\Delta p)}$  и  $\tilde{L}_2^{(\Delta p)}$  - аппроксимированные операторы, стоящие в левых частях системы уравнений (1) и (2) соответственно. Приближенное решение  $\Delta p^m(z)$  ищется из требования, чтобы оно доставляло минимум функционалу  $J_m(\Delta p^m(z))$ .

Затем осуществляется переход к алгебраической векторно-матричной системе уравнений

$$A_p{}_{(m+1) \times m} C_m^p{}_{m \times 1} = G_{(m+1) \times 1}, \quad (3)$$

где  $A_p$  - матрица переопределенной системы (3), которая имеет вид

$$A_p (m+1) \times m = \begin{bmatrix} D\tau D_m^2 - E \\ (\varphi^m(0))^T D_m - D^{-1} v_s (\varphi^m(0))^T \end{bmatrix}.$$

Здесь  $D_m$  - матрица дифференцирования, элементы которой можно рассчитать, используя элементарные алгебраические операции. Столбец, стоящий в правой части системы уравнений (3) определяется как:

$$G_{(m+1) \times 1} = \begin{bmatrix} -\tau & C_m^p & 0 \end{bmatrix}^T.$$

С другой стороны, в силу ортогональности функций Лагерра на полуоси  $[0, \infty)$ , функционал  $J_m(\Delta p^m(z))$  можно представить в виде:

$$J_m(\Delta p^m(z)) = J_m(C^p) = (A_p C^p - G)^T (A_p C^p - G).$$

Далее, находится столбец  $C^p$ , который минимизирует сумму квадратов невязок всех уравнений, входящих в эту систему:

$$J_m(C^p) = (A_p C^p - G)^T (A_p C^p - G) \rightarrow \inf,$$

то есть система решается методом наименьших квадратов. Тогда нормальное псевдорешение переопределенной системы уравнений (3) можно найти с помощью псевдообратной матрицы:

$$C^{p+} = (A_p^T A_p)^{-1} A_p^T G. \quad (4)$$

Приближенное решение исходной задачи (1), (2) восстанавливается по формуле:

$$\Delta p(z) \approx \Delta p^m(z) = (\varphi^m(z))^T C^{p+}, \quad z \in [0, \infty)$$

В работе [6] получена порядковая оценка погрешности и условие вычислительной устойчивости предложенной модифицированной проекционной схемы.

**Теорема 1.** Пусть функция  $\rho(z)$  имеет непрерывные производные до порядка  $n$ . Для  $m \geq 4$  обозначим через  $C_m^{p+}$  нормальное псевдорешение – решение задачи минимизации функционала  $J(C^p)$ , построенного с помощью проектирования на подпространство с базисом

из первых  $m$  модифицированных функций Лагерра. Тогда последовательность  $\{C_m^{p^+}\}$  будет минимизирующей для функционала  $J(C^p)$  и

$$J\left(C_m^{p^+}\right) \leq \begin{cases} C(n; \alpha; \gamma) m^{-n+\alpha+5/2} \omega^2(m^{-1}), & \alpha \geq 1/2, \quad n > \alpha + 3/2, \\ C(n; \alpha; \gamma) m^{-n+3} \omega^2(m^{-1}), & -1/2 \leq \alpha \leq 1/2, \quad n > 2, \quad m \rightarrow \infty, \end{cases}$$

а положительная постоянная  $C(n; \alpha; \gamma)$  не зависит от  $m$  и обычно возрастает при увеличении  $n$ . Здесь  $\omega$  – заданный модуль непрерывности.

**Теорема 2.** Предположим, что при увеличении числа  $m$  погрешность  $\sigma_m$  в вычислении коэффициентов Фурье-Лагерра функции  $\rho(z)$  можно неограниченно уменьшать так, что

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sigma_m m^{(\alpha+1)/2} = 0$$

Тогда, если для  $m \geq 4$  обозначить через  $\tilde{C}_m^{p^+}$  решение задачи минимизации возмущенного функционала  $\tilde{J}(C^p)$ , построенного с помощью проектирования на подпространство с базисом из первых  $m$  модифицированных функций Лагерра, в котором точное разложение  $\rho^m(z)$  заменено на приближенное  $\tilde{\rho}^m(z)$ , то последовательность  $\{\tilde{C}_m^{p^+}\}$  будет минимизирующей и для функционала  $J(C^p)$ .

Применение проекционного метода Галеркина для нахождения приближенного решения исходной задачи. В методе Галеркина предполагается, что неизвестная функция  $\Delta p(z)$  может быть достаточно точно представлена приближенным решением:

$$\Delta p(z) = \sum_{i=0}^{m-1} \varphi_i(z) c_i + p_m(z) \tag{5}$$

Здесь функция  $p_m(z)$  введена, чтобы удовлетворить граничным условиям.

Далее неизвестные коэффициенты  $c_i$  определяются из решения следующей системы:

$$\sum_{j=0}^{m-1} a_{ij} c_j = b_i, \quad i = \overline{0, m-1}, \tag{6}$$

где

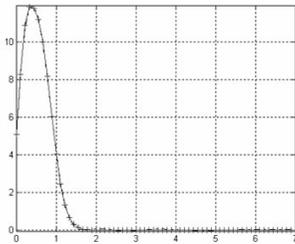
$$a_{ij} = \int_0^{\infty} \lambda (\lambda z)^{\alpha} \varphi_i(z) \left[ D\tau\varphi_j''(z) - \varphi_j(z) + \frac{L_j'(0,0) - (\lambda/2)L_j(0,0) - (v_s/D)L_j(0,0)}{-L_m'(0,0) + (\lambda/2)L_m(0,0) + (v_s/D)L_m(0,0)} (D\tau\varphi_m''(z) - \varphi_m(z)) \right] dz,$$

$$b_j = -\tau\lambda \int_0^{\infty} (\lambda z)^{\alpha} \rho(z) \varphi_j(z) dz, \quad \overline{j=0, m-1}.$$

Подстановка величин  $C_i$ , определяемых путем решения системы уравнений (6), в формулу (5) дает искомое приближенное решение.

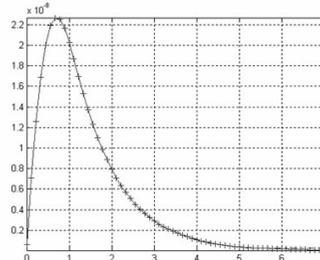
**Результаты расчетов.** При выполнении расчетов удерживалось 12 членов в разложении функции  $\Delta p(z)$  по базису из модифицированных функций Лагерра – см. рисунок.

$\rho^*(z); \rho^{*12}(z)$ , услед



z, мкм

$\Delta p^{12}(z)$ , услед



z, мкм

Рисунок – Плотность потерь энергии электронным пучком в кремнии (левый рисунок) (график отмечен крестиками) и результат ее аппроксимации модифицированными функциями Лагерра (непрерывная линия); распределение НЗ в кремнии, вычисленное в 12-м приближении с использованием модифицированного метода МНК (правый рисунок) (график отмечен крестиками) и распределение НЗ, вычисленное в 12-м приближении с использованием метода Галеркина (непрерывная линия).

Этого оказалось достаточным для получения приближенного решения с приемлемой для практического использования точностью. Значения модифицирующих параметров равны:  $\lambda = 5$ ,  $\alpha = 0$ . В выбранном для рисунка масштабе кривые  $\rho^*(z)$ , построенные по аналитическому выражению для параметров полупроводникового материала

ла, характерных для монокристаллического кремния, практически совпадают с кривыми приближений. При этом затраты машинного времени на расчет распределения ННЗ по глубине с использованием модифицированного МНК оказались примерно в полтора раза меньше, чем аналогичная величина для метода Галеркина, что говорит о наибольшей вычислительной эффективности модифицированного МНК для данной задачи.

**Вывод.** Для рассмотренной задачи наибольшей вычислительной эффективностью обладает модифицированный МНК.

Исследования проведены при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках выполнения государственного задания (проект № 1416), а также Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Калужской области (проект № 14-42-03062).

#### **Библиографический список использованной литературы**

1. Kyser D.F., Wittry D.B. Spatial distribution of excess carriers in electron-beam excited semiconductors // Proc. IEEE. – 1967. – Vol. 55, No. 3. – P. 733-734.

2. Михеев Н.Н., Петров В.И. Степович М.А. Количественный анализ материалов полупроводниковой оптоэлектроники методами растровой электронной микроскопии // Известия АН СССР. Серия физическая. – 1991. – Т. 57, № 8. – С. 1474-1482.

3. Михеев Н.Н., Степович М.А. Распределение энергетических потерь при взаимодействии электронного зонда с веществом // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 1996. – Т. 62, № 4. – С. 20–25.

4. Лапин С.В., Егупов Н.Д. Теория матричных операторов и ее приложение к задачам автоматического управления. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. – 496 с.

5. Суетин П.К. Классические ортогональные многочлены. – М.: Наука, 1976. – 328 с.

6. Серегина Е. В., Степович М. А., Макаренков А. М. О модифицированной проекционной схеме метода наименьших квадратов для моделирования распределения неосновных носителей заряда, генерированных электронным пучком в однородном полупроводниковом материале // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. – 2013. – № 11. – С. 65–69.

УДК 519.63:681.511:51-73

**А.Н. Амрастанов**, аспирант<sup>1</sup>,

**С.А. Гинзгеймер**, канд. физ.-мат. наук, доцент<sup>2</sup>,

**М.А. Степович**, д-р физ.-мат. наук, профессор<sup>1,3</sup>,

**М.Н. Филиппов**, д-р физ.-мат. наук, профессор<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского,  
248023, Россия, г. Калуга, ул. Степана Разина, д. 26

e-mail: an\_amr@mail.ru, m.stepovich@rambler.ru

<sup>2</sup>Калужский филиал Московского государственного технического  
университета им. Н.Э. Баумана

248600, Россия, г. Калуга, ул. Баженова, д. 2

<sup>3</sup>Ивановский филиал Российского экономического университета  
им. Г.В. Плеханова

153000, Россия, г. Иваново, ул. Дзержинского, д. 53

<sup>4</sup>Институт общей и неорганической химии им. Н.С. Курнакова РАН  
119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр., д. 31

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОСНОВНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА, ГЕНЕРИРОВАННЫХ В ОДНОРОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ ЭЛЕКТРОННЫМ ЗОНДОМ**

Диффузия генерированных в полупроводнике неосновных носителей заряда (ННЗ) является одним из наиболее важных процессов, позволяющих проводить количественные исследования с использованием, например, катодолюминесцентного излучения или посредством регистрации тока, наведенного в полупроводнике электронным зондом. В то же время до настоящего времени далеко не все проблемы взаимодействия электронных пучков с конденсированным веществом изучены достаточно подробно, хотя определенный прогресс в описании процесса диффузии ННЗ в однородном полупроводнике для широкого электронного пучка имеется [1, 2]; значительно сложнее ситуация в моделировании диффузии ННЗ, генерированных остро сфокусированным электронным пучком – электронным зондом.

