

Информатика и её применения

Том 13 Выпуск 4 Год 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Цифровая модель весового паспорта летательного аппарата Л. Л. Вышинский, М. К. Курьянский, Ю. А. Флеров	3
Использование модели гамма-распределения в задаче формирования ограниченного по времени теста в системе дистанционного обучения А. В. Босов, Г. А. Мхитарян, А. В. Наумов, А. П. Сапунова	11
On comparative efficiency of classification schemes in an ensemble of data sources using average mutual information М. М. Lange	18
Выбор модели данных в задачах медицинской диагностики М. П. Кривенко	27
Исследование возможности прогнозирования изменения финансового состояния кредитной организации на основе публикуемой отчетности Ю. И. Журавлев, О. В. Сенько, Н. Н. Бондаренко, В. В. Рязанов, А. А. Докукин, А. П. Виноградов	30
Теоретические основы оптимизации по континуальному критерию VaR на совокупности рынков Г. А. Агасандян	36
Выходящие потоки в однолинейной системе с относительным приоритетом В. Г. Ушаков, Н. Г. Ушаков	42
Среднеквадратичный риск нелинейной регуляризации задачи обращения линейных однородных операторов при случайном объеме выборки О. В. Шестаков	48
Комплексное управление в одном классе систем с параллельным обслуживанием М. Г. Коновалов, Р. В. Разумчик	54
Система массового обслуживания Geo/G/1/∞ с инверсионным порядком обслуживания и ресамплингом в дискретном времени Л. А. Мейханаджян, Р. В. Разумчик	60
Численные схемы фильтрации марковских скачкообразных процессов по дискретизованным наблюдениям I: характеристики точности А. В. Борисов	68
О представлении гамма-экспоненциального и обобщенного отрицательного биномиального распределений А. А. Кудрявцев	76

Информатика и её применения

Том 13 Выпуск 4 Год 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Формирование концептов на основе малых выборок А. А. Грушо, М. И. Забежайло, Н. А. Грушо, Е. Е. Тимонина	81
Использование метаданных для реализации требований политики безопасности MLS А. А. Грушо, Н. А. Грушо, Е. Е. Тимонина	85
Темпоральные данные в лексикографических базах знаний А. А. Гончаров, И. М. Зацман, М. Г. Кружков	90
Кодирование концептов в цифровой среде И. М. Зацман	97
Законы информатики и синергетики в познании сложных систем Р. Б. Сейфуль-Муллюков	107
Об авторах	114
Авторский указатель за 2019 г.	116
2019 Author Index	121
Правила подготовки рукописей	126
Requirements for manuscripts	129

ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ ВЕСОВОГО ПАСПОРТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Л. Л. Вышинский¹, М. К. Курьянский², Ю. А. Флеров³

Аннотация: Статья посвящена вопросам создания цифровой модели весового паспорта летательных аппаратов (ЛА). Весовой паспорт разрабатывается на этапе проектирования нового изделия и сопровождает его на всех этапах жизненного цикла. Наибольшее значение цифровой весовой паспорт приобретает в процессе эксплуатации готовых изделий. Программная реализация весового паспорта служит не только справочным эксплуатационным пособием, но и инструментом для проведения сложных весовых расчетов при подготовке полетных заданий, при проведении регламентных и ремонтных работ. Представлена концепция и программная реализация цифрового весового паспорта ЛА.

Ключевые слова: цифровая модель; автоматизация проектирования; летательный аппарат; весовое проектирование; весовая модель; дерево конструкции; генератор проектов

DOI: 10.14357/19922264190401

1 Понятие весового паспорта летательного аппарата

Введение в обиход нового термина всегда связано с определенным риском появления уродливого мема, допускающего многозначные интерпретации. Термин «весовой паспорт летательного аппарата», который ранее не употреблялся в самолетостроении, требует своего толкования и объяснения необходимости введения такого понятия. Согласно ГОСТ 2.601-2013 (ЕСКД) в составе эксплуатационной документации на любую выпускаемую продукцию должен быть паспорт — «документ, содержащий сведения, удостоверяющие гарантии изготовителя, значения основных параметров и характеристик (свойств) изделия, а также сведения о сертификации и утилизации».

Цифровой весовой паспорт ЛА — это дополнение к обычному техническому паспорту, которое детализирует такие основные параметры изделия, как вес, положение центра масс и другие массово-инерционные характеристики ЛА. Эти параметры напрямую влияют на эффективность и безопасность эксплуатации воздушных судов. Однако информационное дополнение к существующему документу, даже если оно содержит очень важную информацию, не может служить поводом для введения в обиход нового термина и нового типа эксплуатационной документации. Разумеется, это важное дополнение к основному документу в соответствии с современными требованиями должно быть ре-

ализовано как специальное компьютерное приложение. Но и это не ново. Отличительная особенность вводимого в данной работе понятия состоит в характере реализации цифрового весового паспорта. Цифровой весовой паспорт здесь — это не просто электронный документ, позволяющий на компьютере хранить и просматривать техническую информацию. Цифровой паспорт должен: (а) содержать весь необходимый объем весовой информации об изделии; (б) предоставлять ее для анализа и контроля; (в) обеспечивать поддержание весовой информации об изделии в актуальном состоянии в течение всего жизненного цикла и, главное, (г) предоставлять возможность проведения необходимых весовых расчетов, в том числе при подготовке изделия к полету.

Таким образом, весовой паспорт, с одной стороны, является информационным эксплуатационным документом, а с другой стороны, это программный инструмент, который должен поставляться вместе с готовым изделием. Аналогично можно было бы говорить не только о весовых программных эксплуатационных продуктах, но и о других программах, направленных на различные аспекты эксплуатации ЛА или их систем. В данной работе речь идет о весовом паспорте, поскольку весовая информация охватывает очень широкий круг вопросов, а ее накопление, хранение, использование — это самый сложный организационно-технический и информационно-вычислительный процесс. Полная весовая информация об изделии составля-

¹ Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, wysh@ccas.ru

² Научно-технический центр «Объединенная авиастроительная корпорация», m.kuryanskiy@uacrussia.ru

³ Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, fler@ccas.ru

ет многие мегабайты цифровых данных, которые сложно организованы в многоуровневые иерархические структуры, отражающие конструкции тысяч деталей, узлов и агрегатов. Представлять мегабайты и структуры для визуального контроля, как это обычно бывает в эксплуатационных документах, бессмысленно. Однако эта информация необходима для проведения весовых расчетов и весового контроля в процессе эксплуатации ЛА. Замена узлов и деталей, вышедших из строя (а таких деталей бывает много), проведение разных форм ремонта, различные варианты размещения на борту перевозимой целевой нагрузки, процессы заправки и выработки топлива — все эти процессы требуют расчетов и анализа критических параметров центровки, полетных и взлетно-посадочных характеристик. Существующие формы эксплуатационной документации не могут в полном объеме обеспечить решение всех перечисленных задач.