В настоящей работе рассмотрены некоторые возможности использования классического подхода, описанного в [3], для решения задачи моделирования трехмерной диффузии ННЗ в однородном полупроводнике. Отметим, что приведенное в [3] решение содержит интегралы, численное вычисление которых с использованием современных персональных ЭВМ требует значительного времени, к тому же

при численных вычислениях в связи с особенностями подынтегральных функций в отдельных областях может возникнуть большая погрешность – см., например, [4]. В нашей работе рассмотрена одна возможность менее ресурсоемкого и более эффективного, с точки зрения скорости вычислений и получения физически корректных результатов, способа расчета распределения ННЗ, генерированных остро сфокусированным электронным пучком в однородном полупроводнике. Для этой цели предлагается аппроксимировать область распределения ННЗ прямым круговым цилиндром с осью, направленной вглубь полупроводника в точке падения пучка, с радиусом основания  $R = L + R_e$ , где  $L$  – диффузионная длина, а  $R_e$  – глубина проникновения первичных электронов, рассчитанная по формуле, предложенной в работе Канаи и Окаямы [5]:

$$R_e = \frac{0,0276A}{\rho Z^{0,889}} E_0^{1,67}, \quad (1)$$

где  $Z$  – порядковый номер,  $A$  – атомный вес,  $\rho$  – плотность материала,  $E_0$  – энергия первичных электронов.

Распределение ННЗ в однородном полупроводнике определяется как решение следующего дифференциального уравнения:

$$\operatorname{div}[D \cdot \operatorname{grad} \Delta p] - \frac{\Delta p}{\tau} = -\rho(x, y, z)$$

с граничными условиями:

$$\lim_{x \rightarrow -R} \Delta p(x, y, z) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +R} \Delta p(x, y, z) = 0,$$

$$\lim_{y \rightarrow -R} \Delta p(x, y, z) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow +R} \Delta p(x, y, z) = 0,$$

$$D \frac{\partial \Delta p(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = v_s \Delta p(x, y, 0),$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \Delta p(x, y, z) = 0.$$

Здесь  $\rho(x, y, z)$  – плотность генерированных ННЗ,  $D$ ,  $\tau$  и  $v_s$  – коэффициент диффузии, время жизни и скорость поверхностной рекомбинации ННЗ соответственно.

Задача в цилиндрической системе координат с применением условия осевой симметрии выглядит следующим образом:

$$D \frac{\partial^2 \Delta p^*}{\partial r^2} + D \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta p^*}{\partial r} + D \frac{\partial^2 \Delta p^*}{\partial z^2} - \frac{\Delta p^*}{\tau} = -\rho^*(r, z) \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\lim_{r \rightarrow R} \Delta p^*(r, z) = 0, \quad (3)$$

$$D \left. \frac{\partial \Delta p^*(r, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = v_s \Delta p^*(r, 0), \quad (4)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \Delta p^*(r, z) = 0. \quad (5)$$

Так как задача переведена в цилиндрическую систему координат, то целесообразно искать решение в виде разложения по функциям Бесселя первого рода нулевого порядка в следующем виде:

$$\Delta p^*(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right), \quad (6)$$

где  $Z_n(z)$  – функция, зависящая только от  $z$ ,  $J_0(\mu_n r/R)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, зависящая только от  $r$ ,  $\mu_n$  – нули функции Бесселя первого рода нулевого порядка. Выбор в качестве собственных функций  $J_0(\mu_n r/R)$  целесообразен в силу свойств цилиндрических функций, гарантирующих существование разложения искомой функции. Данные функции также удовлетворяют граничному условию (3).

Если функция  $\rho^*(r, z)$  дважды дифференцируема по  $r$ , ограниченная при  $r=0$  и обращающаяся в 0 при  $r=R$ , то ее можно разложить в абсолютно и равномерно сходящийся ряд [6]:

$$\rho^*(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(z) J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right), \quad (7)$$

где

$$\rho_n(z) = \frac{2}{R^2 J_1^2(\mu_n)} \int_0^R \rho(r, z) r J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right) dr. \quad (8)$$

Учитывая близость  $\rho^*(r, z)$  к нулю при  $R = L + R_e$  и далее при  $R_e \rightarrow \infty$ , будем считать условие разложения выполненным, что подтверждается результатами расчетов

Подставив (7) и (6) в (2), получаем

$$-\frac{r}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) \left( L^2 Z_n(z) \mu_n^2 - L^2 \left( \frac{d^2}{dz^2} Z_n(z) \right) R^2 + Z_n(z) R^2 - \tau \rho_n(z) R^2 \right) = 0,$$

где  $L = \sqrt{D\tau}$  – диффузионная длина. Отсюда следует, что

$$\frac{d^2}{dz^2} Z_n(z) - a_n^2 Z_n(z) = -\frac{1}{D} \rho_n(z), \quad (9)$$

где  $a_n = \sqrt{1/L^2 + \mu_n^2/R^2}$ .

Уравнение (8) должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$D \frac{dZ(z)}{dz} \Big|_{z=0} = v_s Z(0), \quad (10)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} Z(z) = 0. \quad (11)$$

Уравнение (9) с учетом граничных условий (10), (11) и формулы (8) имеет следующее решение:

$$Z_n(z) = \frac{1}{R^2 J_1^2(\mu_n) a_n D} \left( \int_0^z e^{-a_n(z-z_0)} \int_0^R \rho(r, z) r J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr dz_0 + \right. \\ \left. + \int_z^{\infty} e^{-a_n(z_0-z)} \int_0^R \rho(r, z) r J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr dz_0 + q_n \int_0^{\infty} e^{-a_n(z+z_0)} \int_0^R \rho(r, z) r J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr dz_0 \right), \quad (12)$$

где  $q_n = (a_n D - v_s) / (a_n D + v_s)$ .

В итоге решение уравнения (2) дается следующим выражением:

$$\Delta p^*(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right)}{R^2 J_1^2(\mu_n) a_n D} \left( \int_0^z e^{-a_n(z-z_0)} \int_0^R \rho(r, z) r J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr dz_0 + \right. \\ \left. + \int_z^{\infty} e^{-a_n(z_0-z)} \int_0^R \rho(r, z) r J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr dz_0 + q_n \int_0^{\infty} e^{-a_n(z+z_0)} \int_0^R \rho(r, z) r J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr dz_0 \right)$$

В данной работе в качестве распределения плотностей потерь энергии электронами пучка выбрана модель, использованная в [1, 2], где учитывается вклад энергии поглощенных в мишени и обратно рассеянных электронов.

Очевидно, что точность расчетов зависит от радиуса области аппроксимации. На рисунках 1, 2 и 3 приведены графики зависимости энергии ННЗ

$E = \iiint_V \Delta p^*(r, z) dv$ , от радиуса R области аппроксимации на примере кремния при энергии электронов пучка  $E_0 = 10$  (рис. 1), 20

(рис. 2) и 30 кэВ (рис. 3). Отсчет радиуса начинается от значения, рассчитанного по формуле (1). Видно, что при дальнейшем увеличении радиуса области аппроксимации решение становится более точным.

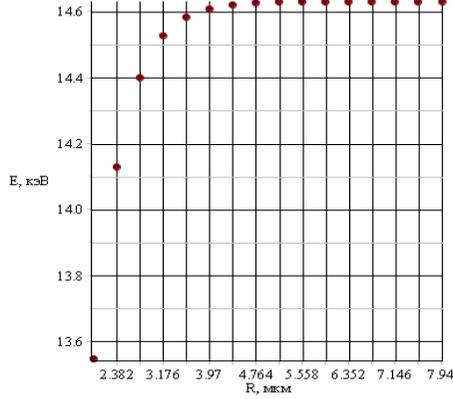


Рисунок 1 – График зависимость энергии ННЗ в полубесконечном однородном полупроводнике Si от радиуса области аппроксимации при энергии электронов пучка  $E_0 = 10$  кэВ.

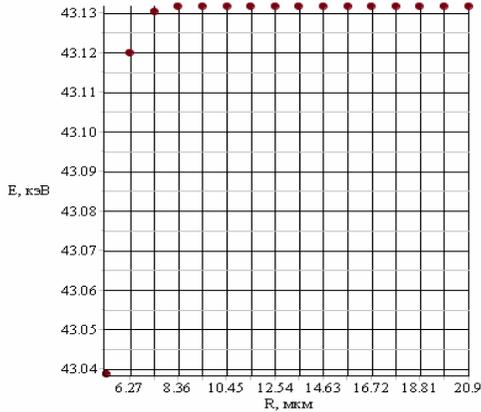


Рисунок 2 – График зависимость энергии ННЗ в полубесконечном однородном полупроводнике Si от радиуса области аппроксимации при энергии электронов пучка  $E_0 = 20$  кэВ.

На рисунках 4, 5 и 6 проиллюстрированы результаты расчетов на примере кремния, арсенида галлия и теллурида кадмия. При расчетах использовались следующие параметры мишеней: диффузионная длина  $L = 0.5$  мкм, коэффициент диффузии  $D = 10^8$  мкм<sup>2</sup>/с, скорость поверх-

ностной рекомбинации  $v_s = 2 \cdot 10^{10}$  мкм/с. При расчетах использовалось значение радиуса аппроксимации R, рассчитанное по формуле (1), так как при расчетах данное значение оказалось приемлемым по точности (1 эВ) и времени расчетов (около 4 секунд).

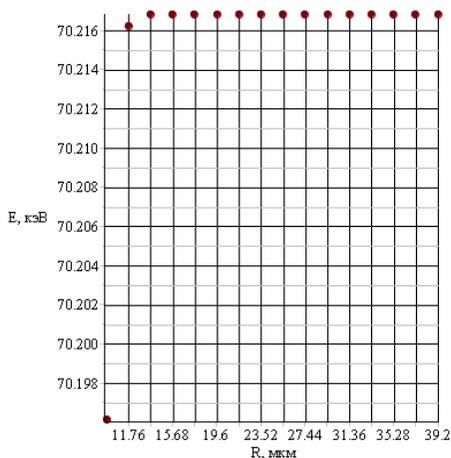


Рисунок 3 – График зависимость энергии ННЗ в полубесконечном однородном полупроводнике Si от радиуса области аппроксимации при энергии электронов пучка  $E_0 = 30$  кэВ.

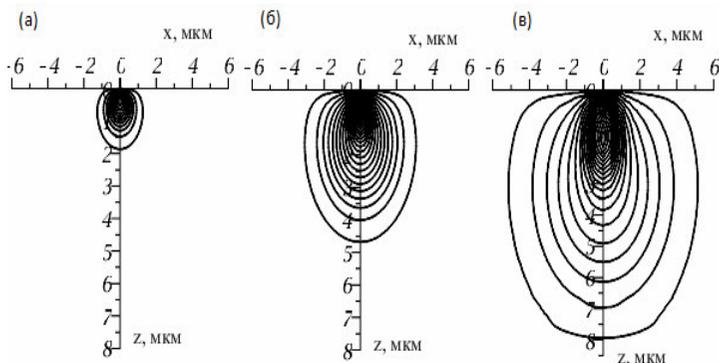


Рисунок 4 – Линии уровня распределения плотности энергии ННЗ в полубесконечном однородном полупроводнике Si, облучаемым остро сфокусированным пучком электронов с энергией  $E_0 = 10$  (а), 20 (б) и 30 кэВ (в). Показано распределение при  $y = 0$

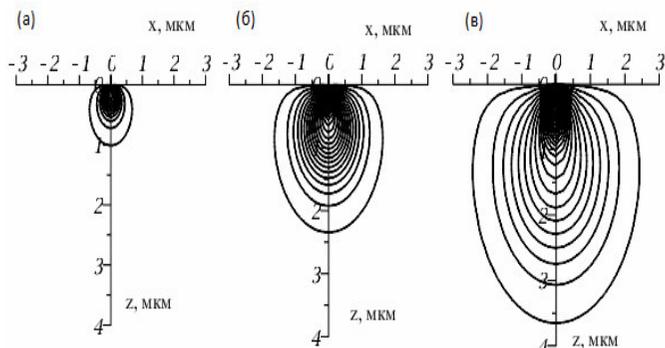


Рисунок 5 – Линии уровня распределения плотности энергии ННЗ в полубесконечном однородном полупроводнике GaAs, облучаемым остро сфокусированным пучком электронов с энергией  $E_0 = 10$  (а), 20 (б) и 30 кэВ (в). Показано распределение при  $y = 0$

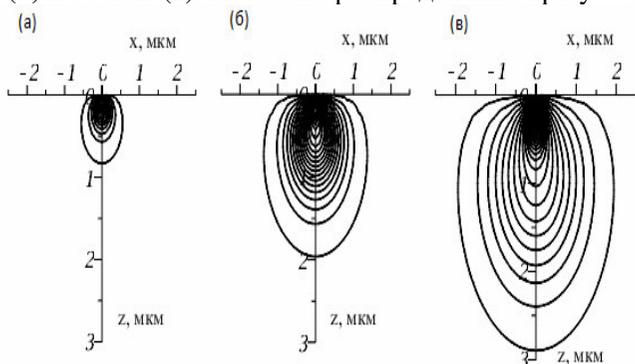


Рисунок 6 – Линии уровня распределения плотности энергии ННЗ в полубесконечном однородном полупроводнике CdTe, облучаемым остро сфокусированным пучком электронов с энергией  $E_0 = 10$  (а), 20 (б) и 30 кэВ (в). Показано распределение при  $y = 0$

В результате проведённых расчётов получено выражение, позволяющее находить искомое распределение ННЗ в полубесконечном однородном полупроводниковом материале в виде ряда.

Исследования проведены при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках выполнения государственного задания (проект № 1416), а также Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Калужской области (проект № 14-42-03062).

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Белов А.А. Использование модели независимых источников для расчета распределения неосновных носителей заряда, генерированных в полупроводниковом материале электронным пучком / А.А. Белов, В.И. Петров, М.А. Степович // Известия РАН. Сер. физ. – 2002. – Т. 66, № 9. – С. 1317-1322.

2. Степович М.А. Использование модели независимых источников для расчета распределения неосновных носителей заряда, генерированных в двухслойном полупроводнике электронным пучком / М.А. Степович, М.Г. Снопина, А.Г. Хохлов // Прикладная физика. – 2004. – № 3. – С. 61-65.

3. Roosbroeck Van W. Injected Current Carrier Transport in Semi-Infinite Semiconductor and the Determination of Lifetimes and Surface Recombination Velocities / Van W. Roosbroeck // J. Appl. Phys. – 1955. – V. 26, No. 4. – P. 380-391.

4. Масловская А.Г. Математическое моделирование процессов взаимодействия электронных пучков с полярными диэлектриками / А.Г. Масловская // Автореферат дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. – СПб: СПбГУ, 2014. – 31 с.

5. Kanaya K. Penetration and energy-loss theory of electrons in solid targets / K. Kanaya, S. Okayama // J. Phys. D: Appl. Phys. – 1972. – V. 5, No. 1. – P. 43-58.

6. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 799 с.

УДК 004.93: 519.68: 007.5

**М.П. Фархадов**, д-р техн. наук, зав. лабораторией;

**А.М. Михайлов**;

**Н.В. Петухова**, ст. научн. сотрудник;

**А.Н. Абраменков**, вед. инж.-прогр

Институт проблем управления им В.А. Трапезникова РАН, г. Москва  
117997, Москва, Россия, ул. Профсоюзная, 65

e-mail: mais@ipu.ru, alxmikh@gmail.com, nvp@ipu.ru,  
aabramenkov@асмон.ru

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ПРОГРАММНЫЕ МОДЕЛИ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ И ИДЕНТИФИКАЦИИ ДВИЖЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ РАСПОЗНАВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ ИСКУССТВЕННОГО НЕЙРОННОГО КОРТЕКСА**

### **Введение.**

Одной из важных задач является создание системы компьютерного зрения, которая может использоваться для построения высококачественной системы распознавания, понимания и визуализации образов и жестов. Необходимо применение передовых технических средств и технологий, позволяющих строить карты глубин и наиболее эффективно отслеживающих движение объектов. Необходимы также новые подходы к созданию быстродействующих математических моделей и программно-технических средств.

### **Обоснование выбора математической модели для задач распознавания**

Большинство работ по распознаванию основано на использовании скрытых марковских моделей (СММ). В работах Рабинера [1, 2] показано применение теории СММ к простым задачам распознавания речи. В течение последующих лет было выполнено много исследований, связанных с построением СММ, наилучшим образом описывающих реальные процессы распознавания образов, и с созданием оптимальных алгоритмов решения возникающих задач.

Скрытая марковская модель описывается следующими элементами [1]:

$N$  – количество состояний модели, скрытых от наблюдателя;

$S$  – множество состояний,  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ ;

$qt$  – состояние модели в момент времени  $t$ ;

$M$  – количество наблюдаемых символов или векторов  $o$ , которые могут порождаться моделью,  $O = \{o_1, o_2, \dots, o_M\}$ .

$A$  – матрица вероятностей перехода из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  в момент времени  $t$  (матрица переходных вероятностей),  $A = \{a_{ij}\}$ , где  $a_{ij} = P[q_{t+1} | q_t] = P[q_{t+1} = S_j | q_t = S_i]$ ,  $a_{ij}$  удовлетворяет следующим

условиям:  $a_{ij} \geq 0$ ,  $\sum_{j=1}^N a_{ij} = 1$ ,  $1 \leq i, j \leq N$ .

$B$  – множество распределений вероятностей появления наблюдаемых последовательностей символов (эмиссионных вероятностей) в состоянии  $j$ ,  $B = \{b_j(k)\}$ , где  $b_j(k)$  – вероятность того, что система, находящаяся в состоянии  $S_j$ , в момент времени  $t$  сгенерирует в наблюдаемую последовательность символ (вектор)  $o_k$ :  $b_j(k) = P[o_k \text{ в момент } t | q_t = S_j]$ ,  $1 \leq j \leq N$ ,  $1 \leq k \leq M$ ;

$\pi\{\pi_i\}$  – начальное распределение вероятностей состояний  $\pi_i = P[q_1 = S_i]$ ,  $1 \leq i \leq N$ .

Таким образом, для описания СММ необходимо задать параметры модели  $M$  и  $N$  и вероятностные меры  $A$ ,  $B$ , и  $\pi$ . Поскольку величины  $M$  и  $N$  присутствуют в матрицах  $A$  и  $B$ , для обозначения всего множества параметров модели обычно используется запись  $\lambda = (A, B, \pi)$ . Применительно к распознаванию жестов наблюдениями  $A$  являются векторы признаков, полученные в результате параметризации видео потока, а задачей является

нахождение последовательности жестовых слов  $\hat{W}$ , которая максимизирует апостериорную вероятность  $\hat{W} = \arg \max_w P(W|A)$ . Используя формулу Байеса, последнее выражение можно записать как

$\hat{W} = \arg \max_w P(W)P(A|W)$ , где  $P(W)$  – априорная вероятность того, что была произнесена последовательность слов  $W$ , а  $P(A|W)$  – условная вероятность наблюдения событий  $A$  при произнесении слов  $W$ . Векторы признаков должны описывать жесты, подлежащие распознаванию, с помощью предварительно выбранной системы признаков, передаваемых видео камерой. Тренировка модели производится на основе обучающей выборки жестов. Обучение

состоит в подборе таких параметров модели  $A$  в соответствии с некоторым критерием оптимальности, которые бы максимизировали вероятность наблюдаемых векторов признаков при выполнении серии обучающих жестов одним и тем же и разными людьми.

Скрытые марковские модели использовались в целом ряде разработок последних лет, см. например [3, 4, 5].

В проектах, основанных на использовании видео камер, для классификации данных часто применяется метод опорных векторов (support vector machine, SVM) [6,7]. Задача классификации формулируется следующим образом. Пусть  $X$  - пространство объектов,  $Y$  — классы (например,  $Y = \{0,1\}$ ),  $(x_1, y_2), \dots, (x_m, y_m)$  - обучающая выборка. Требуется построить функцию  $F: X \rightarrow Y$ , сопоставляющую класс  $y$  произвольному объекту  $x$ . Применительно к распознаванию, например, видео файлов, представляющих изолированные жесты, задача может быть сформулирована следующим образом: каждый видео файл  $x$  должен быть классифицирован как жест  $y$ ,  $y \in \{1, 2, \dots, L\}$ , где  $L$  есть количество жестов, подлежащих распознаванию. Каждый видео файл состоит из ряда кадров, которые описываются визуальным вектором признаков  $x_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ .

В ряде работ для решения задач классификации и распознавания жестов используется аппарат искусственных нейронных сетей. Например, в [8] многослойная нейронная сеть применена для распознавания персидского жестового языка. Искусственные нейронные сети были основным математическим аппаратом, использовавшимся в проектах по распознаванию жестов до появления работ Рабинера и других, следствием чего стало широкое применение скрытых марковских моделей, однако и сейчас системы, построенные на базе нейронных сетей, демонстрируют достаточно хорошие результаты.

В данной работе предлагается для распознавания жестов использовать технологию искусственного нейронного кортекса [9,10,11]. Искусственный нейронный кортекс или колонковый классификатор представляет собой многомерную индексную систему, структура которой напоминает нейронные структуры коры головного мозга.

Согласно [10], математическое определение искусственного нейронного кортекса состоит в следующем. Имеется множество имен образов и множество признаков, присущих образам в той или иной ком-



сота колонки пропорциональна общему числу имен в колонках, деленному на суммарное число колонок, т.е. на суммарное число признаков, можно заключить, что увеличение общего числа колонок, т.е. лучшее обучение, увеличивает быстродействие кортекса.

Кинетическая природа жестов как объектов распознавания, высокая вариабельность их исполнения, разница в скорости, освещенности, необходимость учета большого числа признаков и их разнородность, все это является причиной того, что задачи распознавания жестов являются ресурсоемкими и предъявляют высокие требования к быстродействию программного обеспечения. Искусственный нейронный кортекс представляется технологией, наиболее соответствующей предъявляемым требованиям.

Программная реализация искусственного нейронного кортекса

Концепция нейронного кортекса была реализована в виде библиотеки для языка программирования C++. Выбор языка обусловлен желанием создать систему, способную эффективно работать в режиме реального времени, где вопросы производительности занимают первое место. Данная библиотека позволяет создавать нейронный кортекс, а также производить над ним операции записи (обучение) и чтения (распознавание).

При создании нейронного кортекса можно указать произвольное количество признаков, с которыми он будет работать (количество групп колонок), а также количество градация их значений (колонок в группе). Также имеется возможность задать радиус макроколонок (степень обобщения) для операций записи и чтения.

Процесс обучения требует работы с обучающими выборками, поэтому в библиотеке предусмотрена возможность загрузки данных из текстовых файлов в формате CSV. Созданная таким образом выборка может быть использована для обучения, распознавания или тестирования нейронного кортекса.

Для проверки эффективности работы нейронного кортекса были использованы данные, представленные на UC Irvine Machine Learning Repository [12]. Ниже приведены некоторые результаты. Тестированию производилось на компьютере с ОС Windows 7 Home Premium (64 разрядная), процессором Core i5 650 (3200 ГГц) и 4 Гб ОЗУ.