Современные информационные технологии и вычислительные мощности компьютеров позволяют держать в памяти всю необходимую весовую информацию в структурированном упорядоченном виде и управлять ею для скрупулезного весового контроля при решении всех задач эксплуатации, начиная с испытаний и сертификации и до утилизации изделия. В этом и состоит задача цифрового весового паспорта ЛА.

Создание информационной базы для весового паспорта и его комплектация как программного продукта должны вестись параллельно с разработкой самого изделия. Это должно быть задачей процесса весового проектирования, одного из важнейших процессов создания ЛА.

2 Весовое проектирование летательного аппарата

На самых начальных этапах проектирования закладывается весовой облик ЛА. Под весовым обликом обычно понимают набор тех параметров, которые потом указываются во всех эксплуатационных документах, справочниках и энциклопедиях: нормальный и максимальный взлетный вес, максимальный вес перевозимой нагрузки, необходимый запас топлива, вес пустого (снаряженного) изделия и некоторые другие немногочисленные величины. Разумеется, на начальной стадии существуют лишь некоторые оценки параметров весового облика. Как правило, такие оценки вычисляются на основе анализа возможных прототипов ЛА и/или с применением упрощенных моделей функционирования. На следующем этапе, на этапе формирования облика ЛА, когда появляется компоновочная

схема и выбираются параметры основных агрегатов (крыла, фюзеляжа, оперения, силовой установки), весовой облик уточняется и детализируется. Одновременно закладываются данные для дальнейшей проработки конструкции планера, проектирования бортовых систем, всего комплекса бортового оборудования, а также размещения полезной нагрузки и топливных емкостей.

Одна из центральных задач в детальной проработке проекта — весовые расчеты, весовой анализ и оптимизация весовых параметров. Все эти задачи принято называть весовым проектированием ЛА. Термин «весовое проектирование» был введен в книге В. М. Шейнина и В. И. Козловского [1]. Важность этого аспекта проектирования обуславливает наличие в авиационных конструкторских бюро специальных весовых бригад, весовых отделов. Сложность задач весового проектирования состоит в экспоненциальном росте числа деталей по мере углубления проекта, сетевого разрастания связей между его отдельными компонентами, необходимости постоянного мониторинга весовых параметров как отдельных агрегатов, включая узлы и детали, так и параметров весового облика изделия в целом. Размерность возникающих задач весового проектирования постоянно растет. В современных проектах число деталей, узлов и агрегатов доходит до сотен тысяч.

Одна из главных задач процесса весового проектирования — упорядочение и систематизация всей весовой информации, т. е. построение строгой, формальной, информационной весовой модели ЛА, пригодной для использования на всех этапах жизненного цикла изделия. Весовая модель ЛА, которая лежит в основе процессов весового проектирования, достаточно подробно описана в [2]. На базе этой модели строится структурно-параметрическая информационная модель весового паспорта. Весовую модель ЛА можно разделить на «условно постоянную» и «переменную» части. Постоянная часть весовой модели описывает собранную на производстве конструкцию изделия, которую в весовых классификаторах принято называть «пустым» изделием. К переменной же части относят те компоненты, которые в соответствии с проектом и назначением ЛА размещаются на борту непосредственно перед полетом. Эти две части весовой модели играют разную роль в весовом паспорте.

Описание конструкции пустого изделия на этапе эксплуатации важно при выполнении регламентных работ, при контроле выработки ресурса отдельных агрегатов, при ремонте и замене деталей, узлов и целых агрегатов, например двигателей, выработавших свой ресурс. Информация в весовом паспорте о переменных компонентах ЛА исполь-

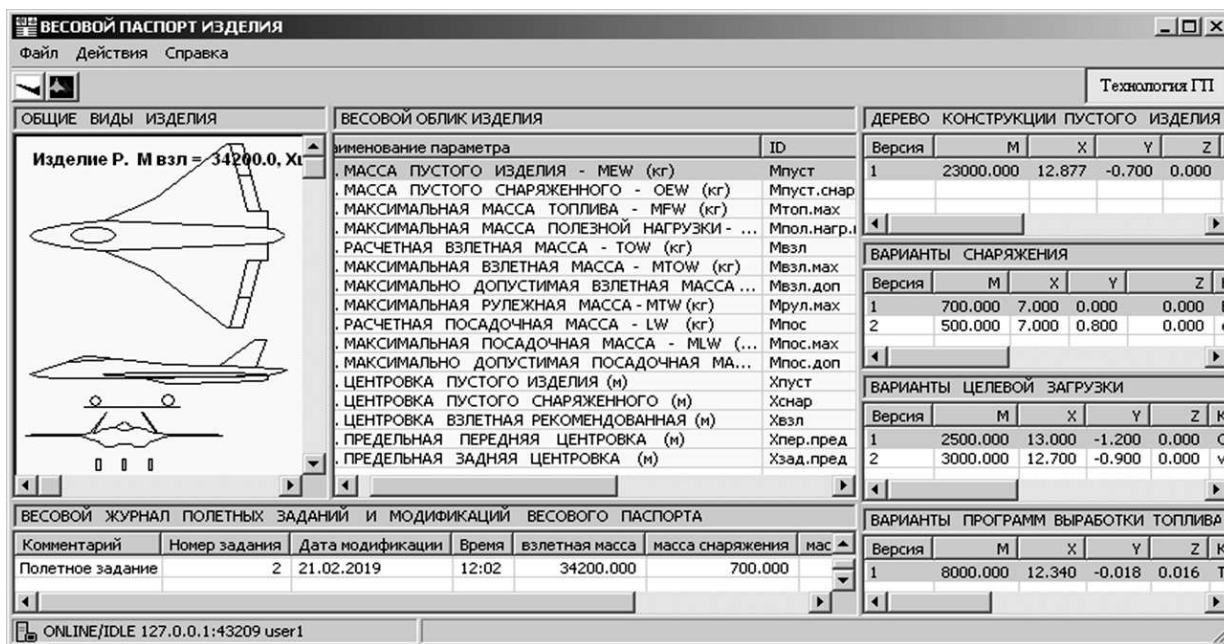


Рис. 1 Структура весового паспорта ЛА

зуются регулярно в процессе подготовки полетных заданий. Исходя из этих соображений, строится информационная структура весового паспорта.

3 Структура весового паспорта летательного аппарата

Информационная модель, положенная в основу весового паспорта, не во всем совпадает с весовой моделью этапа проектирования. На первое место в весовом паспорте выносятся эксплуатационные параметры, которые представляют весовой облик изделия. На рис. 1 приведена структура весового паспорта.

На первой его экранной форме выводятся общие виды изделия, таблица параметров весового облика и информационные панели основных структур весовой модели изделия:

- дерево конструкции пустого изделия;
- варианты снаряжения и служебной нагрузки;
- варианты целевой загрузки;
- варианты программ заправки и выработки топлива;
- весовой журнал полетных заданий и модификаций весового паспорта.