Для данных Statlog (Shuttle) [13], содержащих 43500 обучающих векторов и 14500 тестовых, точность распознавания составила 99.94%. При этом время записи всех векторов из обучающей выборки составило 1.6 с, а время распознавания всех тестовых векторов 0.6 с.

Для проверки производительности проводился следующий синтетический тест. Было создано 1000000 случайных векторов по 10 признаков в каждом, одна половина из которых использовалась для записи, а вторая половина для чтения. Общее время записи составило примерно 100 с (0.2 мс на один вектор), а общее время чтения – 64 мин (7.7 мс на один вектор). Таким образом, на данный момент подход с использованием концепции нейронного кортекса обеспечивает хорошую производительность.

В дальнейшем на основе разработанной библиотеки планируется решать задачи обучения и классификации жестов.

Разработка системы записи, разметки и систематизации жестов

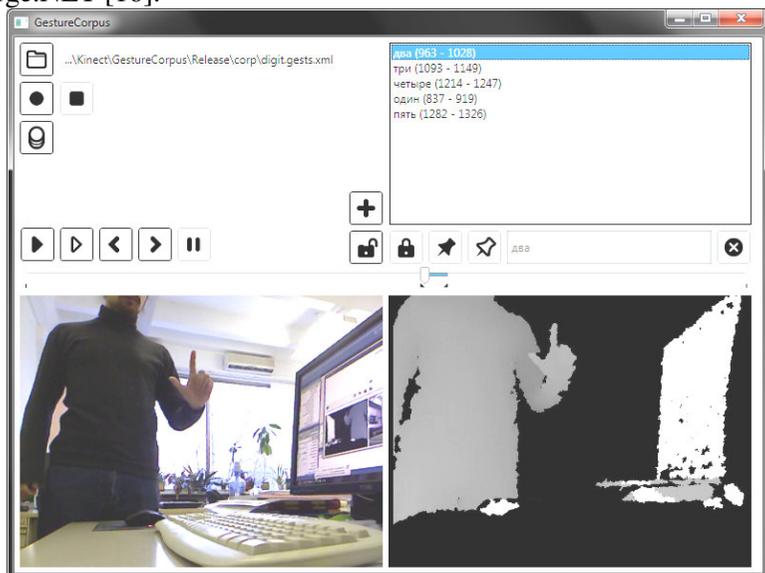
Создание системы распознавания жестов невозможно без базы обучающих жестов – жестового корпуса. Жестовый корпус, по сути, представляет собой базу видео с метаданными, описывающими места появления того или иного жеста в видео ряде. Создание такой базы – трудоёмкая работа, и требует наличия инструментария, который облегчил бы работу по записи, разметке и систематизации данных.

Основной проблемой, присущей, в том числе, и другим базам, является способ хранения и сжатия данных, так как «сырые» данные занимают очень много места. Помимо этого, использование сенсора Kinect подразумевает, что, вместе со стандартным цветным видео потоком мы получаем поток данных, содержащий карту глубин. Это обстоятельство накладывает определённую специфику на жестовый корпус. Во-первых, наличие двух каналов данных (цветного и карты глубин) требует, чтобы эти данные были синхронизированы по времени. Во-вторых, карта глубин – не совсем обычные данные, в общем случае отличающиеся от цветного видео потока и требующие особого подхода.

Таким образом, для создания жестового корпуса необходимо наличие инструментария, который бы учитывал специфику решаемой задачи. В свободном доступе не было найдено такого программного обеспечения. Отчасти это связано с тем, что сенсор Kinect – нестандартное, относительно новое устройство, и не все программы по работе с видео могут обеспечивать захват данных с него. Среди существующих инструментов стоит отметить Kinect Studio [14], входящую в состав Kinect for Windows Developer Toolkit, которая позволяет записывать данные с сенсора. Однако она не предусматривает возможности по разметке видео и систематизации данных.

Поэтому в рамках данного проекта был разработан инструментальный по созданию жестового корпуса. Внешний вид интерфейса программы представлен на рисунке ниже.

Программа написана на языке программирования C# под платформу NET Framework 4.0. Для сопряжения с сенсором Kinect используется Kinect for Windows SDK 1.8 [15]. Также для реализации процесса кодирования и декодирования видео была использована свободная библиотека компьютерного зрения и машинного обучения AForge.NET [16].



Данная программа позволяет записывать синхронно данные с двух каналов (цветного и карты глубин) и сжимать их посредством установленных в системе видеокodeков. При записи формируется три файла следующего вида:

- \*.color.avi – файл цветного видео;
- \*.depth.avi – файл, содержащий видео карты глубин;
- \*.gests.xml – файл, содержащий метаданные о разметке видео.

Все три файла ассоциируются с одним проектом, и при работе с ними из программы они ведут себя как единое целое.

Программа позволяет просматривать записанное видео и удобным образом отмечать фрагменты, которые относились к тому или иному действию или жесту. Вся информация сохраняется в соответствующий файл метаданных.

Программа позволяет просматривать записанное видео и удобным образом отмечать фрагменты, которые относились к тому или иному действию или жесту. Вся информация сохраняется в соответствующий файл метаданных.

Запись цветных данных и карты глубин происходит в разрешении 640x480 пикселей и частотой 30 кадров в секунду. В данном случае для сжатия был использован свободный кодек Xvid [17]. Здесь стоит отметить, что большинство существующих кодеков хорошо работают с цветными данными в формате RGB, которым и является цветной канал с сенсора Kinect. Однако с монохромными данными, к которым относится карта глубин, они работают хуже, и здесь требуется особый подход: подбор и настройка кодека, для того, чтобы обеспечить наиболее оптимальное соотношение количества потерянной при сжатии информации и размера полученного файла. Кроме того, данные карты глубин содержат достаточный уровень шума, что также отрицательно сказывается на размере видеофайла.

Файл метаданных основан на xml разметке и содержит список жестов (или любых других меток), встречаемых в видео с указанием кадров начала и окончания. Ниже приведён пример файла с разметкой:

```
<?xml version="1.0" encoding="utf-8"?>
<gestures>
  <gesture>
    <name>два</name>
    <start>963</start>
    <end>1028</end>
  </gesture>
  <gesture>
    <name>три</name>
    <start>1093</start>
    <end>1149</end>
  </gesture>
  <gesture>
    <name>четыре</name>
    <start>1214</start>
    <end>1247</end>
  </gesture>
</gestures>
```

Последним этапом формирования жестового корпуса является объединение всех имеющихся размеченных данных в единую базу. Для этого в программе был предусмотрен соответствующий функцио-

нал. Сначала необходимо выбрать директорию, где содержатся размеченные данные. После чего программа сканирует все подпапки на предмет наличия файлов с метаданными, и найденная информация из них заносится в единую базу данных. Для её реализации была использована встраиваемая реляционная база данных SQLite [18]. SQLite хранит всю базу данных (определения, таблицы, индексы и данные) в единственном стандартном файле. Это позволило на выходе формировать один файл, содержащий название жеста, путь к видео файлу и местоположение жеста в этом видео. Кроме того, к этой базе данных можно легко обращаться из других приложений и получать необходимые данные, используя язык SQL.

### **Заключение**

В работе приведена программная реализация искусственного нейронного кортекса, на основе которого решаются задачи распознавания. Проверена эффективность работы нейронного кортекса, для чего были использованы данные, представленные в репозитории Калифорнийского университета для выполнения работ по машинному обучению (UCI Machine Learning Repository). Тестирование показало хорошие результаты как по быстрдействию, так и по результативности.

Создан программно-технический комплекс с использованием сенсора Kinect, создающего цветной видео поток и поток данных, содержащий карту глубин. Разработана концепция создания базы видео с метаданными, описывающими места появления того или иного жеста в видео ряде. Разработана система записи, разметки и систематизации жестов, предназначенная для создания корпуса жестов. В дальнейшем будет выполнена работа по созданию алгоритмов, повышающих быстрдействие программной платформы для задач распознавания и идентификации.

### **Библиографический список использованной литературы**

1. Rabiner, L.R. A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition // Proc. IEEE, 77 (2): 257-286, February, 1989.
2. Rabiner L.R., Juang B.H. Fundamentals of speech recognition, A Pearson Education Company Upper Saddle River, NJ. 1993 by AT&T. 507 p.
3. Zahedi M., Dreuw P., Rybach D., Deselaesrs T., Bungeroth J., H. Ney: Continuous Sign Language Recognition – Approaches from Speech

Recognition and Available Data Resources // Proc. of the 5th Internat. Conf. on Language Resources and Evaluation, p. 21-24, Genoa, Italy, 2006.

4. Joyeeta Singha, K. Das. Recognition of Indian Sign Language in Live Video // Internat. Journ. of Computer Applications. 2013. V. 70. No 19. – P. 0975-8887.

5. J. C. Hall. (2011, Dec 22). How to Do Gesture Recognition With Kinect Using Hidden Markov Models (HMMs). <http://www.creativedistracted.com/demos/gesturerecognition-kinect-with-hidden-markov-models-hmms/>

6. Hao Zhang, WenXiao Du, and Haoran Li. Kinect Gesture Recognition for Interactive System. <http://cs229.stanford.edu/proj2012/ZhangDuLi-KinectGestureRecognitionforInteractiveSystem.pdf>

7. Chao Sun, Tianzhu Zhang, Bing-Kun Bao, Changsheng Xu. Latent Support Vector Mashine for Sighn Language Recognition with Kinect <http://2013.ieeeicip.org/proc/pdfs/0004190.pdf>

8. A. Kiani Sarkaleh, F. Poorahangaryan, B. Zanj and A. Karami, A Neural Network Based System for Persian Sign Language Recognition, Signal and Image // Proc. Applications (ICSIPA), 2009 IEEE Internat. Conf. on. p. 145-149. 2009.

9. Mikhailov A.M, Pok Y. M..Artificial Neural Cortex // Intelligent Engineering Systems Through Artificial Neural Networks. Smart Engineering Systems Design. - New York: ASME Press, 2001. - P. 113-120.

10. Mikhailov A. Biologically Inspired Artificial Neural Cortex and its Formalism // Proc. of World Academy of Science, Engineering and Technology (WASET), 2009. vol 56. – P. 121-125.

11. Васильев С.Н. Михайлов А.М. Индексный подход к распознаванию образов и видеоклипов // Автоматика и Телемеханика. 2012.

12. <http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets.html>

13. <http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Statlog+%28Shuttle%29>

14. <http://msdn.microsoft.com/en-us/library/hh855389.aspx>

15. <http://www.microsoft.com/en-us/kinectforwindows/>

16. <http://www.aforgenet.com/>

17. <http://www.xvid.org/>

18. <http://www.sqlite.org/>

УДК 001.891 + 376.3 + 004.5

**М.П. Фархадов**, д-р техн. наук, зав. лабораторией;

**А.Н. Абраменков**, вед. инж.-прогр;

**Н.В. Петухова**, ст. научн. сотрудник;

**С.В. Васьковский**, канд. техн. наук, ст. научн. сотрудник.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской Академии наук,

117997, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д.65

e-mail: mais@ipu.ru

## **ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕАЛИЗАЦИИ РАСПОЗНАВАНИЯ ЖЕСТОВОГО ЯЗЫКА**

### Введение

В настоящее время информационно-коммуникационные технологии широко используются во всех сферах государственного управления и регулирования. Однако большая группа людей с ограниченными возможностями лишены доступа ко многим социальным системам массового обслуживания. В данной работе исследованы новейшие технологии для распознавания жестового языка, что является трудной и до сих пор до конца не решенной задачей.