В таблице «Весовой облик изделия» даны значения основных весовых параметров, в том числе тех параметров, декларация которых необходима при

сертификации ЛА¹. Как правило, параметры весового облика изделия служат ограничителями при подготовке и выполнении полетных заданий. Набор параметров весового облика изделия зависит от назначения ЛА и может варьироваться в определенных пределах. Параметры весового облика детализируются в основных разделах паспорта.

4 Дерево конструкции пустого изделия

В разделе «Дерево конструкции пустого изделия» представлена постоянная составляющая весовой модели. Конструкция пустого изделия представляет собой иерархическую структуру, которая включает собственно конструкцию, силовую установку, самолетные системы и специальное бортовое оборудование. Структура дерева конструкции выстраивается в соответствии с принятым весовым классификатором. Вообще, в авиационной отрасли нет единого весового классификатора. Есть лишь определенные практики, которые связаны с типом и назначением ЛА, а также с традициями проектной организации.

На рис. 2 приведен пример отображения информации в разделе «Дерево конструкции пустого изделия». В левой части экранной формы представлена структура конструкции, а в правой — информационная карта выбранного элемента. Надо

¹ В связи с необходимостью международной сертификации вместе с принятыми в российской авиационной отрасли обозначениями в весовом паспорте желательнее приводить принятые аббревиатуры этих параметров в англоязычном употреблении.

ДЕРЕВО КОНСТРУКЦИИ				ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦИИ		
ID	Наименование элемента конструкции	M	X	ID	Наименование параметра	Значение
P	ПУСТОЕ ИЗДЕЛИЕ	23000.000	12.877	P.2.1.01	Чертежный номер.	99.0001.09.00
P.1	ПЛАНЕР	13400.000	13.052	P.2.1.02	Тип	ТРДДФ
P.1.1	ФЮЗЕЛЯЖ	4700.000	11.255	P.2.1.03	Масса	1500
P.1.1.1	ГОЛОВНАЯ ЧАСТЬ	1700.000	8.000	P.2.1.04	Улт	16.0
P.1.1.2	ЦЕНТРАЛЬНАЯ ЧАСТЬ	1900.000	12.000	P.2.1.05	Улт	0.0
P.1.1.3	ЗВОСТОВАЯ ЧАСТЬ	1100.000	15.000	P.2.1.06	Улт	1.1
P.1.2	КРЫЛО	6500.000	14.077	P.2.1.07	Собственный МИ ЗХ	220.0
P.1.2.1	КЕССОН	5000.000	13.800	P.2.1.08	Собственный МИ ЗУ	2500.0
P.1.2.2	МЕХАНИЗАЦИЯ	1500.000	15.000	P.2.1.09	Собственный МИ ЗЗ	2500.0
P.1.3	ГО	0.000	0.000	P.2.1.10	Собственный МИ ЗЖ	100.0
P.1.4	ВО	900.000	18.000	P.2.1.11	Габаритные размеры	
P.1.5	ВПУ	1300.000	11.000	P.2.1.11.1	- длина	5.4
P.2	СИЛОВАЯ УСТАНОВКА	5300.000	14.887	P.2.1.11.2	- ширина	1.2
P.2.1	ДВИГАТЕЛЬ 1	1500.000	16.000	P.2.1.11.3	- высота	1.2
P.2.2	ДВИГАТЕЛЬ 2	1500.000	16.000	P.2.1.12	Положение в СК агрегата	P.2.1
P.2.3	МОТОГОНДОЛА 1	700.000	13.500	P.2.1.12.1	X0	5.0
P.2.4	МОТОГОНДОЛА 2	700.000	13.500	P.2.1.12.2	Y0	0.0
P.2.5	СИСТЕМЫ СУ	600.000	14.000	P.2.1.12.3	Z0	0.0
P.2.6	ТОПЛИВНАЯ СИСТЕМА	300.000	12.000	P.2.1.12.4	Alpha	0.0
P.3	САМОЛЕТНЫЕ СИСТЕМЫ	2100.000	12.848	P.2.1.12.5	Beta	0.0
P.3.1	СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ	600.000	14.000	P.2.1.12.6	Gamma	0.0
P.3.2	ЭЛЕКТРОСИСТЕМА	440.000	15.000	P.2.1.13	Вид изделия	Покупное
P.3.3	ГИДРОСИСТЕМА	420.000	14.000	P.2.1.14	Название	ЛА-93Ф5
P.3.4	ПНЕВМОСИСТЕМА	300.000	12.000	P.2.1.15	Поставщик	ПАО "Юпитер"
P.3.5	ПИЛОТАЖНО-НАВИГАЦИОННАЯ ...	220.000	7.000	P.2.1.16	Изготовитель	ПАО "Юпитер"
P.3.6	СИСТЕМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ	120.000	8.000	P.2.1.17	Цена (млн)	1.2
P.4	БРЭО	2200.000	7.000	P.2.1.18	Ресурс (ч)	500

Рис. 2 Дерево конструкции пустого изделия

сказать, что на разных стадиях жизненного цикла ЛА структура конструкции может быть представлена по-разному, поэтому в весовом паспорте может потребоваться реструктуризация весовой модели, построенной на этапе проектирования. Это связано с некоторыми отличиями логики использования весовой информации при проектировании и при эксплуатации изделий.

Идентификация и кодификация элементов конструкции — важный аспект проектирования, от которого во многом зависит удобство работы со структурами и параметрами изделия. В авиастроении есть ряд отраслевых стандартов, определяющих правила присвоения идентификаторов, чертежных номеров разным группам элементов конструкции. Но в целом этот аспект разработки весовых моделей находится в компетенции проектировщиков.

Основными параметрами элементов конструкции в весовом паспорте служат массово-инерционные характеристики — масса, координаты центра тяжести, моменты инерции. Положение центра тяжести и моменты инерции задаются в системе координат с началом в точке (X_0, Y_0, Z_0) и тремя углами поворота (α, β, γ) относительно указанной по ссылке другой системы координат. Таким образом, в дереве конструкции может быть задано несколько вложенных систем координат, что создает удобство построения весовой модели. В весовом паспорте в качестве справочного материала могут быть заданы другие данные, облегчающие контроль и поиск неисправностей, — позиционные параметры сборок, дополнительные указатели мест размещения деталей и пр. Составы параметров разных агрегатов могут отличаться за счет характеристик, определяющих специфические свойства конструкции. Полный набор параметров элемента конструкции определяется типом элемента. Тип служит важным параметром, позволяющим осуществлять выборки

и формировать различные сводки и реестры, которые могут быть полезны в процессе эксплуатации изделий. Например, реестры для анализа располагаемых ресурсов силовых элементов — шпангоутов, нервюр, стрингеров, реестры агрегатов для установки перевозимых грузов, узлов крепления подвесных топливных баков и других элементов переменной части весовой модели.