Отметим, что во многих работах, посвящённых распознаванию жестов, основной упор делается на работу с обычной камерой. Но часто информации о жесте, полученной таким способом, бывает недостаточно, либо не очевидно, как её извлечь. Привлечение дополнительных устройств (depth камер), способных формировать карту глубин (КГ), содержащую информацию о расстоянии объектов до камеры, позволило бы обогатить исходные данные новой информацией, тем самым упростив процесс распознавания.

Существуют работы, в которых рассмотрено использование КГ при распознавании жестового языка. Например, в [1] описано использование устройства Kinect, позволяющего строить условный скелет человека, для решения данной задачи. На основании взаимного расположения элементов скелета формируется описание жеста, которое используется для классификации жеста с привлечением аппарата скрытых марковских моделей. Однако для описания жеста часто бывает важно знать не только взаимное расположение рук, но и форму кисти.

### **Общая схема распознавания жестов**

В основе предлагаемой системы распознавания жестов лежит сенсор Kinect. Данное устройство позволяет получать как обычное цветное изображение (RGB изображение), так и КГ. Использование Kinect предоставляет дополнительные возможности, которые позволяют облегчить создание системы распознавания жестов.

Данные с Kinect проходят предварительную обработку (нормализуются, отсекается лишнее, выделяются значимые фрагменты) и по ним вычисляется вектор признаков. Данный вектор поступает на вход заранее обученного классификатора (нейронного кортекса), формирующего на выходе класс, к которому данный вектор признаков должен быть отнесен.

В данной работе рассматривается случай распознавания статичных жестов. К ним можно отнести жесты дактильной азбуки и динамические жесты, содержащие характерные статичные элементы, достаточные для их распознавания. При этом основное внимание было уделено обработке КГ и распознаванию жестов на её основе. КГ имеет ряд преимуществ перед цветным изображением. Во-первых, ее данные не зависят от освещения, поскольку используемая в Kinect для определения расстояний инфракрасная подсветка позволяет работать при отсутствии освещения вообще. Во-вторых, КГ позволяет более эффективно отделять фон, оставляя только значимые фрагменты изображения. К недостаткам стоит отнести не очень большую разрешающую способность и довольно высокий уровень шума.

### **Локализация характерных точек изображения**

Важным параметром при распознавании жеста является расположение кистей рук как взаимное, так и относительно лица (или характерной точки, например губ).

Для определения местоположения лица на изображении обычно используют алгоритмы на основе каскадов Хаара (метод Виолы-Джонса). Однако Kinect уже содержит готовую реализацию определения местоположения головы, рук и туловища человека, расположенных перед устройством.

Для описания взаимного расположения рук можно использовать три числа, представляющих собой углы треугольника, образованного точками на голове, левой и правой кисти. Такое представление инвариантно к преобразованиям масштаба и перемещения. Для полного описания жеста добавляется ещё вектор признаков для левой и правой руки.

### **Предварительная обработка карты глубин**

Данные КГ представляют собой массив чисел со значениями, отражающими расстояние до объекта. Меньшему числу соответствует точка, расположенная ближе к камере.

Для нормировки КГ, описывающих кисти рук, используется следующий алгоритм. В предположении, что обычно ближайшим объектом к камере является человек (или точнее кисти рук), вокруг точки, которая показывает местоположение кисти, выделяется небольшая область. В данном случае это квадратное окно со стороной, равной 128 пикселям, центр которого расположен в точке местоположения предполагаемой кисти. Внутри данного окна ищется точка, наиболее близкая к камере, значение глубины которой вычитается из соответствующих значений всех точек внутри окна. Изображение окна отсекается по глубине с порогом 127 и переводится в новое изображение, в котором самой близкой точке соответствует пиксель с интенсивностью цвета 255, а самой далёкой и всем отсечённым – пиксель с интенсивностью 0.

Данный алгоритм может быть записан в виде следующей формулы:

$$I_n(x, y) = \begin{cases} 255 - 2 \cdot (I(x, y) - I_{\min}), & \text{при } I(x, y) - I_{\min} \leq 127 \\ 0, & \text{при } I(x, y) - I_{\min} > 127 \end{cases}$$

Здесь:  $I_n(x, y)$  – значение интенсивности пикселя нормированного изображения в координате  $x, y$ ;  $I(x, y)$  – значение глубины нормируемого изображения карты глубин в координате  $x, y$ ;  $I_{\min}$  – минимальное значение глубины в данном окне.

Таким образом, получаются два небольших изображения (в градациях серого цвета) для правой и левой кистей рук, на основе которых потом вычисляются векторы признаков.

### **Вычисление вектора признаков**

Одним из методов анализа изображения является расчёт так называемых моментов изображения (инерции) [2]. Они представляют собой интегральные характеристики изображения, несущие определённую информацию о форме объекта.

Обычный момент  $m$  порядка  $i, j$  может быть рассчитан по следующей формуле:

$$m_{ij} = \sum_{x,y} I(x, y) \cdot x^i \cdot y^j$$

Здесь:  $x, y$  – координаты точки изображения по ширине и высоте;  $I(x, y)$  – интенсивность цвета в точке  $x, y$ .

Используя моменты, можно рассчитать центр массы изображения  $(\bar{x}, \bar{y})$ :

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

Обычные моменты не инвариантны к аффинным преобразованиям. Поэтому чаще используют центральные моменты или центральные нормированные моменты.

Центральные моменты  $\bar{m}$  порядка  $i, j$  рассчитываются следующим образом:

$$\bar{m}_{ij} = \sum_{x,y} I(x, y) \cdot (x - \bar{x})^i \cdot (y - \bar{y})^j$$

Центральные моменты инвариантны к преобразованиям перемещения.

Центральные нормированные моменты  $\bar{n}$  порядка  $i, j$  рассчитываются по формуле:

$$\bar{n}_{ij} = \frac{\bar{m}_{ij}}{m_{00}^{1+0.5(i+j)}}$$

Данные моменты уже инвариантны к преобразованиям перемещения и масштаба. При составлении вектора признаков учитывалось 7 таких моментов:  $\bar{n}02, \bar{n}03, \bar{n}20, \bar{n}30, \bar{n}11, \bar{n}12, \bar{n}21$ .

На основе центральных нормированных моментов могут быть рассчитаны инвариантные моменты [3], которые являются нечувствительными ещё и к преобразованиям вращения. Всего выделяют 7 инвариантных моментов.

Таким образом, при описании формы кисти можно использовать 7 центральных нормированных моментов, 7 инвариантных, либо обоим вместе, однако это не даёт существенных преимуществ.

В результате тестирования было установлено, что моментные инварианты дают результат худшие, чем центральные нормированные моменты. Также было выяснено, что использование не самих моментов, а их корней различной степени даёт лучший результат. Например, использование кубических корней вместо обычных значений для 7 центральных нормированных моментов повышают точность распознавания с 71% до 79%.

Моменты инерции имеют довольно малые значения (особенно инвариантные моменты). Повышение точности распознавания при

использовании корня можно объяснить повышением контрастности признаков в области значений, близких к нулю.

КГ обладает не слишком большой разрешающей способностью, что может объяснить не очень высокий процент распознавания. Однако, к признакам, выделяемым на основе КГ, можно добавить ещё ряд признаков, полученных на основе цветного изображения, повысив тем самым точность. Также следует отметить, что данные результаты получены на единичных изображениях. Жест же обычно имеет некоторую продолжительность по времени, что может позволить немного сгладить одиночные ложные срабатывания.

### **Классификатор (искусственный нейронный кортекс)**

Для распознавания жестов была использована технология искусственного нейронного кортекса [4 – 7]. Искусственный нейронный кортекс (колонковый классификатор) представляет собой многомерную индексную систему, в которой каждому значению признака соответствует колонка с именами образов, содержащих данный признак. Распознавание образов осуществляется путём пересечения множества имён колонок, соответствующих входному вектору признаков.

Особенностью использования нейронного кортекса является необходимость нормализации вектора признаков. То есть, каждый признак транслируется на множество натуральных чисел от 0 до N, где N – количество градаций признака (количество классов). Это число является одним из настраиваемых параметров.

В данном случае нормализация выполнялась путём определения минимального и максимального значения признака во всей обучающей выборке.

$$F_i = \frac{f_i - \min f_i}{\max f_i - \min f_i}$$

Здесь:  $F_i$  – значение нормированного  $i$ -го признака;  $f_i$  – значение ненормированного  $i$ -го признака;  $\min f_i$  – минимальное значение  $i$ -го признака;  $\max f_i$  – максимальное значение  $i$ -го признака; N – количество градаций признака.

Вторым настраиваемым параметром является так называемый радиус поиска (R). Он используется при классификации для поиска ближайшего похожего образа.

В результате тестирования было установлено, что увеличение N не даёт существенного повышения качества распознавания. Оптимальное значение R находится в пределах от  $0.1 \cdot N$  до  $0.5 \cdot N$ . Напри-

мер, для  $N = 50$ ,  $R = 25$  точность распознавания составила примерно 79%, а ошибочное распознавание 21%.

### **Заключение**

В ходе проведённых исследований были предложены подходы и алгоритмы по использованию КГ для распознавания жестов. Создана программно-техническая платформа системы распознавания жестов, включающая предложенные алгоритмы, и программная реализация искусственного нейронного кортекса. Показана степень эффективности использованных подходов, а также предложены варианты дальнейшего развития данного направления.

### **Библиографический список использованной литературы**

[1] Lang S., Block-Berlitz M., Rojas R. Sign Language Recognition with Kinect // ICAISC'12 Proceedings of the 11th international conference on Artificial Intelligence and Soft Computing. 2012. Vol. 1. P. 394–402.

[2] Hu M. Visual Pattern Recognition by Moment Invariants // IRE Transactions on Information Theory. 1962.

[3] Jan F. On the independence of rotation moment invariants // Pattern Recognition. 2000. No. 33.

[4] Mikhailov A.M., Pok Y.M. Artificial Neural Cortex // Proceedings of the artificial Neural Network in Engineering Conference. 2001. Vol. 11. P. 113-120.

[5] Mikhailov A. Biologically Inspired Artificial Neural Cortex and its Formalism Proceedings of World Academy of Science // Engineering and Technology (WASET). 2009. Vol. 56. P. 121-125.

[6] Васильев С.Н., Михайлов А.М. Индексный подход к распознаванию образов и видеоклипов // Автоматика и Телемеханика. Москва: Российская академия наук, Издательство «Наука». 2012.

[7] Фархадов М.П., Михайлов А.М., Петухова Н.В., Абраменков А.Н. Создание математической модели процессов распознавания образов в коре мозга // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2014. № 10. С. 64-76.

УДК 001.891 + 376.3 + 004.5

**З.П.Мясоедова**, научный сотрудник,

**М.А.Мясоедова**, вед. инженер по АСУП

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им В.А. Трапезникова РАН

117997, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д.65

e-mail: mzinap@mail.ru, mariamarfi@mail.ru

## **ДИСТАНЦИОННОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ УСТНОЙ РЕЧИ ЗРИТЕЛЬНЫМ СПОСОБОМ В РЕЖИМЕ ON-LINE**

### **Введение**

Неполноценная речевая коммуникация людей со слуховой патологией, лишённых возможности качественно воспринимать речь естественным способом, компенсируется ими в некоторой степени с помощью зрения. Несмотря на сложность процесса считывания речи с губ говорящего, глухой человек использует эту порой единственную возможность для интеграции в мир слышащих.

Обучающие системы, основанные на использовании компьютерных программ, предоставляют большому числу пользователей разнообразные демонстрационные и практические материалы, а также выступают в роли контролирующих систем, применяемых при автоматизированном тестировании [1].

Для обучения пользователей с нарушениями слуха навыкам визуального восприятия устной речи в режиме on-line на основе собственной базы видеороликов, соответствующих словам русского языка, разработана мультимедийная программа «Читаем с губ, размещённая на странице сайта «Сурдосервер». Свидетельство о государственной регистрации «Обучающей мультимедийной программы «Читаем с губ» приведено в Реестре программ для ЭВМ «Федеральной службы по интеллектуальной собственности» за № 2015612504 от 19 февраля 2015 г.

### **1. Дистанционное обучение чтению с губ в режиме on-line**

В основе работы программы «Читаем с губ» заложен принцип сравнения нескольких речевых элементов, подобранных по определённым признакам и хранящихся в базе данных (БД) в виде таблиц. Внимательное наблюдение пользователей за движением губ диктора при просмотре видеороликов позволяет им выявлять нюансы [2].

Работа данной программы по усмотрению пользователя может проходить в двух режимах – *демонстрационном* и *рабочем*.

**Демонстрационный режим** предусматривает просмотр пар видеофайлов речевых элементов (звуков, слогов и слов русского языка), сходных по артикуляционному рисунку, но имеющих различное звучание и значение. Такие схожие пары при автономном произнесении будут казаться абсолютно одинаковыми, а при их параллельном просмотре можно увидеть едва заметные отличительные особенности, свойственные каждому речевому элементу в паре.

**Рабочий режим** программы, являющийся основным, представляет собой тестирование с предоставлением пользователю доступа к просмотру хранимых в БД видеороликов с целью их распознавания, по результату которого даётся соответствующая оценка.

Перед началом тестирования пользователю предлагается выбрать один из режимов работы: с регистрацией, позволяющей ему просматривать «историю» своей работы по всем пройденным тестам, или без неё, предусматривающей выдачу результата лишь в рамках одного теста.

В программе используются тесты 3-х уровней сложности, каждый из которых включает 2 теста: распознавание слов-паронимов и слов одной темы. При распознавании слова, входящего в одну из тематических таблиц, на экран выводится название темы, а также список входящих в неё слов (рис. 1), а при распознавании слова-паронима список слов будет содержать всю цепочку слов, среди которых находится исходное слово (рис.2).

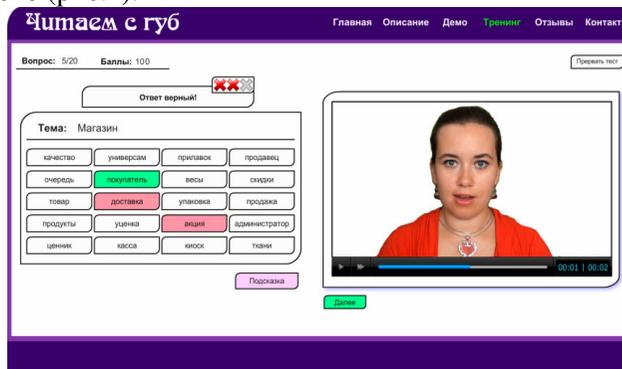


Рисунок 1 – Демонстрация распознавания слова одной темы в Тесте 3

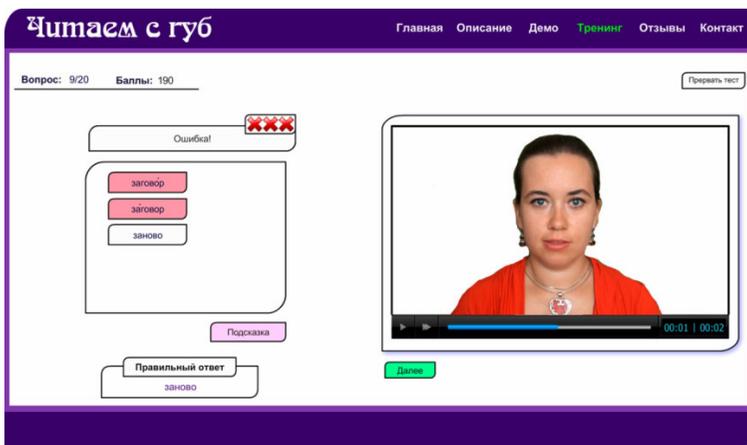


Рисунок 2 – Демонстрация неверного распознавания слов-паронимов в Тесте 4

В тестах 3-й категории сложности пользователь лишён возможности выбора исходного слова из списка и должен формировать свой ответ путём ввода его в окне с помощью клавиатуры.

Во всех тестах пользователь на любом шаге распознавания, т.е. в одной из предоставляемых ему попыток, может воспользоваться подсказкой, после чего сеанс работы пользователя считается завершённым, а его результат обнуляется. Несмотря на то, что использование подсказки не даёт пользователю возможности увеличить число набранных баллов, получение готового ответа позволяет зафиксировать его в памяти, что в дальнейшем повлияет на улучшение результатов.

Все ответы пользователя сохраняются в БД результатов. За каждый правильный ему присваивается определённое число баллов в зависимости от уровня сложности теста и числа используемых попыток. На рис. 3 приведён фрагмент таблицы «general\_tests», отражающий фиксацию параметров, необходимых для формирования результата тестирования.

| word        | answer_1     | answer_2 | answer_3    | answer_4  | answer_5      |
|-------------|--------------|----------|-------------|-----------|---------------|
| жираф       | шакал        | волк     | животные    | слон      | ехидна        |
| школа       | ученик       | предмет  | декан       | сессия    | студент       |
| грузный     | грузный      |          |             |           |               |
| прыгать     | соревнование | бег      | прыгать     |           |               |
| доставка    | касса        | очередь  | магазин     | упаковка  | администратор |
| хала        | халат        | хала     |             |           |               |
| волк        | слон         | волк     |             |           |               |
| парковка    | маршрут      | обгон    | кондуктор   | движение  | трамвай       |
| арбуз       | обуза        | арбуз    |             |           |               |
| государство | президент    | страна   | инаугурация | гражданин | гимн          |

Рис. 3.. Фрагмент таблицы БД «general\_tests» по результату распознавания слов

Возможность многократного просмотра видеоматериала позволяет пользователю при формировании ответа мысленно сопоставить исходное слово, представленное диктором, с имеющимся в составе списка речевыми элементами, что существенно сужает область поиска в его памяти.

## 2. Оценка результатов

В режиме тестирования автоматически формируется результат деятельности пользователя по каждому предложенному к распознаванию слову и общий результат по всем словам в рамках одного теста с присвоением оценки, соответствующей набранным им баллам.

При оценке учитываются: число распознанных слов и их доля от общего числа просмотренных видеороликов; сумма набранных баллов и их доля от максимально возможного числа, рассчитываемого, исходя из предположения, что пользователь даст правильные ответы по всем исходным словам с 1-й попытки. Формулы, использованные в расчётах, приведены в табл. 1.

Условные обозначения:

$S$  – число роликов в одном тесте;

$N$  – число просмотренных роликов;

$n$  – число правильно распознанных слов из числа просмотренных;

Таблица 1 – Формулы для оценки результата пользователей

| Тесты по уровню сложности             |                              |            |   |          |          |
|---------------------------------------|------------------------------|------------|---|----------|----------|
| *                                     |                              | **         |   | ***      |          |
| 1                                     | 2                            | 3          | 4   | 5        | 6        |
| $S = 20$                              |                              |            |   |          |          |
| $N = 1 + S$                           |                              |            |   |          |          |
| $s_i = 20$                            | $s_i = 2 + 10$               | $s_i = 20$ | $s_i = 2 + 10$  | –        |          |
| $v = s_i$                             |                              | $v = 3$    | $\begin{cases} s_i < 4, v = s_i - 1 \\ s_i \geq 4, v = 3 \end{cases}$ | $v = 3$  |          |
| $p = 1 + v$                           |                              |            |   |          |          |
| $n = 0 + N$                           |                              |            |   |          |          |
| $d_n = \frac{n}{N} \cdot 100\%$       |                              |            |   |          |          |
| $b = 1$                               |                              | $b = 10$   |   | $b = 20$ | $b = 30$ |
| $q_i = (v - (p - 1))(1 - h) \cdot b$  |                              |            |   |          |          |
| $q = \sum_{i=1}^N q_i$                |                              |            |   |          |          |
| $Q_{max} = N \cdot s_i$               | $Q_{max} = \sum_{i=1}^N s_i$ |            | $Q_{max} = N \cdot v \cdot b$   |          |          |
| $d_q = \frac{q}{Q_{max}} \cdot 100\%$ |                              |            |   |          |          |

$d_n$  – доля правильно распознанных слов;

$Q_{max}$  – максимально возможное число набранных баллов;

$s_i$  – число слов в одной группе;

$p$  – число предпринятых попыток распознавания одного слова;

$h$  – подсказка;

$q$  – общее число набранных баллов в одном тесте;

$q_i$  – число набранных баллов по каждому просмотренному слову;

$d_q$  – доля набранных баллов из числа возможных.

$v$  – максимально возможное число попыток в одном вопросе;

$b$  – коэффициент баллов.

По завершении диалога с программой в рамках одного теста пользователь может ознакомиться со своим результатом независимо от прохождения им регистрации (рис. 4), а зарегистрированному пользователю предоставляется возможность просмотра своих результаты по всем выполненным в разное время тестам, в текстовой (рис. 5) и в графической (рис. 6) формах.