5 Переменная часть весовой модели летательного аппарата

К переменной части весовой модели относят снаряжение ЛА, служебную и целевую нагрузку, а также расходуемое топливо. В соответствующих разделах весового паспорта даются перечни элементов нагрузки, которые могут быть размещены на борту данного ЛА. Для разных типов ЛА характер перевозимой нагрузки имеет принципиальные различия. Для пассажирских воздушных судов трудно заранее точно определить состав и общую массу пассажиров с багажом. Можно лишь приблизительно оценить вес нагрузки в пассажирских салонах и в багажных отсеках. Но при подготовке конкретного рейса могут быть известны коэффициенты заполнения салонов и багажных отсеков, на основании которых оценивается реальная нагрузка. Если же ЛА предназначен для контейнерных перевозок и/или перевозок крупногабаритных грузов, в весовой паспорт можно включить реестры таких элементов нагрузки с указанием габаритных размеров и массово-инерционных характеристик. Для ЛА военного назначения целевая нагрузка размещается либо в специальных внутренних отсеках, либо на внешних подвесках.

Список допустимых к установке на борту элементов нагрузки — важная составляющая весово-

го паспорта. Включение какого-либо элемента вооружения или крупногабаритного груза специального назначения в перечень допустимой нагрузки, как правило, требует отдельных расчетов или согласования с конструкторским бюро, несущим ответственность за функционирование изделия. Отдельной задачей весовых расчетов, которые должны быть реализованы в весовом паспорте, является анализ динамики изменения центровки ЛА в процессе перемещения на борту крупногабаритных грузов или при сбросе нагрузки в полете. В основном, это относится к транспортным самолетам, к самолетам и вертолетам, используемым при пожаротушении, и т. п. Весовой паспорт должен позволять провести все необходимые весовые расчеты, связанные с проверкой весовых эксплуатационных ограничений.

Для удобства работы в весовом паспорте при подготовке полетных заданий данные о допустимых элементах нагрузки должны быть систематизированы, классифицированы и организованы в специальные каталоги и реестры. Схема построения каталогов элементов нагрузки такая же, как и для дерева конструкции. Каждый элемент нагрузки снабжен информационной картой с присущим данному элементу набором параметров. Так же, как и в дереве конструкции пустого изделия, основными параметрами служат массово-инерционные характеристики, которые при установке на борту пересчитываются в зависимости от места их размещения. Перечни допустимых мест размещения конкретных элементов нагрузки являются необходимыми атрибутами каталогов нагрузки.

6 Потребный запас топлива

Важнейший аспект подготовки полетных заданий ЛА — вычисление необходимого запаса расходуемого топлива и анализ изменения массы и центровки ЛА в полете. Объем заправляемого топлива отражается не только на летных характеристиках, но и на экономической эффективности эксплуатации изделия, поэтому в весовом паспорте должна содержаться вся необходимая информация для расчета потребного запаса топлива:

$$M_{\text{потр_топл}} = M_{\text{рул}} + M_{\text{взл_пос}} + M_{\text{марш}} + M_{\text{комп}} + M_{\text{рез}},$$

где $M_{\text{потр_топл}}$ — потребный запас топлива для выполнения полетного задания; $M_{\text{рул}}$ — количество топлива, расходуемого двигателями на земле при прогреве, опробовании и рулении; $M_{\text{взл_пос}}$ — количество топлива, расходуемого на взлет и посадку;

$M_{\text{марш}}$ — количество топлива, расходуемого в полете от исходного пункта маршрута до конечного пункта или до пункта следующей заправки; $M_{\text{комп}}$ — компенсационный запас топлива, который учитывает возможные навигационные потери, связанные с отклонениями от маршрута по метеорологическим и другим обстоятельствам; $M_{\text{рез}}$ — резервный запас для ухода на второй круг или на запасной аэродром.

В топливной системе ЛА в процессе эксплуатации всегда существует невырабатываемый и несливаемый остаток топлива. Масса этого топлива согласно весовому классификатору учитывается в массе снаряженного изделия.

Расчет всех компонент потребного запаса топлива ведется обычно по действующим нормам и правилам летной эксплуатации воздушных судов и зависит от параметров ЛА и многих параметров конкретного полетного задания и условий базирования. Для разных типов ЛА алгоритмы расчетов могут отличаться. Кроме внешних факторов вся информация для выполнения расчетов потребного запаса топлива должна содержаться в цифровом весовом паспорте, а программные компоненты должны включать все необходимые расчетные процедуры, соответствующие регламенту подготовки ЛА к полету. Рассчитанный объем потребного запаса топлива может потребовать включения в полетную конфигурацию изделия дополнительных подвесных или вкладных топливных емкостей. Размещение мобильных топливных емкостей определяет динамические массово-инерционные характеристики текущего запаса топлива на борту. В полете происходит автоматическое переключение выработки топлива из разных баков. Переключения выработки топлива от бака к баку, а также перекачка топлива из одного бака в другой обусловлены необходимостью выполнения в полете ограничений по центровке, т. е. необходимостью сохранения центра тяжести в определенных границах. Программа переключения выработки заложена в устройства автоматики топливной системы или в бортовой компьютер, управляющий топливной системой. В весовом паспорте программа выработки топлива представляется в виде цифровых таблиц послыного расхода топлива из разных баков. На рис. 3 приведен пример визуализации хранящейся в весовом паспорте информации по программам выработки топлива. Как уже говорилось, программа выработки топлива зависит от полетной конфигурации размещения подвесных и вкладных топливных баков.

Слева на экране визуализируется размещение топливных баков и приводится диаграмма текущих остатков топлива в каждом из баков. (В данной конфигурации представлены только стационарные ба-

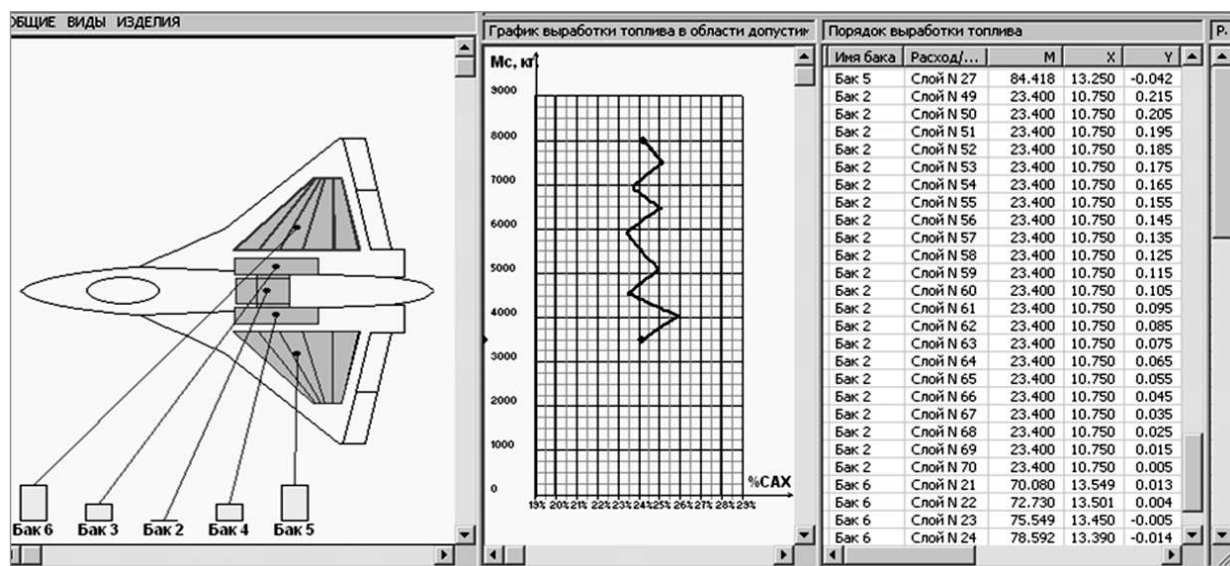


Рис. 3 Программа выработки топлива

ки.) Справа выводится таблица последовательной выработки топлива. В ней указывается, из какого бака и в каком количестве вырабатывается топливо. В центре диаграммы дан график изменения массы текущего остатка топлива и положения центра масс в координатах $\langle X_{\text{топл}}, M_{\text{топл}} \rangle$. Переломы на графике соответствуют моментам переключения выработки топлива с одного бака на другой. Эта информация используется при анализе полетного задания, когда суммируются все весовые данные по пустому изделию, снаряжению и целевой нагрузке.

7 Весовой журнал полетных заданий

Одна из основных задач, в которых может и должен использоваться такой программный инструмент, как весовой паспорт, — это весовой анализ при подготовке к выполнению полетных заданий. Цель предполетного анализа состоит в проверке всех взлетно-посадочных и полетных ограничений. Такой анализ должен проводиться при каждом вылете при конкретных вариантах снаряжения, целевой нагрузки и заправки топливных баков. Если в полетном задании предусмотрена дозаправка в воздухе или сброс целевой нагрузки, то должны быть промоделированы все подобные ситуации полетного задания. Актуальной задачей в планировании и реализации использования изделий является коммерческая оптимизация параметров полетных заданий — экономия на топливе, на времени подготовки к вылету, на погрузке-разгрузке. Весовой паспорт, его информационные и вычислительные

возможности могут с успехом использоваться при решении таких задач.

В весовом паспорте предусмотрен интерактивный режим для формирования условий полетного задания. Последовательность действий в этой задаче состоит из следующих шагов:

- выбор снаряжения из множества допустимых вариантов;
- выбор варианта из множества допустимых вариантов целевой загрузки;
- если такой вариант не найден, то формирование специально под данное полетное задание варианта загрузки;
- на основании дальности и режима полета расчет потребного запаса топлива с учетом условий базирования как на аэродроме вылета/прилета, так и промежуточных точках посадки, включая запасные взлетно-посадочные полосы;
- выбор конфигурации дополнительных топливных баков для обеспечения заправки нужного количества топлива.

Таким образом будет полностью сформирована полетная конфигурация ЛА. В результате анализа этой конфигурации автоматически пересчитываются массово-инерционные характеристики изделия вдоль всей траектории от взлета до посадки, с учетом уборки и выпуска шасси, со сбросом и передвижением грузов. На экране выводятся результаты расчета, автоматически проверяются ограничения по взлету и посадке, по нагрузке на стойки шасси, по передней и задней центровке. Если

заданные ограничения нарушены, то об этом сообщается на экране текстом о сути нарушений.

В случае удовлетворения всем ограничениям выпускаются необходимые по регламенту документы и все необходимые данные заносятся в журнал полетных заданий весового паспорта. После выполнения полета в журнале полетных заданий делаются необходимые отметки, для агрегатов конструкции с ограниченным ресурсом проводится его коррекция.

Любые изменения в конструкции пустого изделия, связанные с регламентными работами, с плановым или внеплановым ремонтом, с заменой покупных изделий, отдельных компонент оборудования, все конструктивные изменения должны регистрироваться в журнале изменений весовой модели, с перерасчетом массово-инерционных параметров и параметров весового облика изделия. Таким образом, весовой паспорт должен отражать все процессы, происходящие на этапе эксплуатации ЛА.

8 Место цифрового весового паспорта в жизненном цикле летательного аппарата

Цифровой весовой паспорт ЛА (так же, как и весовая модель ЛА) состоит из двух частей — постоянной части (программного обеспечения — ПО) и переменной части (базы данных — БД), представляющей весовую модель изделия. Программное обеспечение — это оболочка весового паспорта, а БД — это его суть. Программное обеспечение

не зависит от назначения и типа ЛА. Разработка ПО весового паспорта — дело профессионалов в области прикладных информационно-вычислительных систем. А вот создание весовой модели изделия, наполнение БД паспорта информацией о конкретном проектируемом ЛА — это дело профессионалов в области авиастроения.

Хотелось бы подчеркнуть, что на всех этапах жизненного цикла ЛА, в том числе на этапе эксплуатации, должно осуществляться информационное и программное сопровождение цифрового весового паспорта, для того чтобы отслеживать новые разработки, связанные с данным изделием.

На рис. 4 схематически показано место весового паспорта в жизненном цикле ЛА.

9 Заключение

Цифровая модель весового паспорта ЛА, представленная в данной статье, реализована средствами программного инструментального комплекса «Генератор проектов», описанного в [3]. Применение к модели весового паспорта ЛА определения «цифровая» — в определенной степени дань моде всеобщей «цифровизации». В то же время таким названием хотелось подчеркнуть отличие этого вида технической документации от уже привычных «электронных» эксплуатационных документов, которые в большинстве своем являются неструктурированными текстовыми или графическими файлами. Определение «цифровой» подчеркивает, что информация в этом документе построена на числовых данных, которые можно не только прочесть, но и использовать для проведения сложных вы-

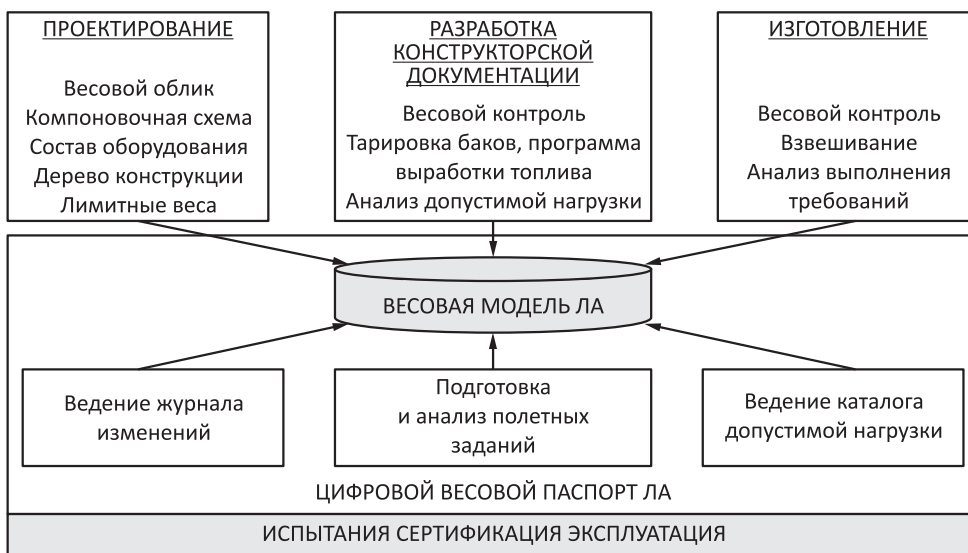


Рис. 4 Весовой паспорт в жизненном цикле ЛА

числений на этапе подготовки полетных заданий и во всех процессах технического обслуживания изделия. Кроме функций, связанных с подготовкой полетных заданий, цифровой весовой паспорт может использоваться непосредственно в полете. Он должен стать неотъемлемой частью бортового программного обеспечения ЛА. В дальнейшем необходимо будет расширить его функции до сбора информации с различных бортовых цифровых датчиков и использования этих данных в расчетах текущей полетной массы и центровки. Создание дополнительного канала сбора и анализа оперативной бортовой информации повысит надежность и безопасность управления ЛА.