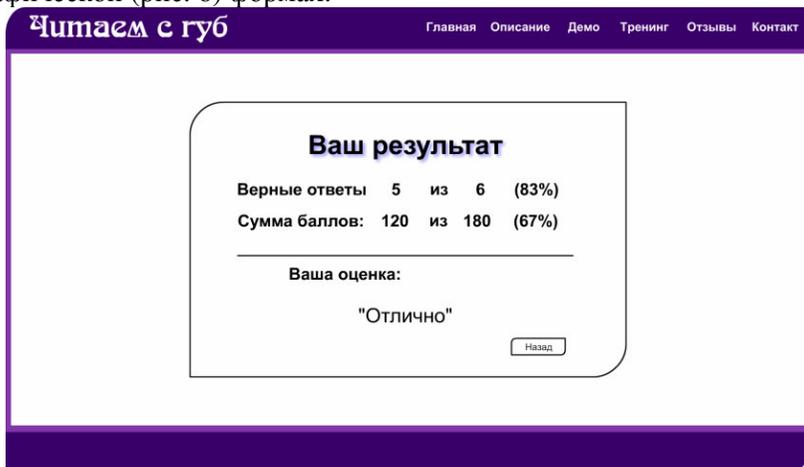


Рисунок 4 – Результат тестирования пользователя в рамках одного теста

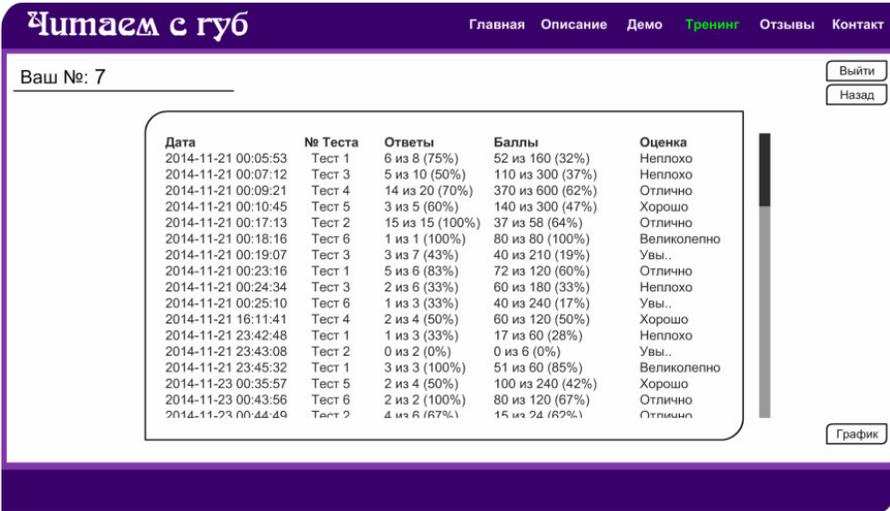


Рисунок 5 –Текстовая форма общего результата тестирования пользователя

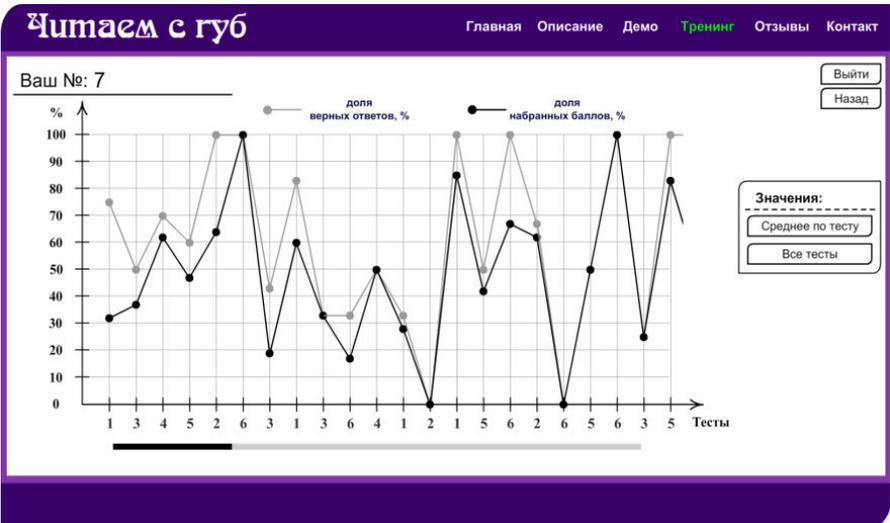


Рисунок 6 –Графическая форма общего результата пользователя

При оформлении тестовых заданий были использованы стандартные программные средства: Flash, ActionScript, PHP, MySQL, XML, HTML.

## **Заключение**

Использование предлагаемой программы «Читаем с губ» поможет в режиме on-line самостоятельно овладеть необходимыми навыками по распознаванию речи зрительным способом.

Программа «Читаем с губ» является эффективным инструментом для самостоятельного овладения этим навыком благодаря: доступности в любое время и в любом месте через сеть интернет; гибкости обучения (возможность выбора режима тестирования любого уровня сложности в удобном для себя темпе); возможности самоконтроля и получения оценки своих результатов; возможности использования данной программы широким кругом лиц независимо от состояния их слуховой системы.

## **Библиографический список использованной литературы**

1. Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 192 с.
2. Мясоедова М.А., Мясоедова З.П. Распознавание устной речи зрительным способом в режиме on-line на основе обучающей программы «Читаем с губ» // Материалы 4-го научно-технического семинара 23-27 сентября 2014 г. Севастополь-Москва: ИПИ РАН, 2014. С. 176-180.

УДК 001.891 + 376.3 + 004.5

**З.П.Мясоедова**, научный сотрудник,  
**М.А.Мясоедова**, вед. инженер по АСУП

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им В.А. Трапезникова РАН  
117997, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д.65  
e-mail: mzinap@mail.ru, mariamarfi@mail.ru

## **ВЛИЯНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ СООБЩЕНИЯ НА ПРОЦЕСС ВОСПРИЯТИЯ УСТНОЙ РЕЧИ ЗРИТЕЛЬНЫМ СПОСОБОМ**

***Аннотация:** В статье рассматривается влияние особенностей сообщения на процесс восприятия устной речи зрительным способом, т.е. с губ говорящего. Дана оценка влиянию слов-паронимов и словосочетаний на качество распознавания устной речи по результатам проведения экспериментов.*

***Ключевые слова:** артикуляционный рисунок, чтение с губ, слова-паронимы, словосочетание.*

### **Введение**

Человек с нарушением слуха, лишённый возможности полноценно воспринимать звуки речи естественным способом, в сравнении со слышащими людьми обладают уникальной способностью ориентироваться в окружающем его мире в основном с помощью зрения. Проблема общения с окружающими вынуждает глухого человека внимательно следить за выражением лица и движением губ говорящего, что даёт ему возможность в некоторой степени «услышать» и правильно понять речь, считывая её с губ.

Процесс чтения с губ является довольно сложным и зависит от многих внешних факторов, среди которых существенное влияние на распознавания речи оказывает сообщение. Зрительное восприятие устной речи не всегда бывает качественным и полноценным из-за особенностей русского языка, проявляющихся в схожести или полном совпадении артикуляционных рисунков отдельных речевых элементов, что затрудняет различение их между собой. Чаще всего происходит определение лишь нескольких фонем речевых элементов, а остальная работа заключается уже в догадке с учётом контекста и всего многообразия выразительных средств (взгляд, мимика, жесты и т.д.), используемых собеседником, что позволяет человеку с определённой вероятностью понять смысл переданного сообщения.

## Анализ полученных результатов

В статье приведены результаты экспериментов, позволяющие оценить зависимость качества распознавания речи при считывании её с губ от особенностей сообщения.

### Эксперимент А

Эксперимент направлен на определение зависимости качества чтения с губ от наличия в сообщении слов-паронимов, имеющих сходные артикуляционные рисунки (табл. 1) [1].

Таблица 1 – Однослоговые слова-паронимы

| Слова | Фонемный состав слов |       |   |       |   |
|-------|----------------------|-------|---|-------|---|
|       | с                    | б – п | о | л – р | т |
| болт  | –                    | б     | о | л     | т |
| бор   | –                    | б     |   | р     | – |
| борт  | –                    | б     |   | р     | т |
| пол   | –                    | п     |   | л     | – |
| порт  | –                    | п     |   | р     | т |
| сбор  | с                    | б     |   | р     | – |
| спор  | с                    | п     |   | р     | – |
| спорт | с                    | п     |   | р     | т |

Как видно из табл. 1, слова-паронимы имеют большую схожесть между собой не только в написании, но и в произнесении.

В соответствии с фонемным составом приведённых в табл. 1 однослоговых слов-паронимов построена схема их образования, на которой входящие жирные стрелки указывают на начало формирования слов, а выходящие – на его результат (рис. 1).

Рассматривая приведённые в табл.1 слова-паронимы с точки зрения их фонемного состава, можно предположить, что в ответах участников будет наблюдаться замена одних слов другими.

Результаты распознавания и взаимозаменяемости слов-паронимов, полученные в ходе эксперимента, и предполагаемые замены слов (отмеченные «+»), полученные на основе их фонемного состава (табл. 1), приведены для сравнения в табл. 2.

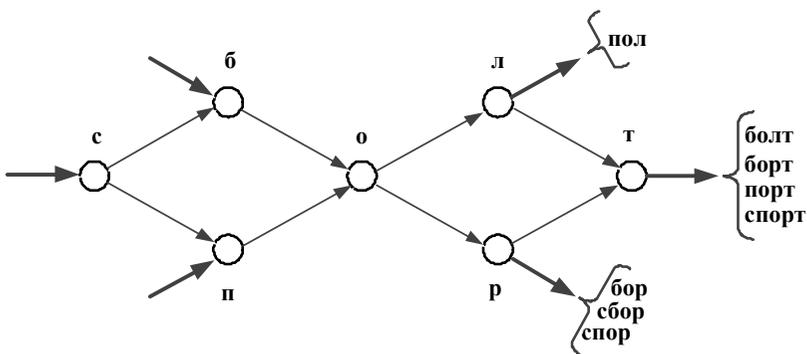


Рисунок 1 – Схема образования однослоговых слов-паронимов

Таблица 2 – Результаты распознавания и взаимозаменяемости слов-паронимов

| Слова | Слова |     |      |     |      |      |      |       |       |       |   |   | Число указаний слов в ответах |   |   |   |    |    |
|-------|-------|-----|------|-----|------|------|------|-------|-------|-------|---|---|-------------------------------|---|---|---|----|----|
|       | болт  | бор | борт | пол | порт | сбор | спор | спорт | всего | верно |   |   |                               |   |   |   |    |    |
| болт  |       |     | +    | +   | 2    | +    | 2    |       |       |       |   |   | 4                             | 0 |   |   |    |    |
| бор   |       |     | 1    | +   | 1    | +    | 1    | +     | 1     | +     |   |   | 4                             | 1 |   |   |    |    |
| борт  | +     |     | 1    |     | 1    |      | +    | 3     |       |       |   | + | 5                             | 1 |   |   |    |    |
| пол   | +     | 1   |      |     | 1    |      | 4    |       |       |       |   |   | 6                             | 4 |   |   |    |    |
| порт  | +     |     | +    |     | 1    |      |      | 2     |       |       |   | + | 1                             | 4 | 2 |   |    |    |
| сбор  |       |     | +    |     |      |      |      |       | 1     | +     | 2 | + | 1                             | 4 | 1 |   |    |    |
| спор  |       |     | +    |     |      |      |      |       | +     | 1     |   | 2 | +                             | 1 | 4 | 2 |    |    |
| спорт |       |     |      |     | +    |      | +    | 1     | +     | 1     | + | 2 |                               | 3 | 7 | 3 |    |    |
| Σ     | 3     | 1   | 4    | 3   | 4    | 2    | 1    | 7     | 4     | 9     | 3 | 4 | 3                             | 6 | 4 | 6 | 38 | 14 |

По данным табл. 2 построены схемы, соответствующие предполагаемым (рис. 2, а) и реальным заменам (рис. 2, б) слов.

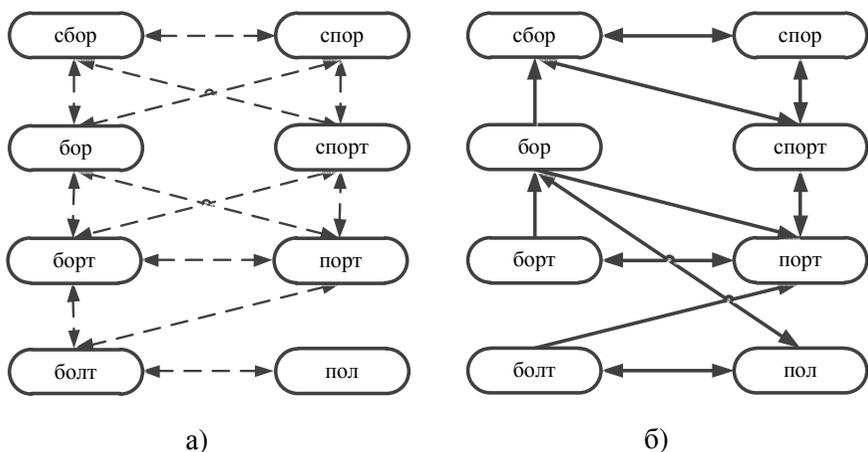


Рисунок 2 – Схемы предполагаемых (а) и реальных замен (б) слов-паронимов

Как видно из рис.2, реальная взаимозаменяемость слов-паронимов не является полной и отличается от предполагаемой взаимозаменяемости числом связей между ними и их характером (односторонняя, взаимная), что отражает направление стрелок.