Литература

1. Шейнин В. М., Козловский В. И. Весовое проектирование и эффективность пассажирских самолетов. — М.: Машиностроение, 1977. Т. 1. 343 с.
2. Вышинский Л. Л., Флёров Ю. А., Широков Н. И. Автоматизированная система весового проектирования самолетов // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 1. С. 18–30. doi: 10.14357/19922264180103.
3. Вышинский Л. Л., Гринева И. Л., Флеров Ю. А., Широков А. Н., Широков Н. И. Генератор проектов — инструментальный комплекс для разработки «клиент-серверных» систем // Информационные технологии и вычислительные системы, 2003. № 1-2. С. 6–25.

Поступила в редакцию 18.03.19

DIGITAL MODEL OF THE AIRCRAFT'S WEIGHT PASSPORT

L. L. Vyshinsky¹, M. K. Kuryansky², and Yu. A. Flerov¹

¹A. A. Dorodnicyn Computing Center, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 40 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

²Department of Advanced Research-Scientific and Technical Center, United Aircraft Corporation, 5B Pionerskaya Str., Moscow 115054, Russian Federation

Abstract: The paper is devoted to the problem of the digital modeling of an aircraft's weight passport. A weight passport is developed at the stage of a new product's design and accompanies it during all other stages of the life cycle. A digital weight passport plays the most important role when the released product is being operated. A software implementation of the weight passport serves not only as the reference manual, but also as the tool for carrying out complex weight calculations during the preparation of flight tasks, maintenance, and repair work. The paper proposes the concept and the software implementation of an aircraft's digital weight passport.

Keywords: digital model; design automation; aircraft; weight design; weighting model; design tree; project generator

DOI: 10.14357/19922264190401

References

1. Sheynin, V. M., and V. I. Kozlovskiy, eds. 1977. *Vesovoe proektirovanie i effektivnost' passazhirskikh samoletov* [Weight design and performance of passenger aircraft]. Moscow: Mashinostroenie. Vol. 1. 343 p.
2. Vyshinskiy, L. L., Yu. A. Flerov, and N. I. Shirokov. 2018. *Avtomatizirovanaya sistema vesovogo proektirovaniya samoletov* [Automated system of weight design of aircraft]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform Appl.* 12(1):18–30. doi: 10.14357/19922264180103.
3. Vyshinskiy, L. L., I. L. Grineva, Yu. A. Flerov, A. N. Shirokov, and N. I. Shirokov. 2003. *Generator proektov — instrumental'nyy kompleks dlya razrabotki “klient-servernykh” sistem* [Project generator — a tool complex for the development of “client-server” systems]. *Informatsionnyye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy* [Information Technologies and Computing Systems] 1-2:6–25.

Received March 18, 2019

Contributors

Vyshinsky Leonid L. (b. 1941) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, leading scientist, A. A. Dorodnicyn Computing Center, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 40 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; wysh@ccas.ru

Kuryansky Mikhael K. (b. 1955) — Deputy Director, Department of Advanced Research-Scientific and Technical Center, United Aircraft Corporation, 5B Pionerskaya Str., Moscow 115054, Russian Federation; m.kuryanskiy@uacrussia.ru

Flerov Yuri A. (b. 1942) — Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science in physics and mathematics, professor, principal scientist, A. A. Dorodnicyn Computing Center, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 40 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; fler@ccas.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ФОРМИРОВАНИЯ ОГРАНИЧЕННОГО ПО ВРЕМЕНИ ТЕСТА В СИСТЕМЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ*

А. В. Босов¹, Г. А. Мхитарян², А. В. Наумов³, А. П. Сапунова⁴

Аннотация: Рассмотрена задача формирования индивидуальных заданий (тестов) с минимизацией по времени выполнения в системе дистанционного обучения (СДО). В качестве критерия используется свертка двух взвешенных нормированных величин, связанных с отклонением сложности формируемого теста от заданного уровня и квантилью времени выполнения теста. В качестве модели случайного времени ответа студента на задание используется модель гамма-распределения. Предложен алгоритм для оценивания параметров гамма-распределения для каждого задания в предположении, что сложности заданий определяются или экспертом, или при помощи соответствующих алгоритмов, основанных на модели Раша. Приводятся результаты численного эксперимента.

Ключевые слова: система дистанционного обучения; метод максимального правдоподобия; адаптивные системы; квантильная оптимизация

DOI: 10.14357/19922264190402

1 Введение

В настоящее время одной из знаковых тенденций в области информационных технологий стало применение методов анализа данных для адаптации логики программного обеспечения с учетом изменений пользовательского поведения, его реакции на такие изменения и полученных от этого данных. В случае с СДО (авторский опыт сформирован СДО МАИ CLASS.NET [1]) стоит упомянуть применение теории ответов на задания (item response theory, IRT), которая помогает проводить тестирование студентов, учитывая специфику обучаемых [2–10]. Для использования этих теорий на практике обычно проводится исследование поведенческих характеристик пользователей, таких как скорость выполнения заданий, время, затраченное на выполнение, способности студентов и др. Когда требуется спроектировать систему, способную адаптироваться под различные категории пользователей, решается задача прогнозирования перечисленных выше пользовательских характеристик [2, 3, 6, 9, 10].

В работах [9, 10] была исследована задача формирования ограниченных по времени индивидуальных заданий (тестов) в предположении модели логнормального распределения времени ответа на задания для каждого пользователя СДО и дис-

кретного распределения времени для универсального пользователя, чьи индивидуальные особенности игнорировались в рамках упрощения модели времени выполнения задания. Ввиду особенностей законов распределения случайного времени алгоритмы решения этих задач оказывались достаточно затратными по времени и обладали высокой вычислительной сложностью.

В данной статье продолжено изучение модели времени, затрачиваемого студентами на задания теста, а также решается задача формирования тестов с учетом случайного времени, определяемого гамма-распределением.

2 Модель времени ответа пользователя на задание системы

Одной из основных математических моделей времени ответа пользователя на задачу, в том числе в процессе тестирования СДО, является логнормальная модель Ван дер Линдена [3]. Этой модели не свойственны излишние сложности в оценке параметров распределения, которые могут быть найдены методом максимального правдоподобия.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-07-00617-А).

¹ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, ABosov@frcsc.ru

² Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), naumovav@mail.ru

³ Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), grgmkn@mail.ru

⁴ Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), sap2603@mail.ru

Действительно, пусть имеется набор $Z = (z_1, \dots, z_I)$ из I заданий, каждое из которых имеет определенный уровень сложности и, следовательно, отличается от других задач временем, требуемым пользователю для ответа. Модель Ван дер Линдена предполагает, что логарифм времени T_j^i ответа j -го пользователя на задачу i имеет три составляющих, одна из которых связана с индивидуальной сложностью рассматриваемого задания (β_i , $i = 1, \dots, I$), другая отвечает за физиологические особенности пользователя, решающего это задание (τ_j , $j = 1, \dots, J$), а третья является общей составляющей для всех пользователей и заданий (μ). Таким образом, логарифм времени ответа пользователя на задание имеет вид:

$$\ln T_j^i = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J,$$

где ε_{ij} , $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$, — независимые случайные величины, $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ имеет гауссовское распределение.

Оценивание параметров модели μ , β_i и τ_i , $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$, не представляет существенных трудностей, эффективность обеспечивается классическими методами максимального правдоподобия или наименьших квадратов/модулей. Выражения получаемых оценок приведены, например, в [3].

Достоинство данной модели заключается в возможности получения распределения времени ответа каждого пользователя на каждое задание системы по имеющейся разрозненной статистике, так как далеко не каждый пользователь решал каждое задание. Известным недостатком данной модели является отсутствие возможности получения точного значения квантили общего времени выполнения теста пользователем, которое представимо как сумма случайных величин, соответствующих времени ответа пользователя на задания теста. При этом квантиль служит наиболее важной вероятностной характеристикой в рассматриваемой задаче, так как дает понимание того, сколько гарантированно с заданным уровнем доверительной вероятности потребуется времени пользователю для выполнения теста.

Параметры данной модели для каждого задания системы оцениваются на основе выборки, состоящей из значений времени, затраченного на решение данного задания конкретными пользователями. Таким образом, получается модель времени ответа универсального (усредненного) пользователя на каждое задание системы. Плотности вероятности логнормального и гамма-распределений имеют схожие структуры, однако известно, что сумма случайных величин, имеющих гамма-рас-

пределение, является гамма-распределенной случайной величиной, если эти случайные величины имеют одинаковый параметр θ . Это обеспечивает возможность находить точные значения квантили общего времени, затрачиваемого пользователем на решение теста, так как оно будет иметь известное гамма-распределение. Таким образом, ключевое значение для предлагаемой модели обеспечит оригинальный алгоритм подбора параметров гамма-распределения времени ответа универсального пользователя на задание системы, предлагаемый далее. Этот алгоритм формулируется так, чтобы параметр θ распределения был одинаковым для всех заданий, а значение второго параметра k определялось с помощью метода максимального правдоподобия.

3 Алгоритм определения параметров гамма-распределения

Целью работы алгоритма ставится подбор параметров гамма-распределений для каждого задания так, чтобы параметр θ был бы общим для всех заданий и при этом для максимального числа заданий при найденных оценках параметров распределений принималась бы гипотеза о гамма-распределении времени ответа пользователя на это задание. Пусть t_i , $i = 1, \dots, I$, — время ответа универсального пользователя на задание i , где I — число заданий, из которых формируется тест; t_j^i , $j = 1, \dots, I_i$, — реализация времени ответа пользователя j , затраченное им на решение задачи i , где I_i — число пользователей, решавших задачу i .

Опишем по шагам алгоритм подбора параметров гамма-распределений случайных величин t_i , $i = 1, \dots, I$.

Шаг 0. Обнулیم значения искоемых параметров и некоторых счетчиков алгоритма. Положим $\theta^* = 0$, где θ^* — искоемое значение параметра гамма-распределения, который одинаков для всех задач. Положим $k_i^* = 0$, где k_i^* — искоемое значение второго параметра распределения для i -го задания. Положим $S = 0$, где S — число задач, для которых принимается гипотеза о гамма-распределении времени ответа пользователя. Положим $m = 0$, где m — счетчик. Выберем уровень доверительной вероятности $1 - \alpha$ для проверки статистических гипотез.

Шаг 1. Для всех $i = 1, \dots, I$ по выборке объема I_i методом максимального правдоподобия находим оценки $\hat{\theta}_i$ параметра θ . Среди полученных значений находим минимальное $\hat{\theta}_{\min}$ и максимальное $\hat{\theta}_{\max}$ значения. Для варьирования параметра θ выберем шаг

$$h = \frac{\hat{\theta}_{\max} - \hat{\theta}_{\min}}{L},$$

где L — выбранное заранее число шагов дискретизации по θ . Положим $\theta_m = 0$.

Шаг 2. Положим $m := m + 1$, а $\theta_m = \theta_{m-1} + h$. Для каждого $i = 1, \dots, I$ по выборке $t_i^j, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, I_i$, определяем оценку второго параметра гамма-распределения

$$\hat{k}_i = \frac{\overline{t}_i^j}{\theta_m},$$

где \overline{t}_i^j — выборочное математическое ожидание.

Шаг 3. Для всех $i = 1, \dots, I$ на выбранном уровне доверительной вероятности $1 - \alpha$ проверяем с помощью критерия Пирсона гипотезу $H_0: t_i \sim \Gamma(\hat{k}_i, \theta_m)$. Если число принятых гипотез S' больше S , то полагаем $S = S', \theta^* = \theta_m, k_i^* = \hat{k}_i, i = 1, \dots, I$.

Шаг 4. Если $m < L - 1$, то перейти к шагу 2.

Шаг 5. Окончание работы алгоритма.

Полученная модель распределения позволяет предложить эффективный алгоритм решения актуальной задачи формирования теста для универсального пользователя так, чтобы его сложность минимально отличалась от заданного экспертом уровня сложности и при этом минимизировалось время выполнения теста, которое гарантированно не будет превышено с заданным уровнем доверительной вероятности. Предполагается при этом, что сложности каждого задания оцениваются на основе обработки статистических данных о работе пользователей с помощью модели Раша [2].

4 Постановка задачи формирования ограниченного по времени теста

Математическая постановка сформулированной выше задачи формирования теста предлагается далее в форме одноэтапной задачи квантильной оптимизации. Метод ее решения существенно использует возможность точного вычисления значения функции квантили, обеспечиваемую выбранной моделью распределения случайных параметров.

Задача определения подходящего набора приблизительно равных по суммарной сложности заданий была рассмотрена в [5, 9, 10]. В работе [10] эта задача сформулирована в форме одноэтапной задачи квантильной оптимизации и при дискретном распределении времени ответа пользователя на задание методами [11] сведена к детерминированной

задаче смешанного линейного программирования. Постановка этой задачи в рассматриваемом случае одного универсального пользователя имеет следующий вид.