Данные табл. 2 свидетельствуют о том, что слово «порт» является самым часто называемым словом в одной группе, содержащемся почти в каждом четвёртом ответе участников. Слова «борт» и «болт» в основном употребляются в профессиональной сфере, что и объясняет низкое число их указаний в ответах участников.

Для иллюстрации факта разной «популярности» слов, входящих в одну группу, на рис. 3 приведена диаграмма их распознаваний.

Довольно низкие результаты распознавания слов-паронимов при чтении их с губ объясняются зависимостью процесса распознавания устной речи с губ от особенностей речевых элементов, к которым, в первую очередь, относится схожесть и даже полное совпадением их артикуляционных рисунков, что наблюдается в русском языке довольно часто. Наличие в сообщении таких слов затрудняет выделение одного из них среди других и вносит некоторую путаницу при их распознавании.

Стоит также отметить, что каждое из слов характеризуется определённой распространённостью, т.е. частотой использования его в ре-

чи, что отражается на замене им других слов, распознать которые не всегда удаётся точно.

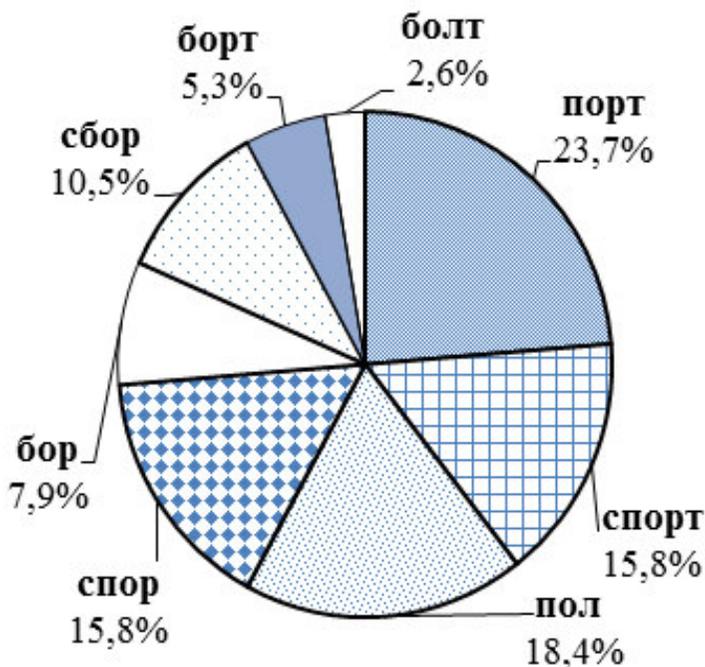


Рисунок 3 – «Популярность» слов-паронимов при их распознавании

Всё это в значительной степени затрудняет распознавание слов-паронимов при их автономном произнесении и не позволяет получить хорошие результаты при чтении с губ даже людям, имеющим опыт в этом умении.

### Эксперимент Б

Для получения более точной оценки овладения навыком чтения с губ в тестовый материал помимо отдельных слов включены речевые элементы более высокого уровня (словосочетания), восприятие которых позволяет лучше понять смысл сказанного в целом.

С этой целью проведён эксперимент на базе отобранных слов (существительные и прилагательные), представленные к распознаванию в несколько этапов. На первом этапе диктор называл слова авто-

номно, а следующие этапы заключались в распознавании составленных из пар этих слов словосочетаний, с той лишь разницей, что вначале на первом месте в словосочетании стояло существительное  $A_j$ , а затем – прилагательное  $B_j$ , а потом – наоборот. Для наглядности существительные и прилагательные, произносимые диктором в произвольном порядке, представлены в отдельных столбцах таблиц.

Данный эксперимент проходил аналогично предыдущему эксперименту с разницей лишь в наборе слов, приведённых в табл. 3.

Таблица 3 – Слова и словосочетания для распознавания по Эксперименту Б

| Слова и словосочетания |           |                 |                 |
|------------------------|-----------|-----------------|-----------------|
| $A_i$                  | $B_i$     | $A_i + B_i$     | $B_i + A_i$     |
| Город                  | Соседний  | Город соседний  | Соседний город  |
| Бор                    | Горящий   | Бор горящий     | Горящий бор     |
| Ветер                  | Северный  | Ветер северный  | Северный ветер  |
| Борт                   | Высокий   | Борт высокий    | Высокий борт    |
| Му́ка                  | Большая   | Му́ка большая   | Большая му́ка   |
| Зверь                  | Дикий     | Зверь дикий     | Дикий зверь     |
| Дом                    | Высотный  | Дом высотный    | Высотный дом    |
| Дуб                    | Приметный | Дуб приметный   | Приметный дуб   |
| Забор                  | Соседский | Забор соседский | Соседский забор |
| Переход                | Трудный   | Переход трудный | Трудный переход |

Результаты, полученные по распознаванию слов и словосочетаний, приведённых в табл. 3, представлены в сводной табл. 4 и на гистограмме (рис. 4), демонстрирующей различное распознавание участниками ( $R_i$ ) одних и тех же слов при их автономном произнесении диктором и при произнесении в составе словосочета

На рис. 5 представлена гистограмма, отражающая долю распознанных слов при их автономном произнесении и в составе словосочетаний.

Таблица 4 – Результаты распознавания слов и словосочетаний по Эксперименту Б

| Участники,<br>$R_i$ | Результаты распознавания при произнесении слов |       |             |       |             |       |          |       |
|---------------------|--|-------|-------------|-------|-------------|-------|----------|-------|
|                     | автономно                                      |       | $A_j + B_j$ |       | $B_j + A_j$ |       | $\Sigma$ |       |
|                     | $A_j$  | $B_j$ | $A_j$       | $B_j$ | $A_j$       | $B_j$ | $A_j$    | $B_j$ |
| R1                  | 4  | 5     | 7           | 9     | 9           | 10    | 20       | 24    |
| R2                  | 1  | 2     | 2           | 3     | 4           | 4     | 7        | 9     |
| R3                  | 2  | 2     | 3           | 4     | 5           | 6     | 10       | 12    |
| R4                  | 2  | 3     | 3           | 5     | 4           | 6     | 9        | 14    |
| R5                  | 2  | 4     | 3           | 5     | 6           | 6     | 11       | 15    |
| R6                  | 1  | 3     | 3           | 4     | 5           | 7     | 9        | 14    |
| R7                  | 1  | 2     | 4           | 4     | 6           | 6     | 11       | 12    |
| R8                  | 3  | 5     | 4           | 5     | 7           | 8     | 14       | 18    |
| R9                  | 2  | 3     | 2           | 4     | 6           | 6     | 10       | 13    |
| R10                 | 1  | 3     | 3           | 4     | 5           | 6     | 9        | 13    |
| $\Sigma$            | 19   | 32    | 34          | 47    | 57          | 65    | 110      | 144   |
|                     | 51   |       | 81          |       | 122         |       | 254      |       |

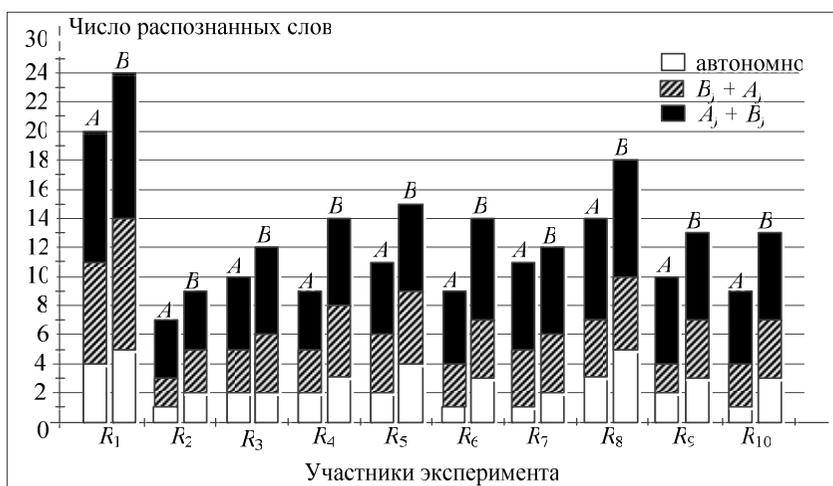


Рисунок 4 – Результаты распознавания слов при их автономном произнесении и в словосочетаниях всеми участниками Эксперимента Б

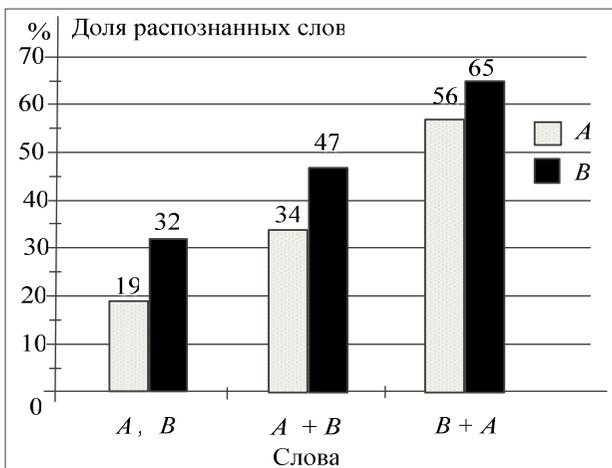


Рисунок 5 – Доля распознавания слов при их автономном произнесении и в словосочетаниях всеми участниками Эксперимента Б

### **Заключение**

Качество распознавания устной речи с губ существенно зависит от особенностей сообщений, обусловленных: наличием в русском языке большого числа слов, практически не отличающихся между собой артикуляционными рисунками при их произнесении; «популярностью» отдельных слов, которыми могут быть заменены другие слова; структурой речевых элементов, предложенных к распознаванию.

Результаты, полученные при проведении экспериментов А и Б, подтверждают существенное влияние указанных особенностей на качество восприятия переданного сообщения.

Владение грамматикой языка, понимание особенностей языка, большой словарный запас и т.д. – всё это способствует качественному восприятию устной речи при считывании её с губ.

### **Библиографический список использованной литературы**

МЯСОЕДОВА М.А., МЯСОЕДОВА З.П. Анализ влияния различных факторов на качество распознавания устной речи с губ говорящего // XI Всероссийская школа-конференция молодых ученых и специалистов "Управление большими системами". УБС-2014, Арзамас 9-12 сентября 2014. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ubs2014.ru/index.html>

Научное издание

5-й юбилейный международный  
научно-технический семинар  
Труды семинара

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ  
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ,  
ИНФОРМАТИКИ, АВТОМАТИЗАЦИИ  
И УПРАВЛЕНИЯ**

15-20 июня 2015 г., г. Севастополь

Научные редакторы: И.А. Соколов, В.И. Кошкин

Корректор Л.П. Светлых  
Нормоконтроллер И.О. Черевкова  
Компьютерный дизайн и верстка А.В.Тарасова

Подписано в печать 17.06.2015 г. Формат 70 x 108/16. Усл. печ. стр. 46,6.  
Тираж 100 экз.  
Издательство – Севастопольский государственный университет  
Адрес: ул. Университетская, 33, г. Севастополь, 2 99053  
тел. (0692) 435-210; 435-019. E-mail: info@sevsu.ru