Пусть существует множество $Z = (z_1, \dots, z_I)$ из I заданий, разделенных на M различных типов, I_m — число заданий m -го типа, т.е. $\sum_{m=1}^M I_m = I, m = 1, \dots, M$. Каждое задание принадлежит только одному типу, и для обозначения принадлежности задания к определенному типу введем матрицу A размерности $I \times M$:

$$A = \| a_i^m \|, \quad a_i^m = \begin{cases} 1, & z_i \in Z_m; \\ 0, & z_i \notin Z_m. \end{cases}$$

Данная матрица определяет принадлежность задания z_i к множеству заданий типа $Z_m, m = 1, \dots, M$, если $a_i^m = 1$.

Каждое из заданий имеет определенную сложность, которую, например, можно определить с помощью метода максимального правдоподобия, примененного к модели Раша в [2]. Введем вектор $u \in \mathbb{R}^I$ (здесь и далее под вектором имеется в виду вектор-столбец), координаты которого $u_i, i = 1, \dots, I$, обозначают принадлежность задания i к формируемому набору таким образом, что

$$u_i = \begin{cases} 1, & \text{если задача } i \text{ попала в тестовый набор;} \\ 0, & \text{если задача } i \text{ не попала в тестовый набор.} \end{cases}$$

Тестовым набором будут считаться l заданий, для которых $u_i = 1$. Предположим, что для каждого задания известна его сложность. Введем вектор $w \in \mathbb{R}^I$, i -я координата которого является сложностью i -го задания и будет обозначена как w_i .

Требуется составить множество индивидуальных тестовых наборов из l заданий, принадлежащих различным типам, учитывая, что $l \geq M$. При этом изначально задается суммарная сложность теста, обозначаемая через s , которая определяется на основе экспертной оценки. Предусмотрим, что возможно отклонение от данной требуемой суммарной сложности на какое-либо малое число в большую либо меньшую сторону. Обозначим такое число через ε .

Пусть по-прежнему $t_i, i = 1, \dots, I$, — время ответа универсального пользователя на задание i . Пусть в отличие от модели, полученной в [9], общее время на выполнение теста неизвестно, аналогично [10]. Обозначим его через φ . Тогда для того, чтобы за некоторое оптимальное время все тестируемые могли выполнить выданный вариант теста

с заданной вероятностью α , рассмотрим функцию квантили

$$\Phi_\alpha(u) \triangleq \min \left\{ \varphi \in R^1 : P \left\{ \sum_{i=1}^I t_i u_i \leq \varphi \right\} \geq \alpha \right\}. \quad (1)$$

Основываясь на описанной модели и введенных обозначениях, сформулируем задачу квантильной оптимизации:

$$u_\alpha = \arg \min_{u \in \{0;1\}^I} \left(\frac{\gamma |c - w^T u|}{\varepsilon} + \frac{(1 - \gamma)\Phi_\alpha(u)}{2700} \right); \quad (2)$$

$$\varphi_\alpha = \min_{u \in \{0;1\}^I} \left(\frac{\gamma |c - w^T u|}{\varepsilon} + \frac{(1 - \gamma)\Phi_\alpha(u)}{2700} \right);$$

$$c - w^T u \leq \varepsilon; \quad (3)$$

$$w^T u - c \leq \varepsilon; \quad (4)$$

$$A^T u \geq e_M; \quad (5)$$

$$e_I^T u = l, \quad (6)$$

где $(\cdot)^T$ — операция транспонирования, $e_I \in R^I$, $e_I = (1, \dots, 1)^T$; $e_M \in R^M$, $e_M = (1, \dots, 1)^T$; $\alpha \in (0, 1)$ — заданный уровень доверительной вероятности; $\gamma \in (0, 1)$ — весовой коэффициент.

Критериальная функция задачи в (2) представляет собой сумму двух нормированных безразмерных величин. Первое слагаемое является отклонением сложности теста от заданного уровня c , нормированного максимально допустимым уровнем отклонения ε . Второе слагаемое представляет собой время выполнения теста, которое не может быть превышено с заданным уровнем доверительной вероятности α . Это время нормируется максимально допустимым временем выполнения теста. Такой критерий представляется универсальным гибким инструментом формирования теста. С помощью весового коэффициента γ можно регулировать важность каждого слагаемого критерия. Ограничения (3) и (4) регламентируют выбор набора заданий в тесте, суммарная сложность которых должна отличаться от заданного экспертом уровня сложности не более чем на величину ε . Ограничение (5) отвечает за то, чтобы среди всех заданий

в тесте было хотя бы одно задание каждого типа, так как данная задача решается при условии, что $l \geq M$. Ограничение (6) означает, что в наборе должно быть ровно l заданий.

Преимущество использования в рассмотренной задаче модели гамма-распределения с найденными с помощью предложенного выше алгоритма оценками параметрами заключается в возможности точного вычисления значения функции квантили, так как сумма гамма-распределенных случайных величин в (1) является случайной величиной с известным гамма-распределением. Это позволяет, основываясь на методах, описанных в [11–13], предложить эффективную процедуру направленного перебора возможных значений целочисленных переменных оптимизации рассматриваемой задачи.

5 Результаты численного эксперимента

Для проведения анализа результатов решения сформулированной задачи воспользуемся исходными данными, полученными при обработке статистической информации о работе пользователей СДО МАИ CLASS.NET в [1].

Рассмотрим задания $M = 3$ различных типов, относящихся к основным, изучаемым в течение первого семестра, тематическим разделам курса «Математического анализа» СДО МАИ CLASS.NET, в каждом из которых по 10 различных заданий $I^m = 10$, $m = 1, 2, 3$. Обозначим задания в зависимости от типа $m = 1, \dots, M$ и номера $i = 1, \dots, I^m$ как z_i^m . Методами, предложенными в [6], была проведена оценка сложности каждого задания из общего числа при помощи алгоритма, основанного на модели Раша [2]. В результате были получены приведенные к десятибалльной шкале оценки значений сложностей w_i^m для каждого z_i^m , которые представлены в табл. 1.

Исходя из оценок значений сложности для каждого задания, выберем требуемую суммарную сложность $c = 29,46$ теста из $l = 5$ заданий. Возможный критерий выбора величины c был описан

Таблица 1 Сложность w_i^m задания z_i^m

m	i									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,311	3,254	3,254	3,254	4,874	5,368	7,011	7,217	8,244	9,636
2	4,132	6,902	2,121	3,436	2,456	5,359	6,902	7,283	7,815	9,399
3	2	2,418	2,666	3,653	5,242	5,547	6,453	7,194	8,795	3,657

Таблица 2 Значения параметров гамма-распределения времени ответа универсального пользователя на задание z_i^m

z_i^m	\hat{k}_i^m	z_i^m	\hat{k}_i^m	z_i^m	\hat{k}_i^m
z_1^1	17,94	z_1^2	60,25	z_1^3	19,95
z_2^1	27,37	z_2^2	191,99	z_2^3	22,54
z_3^1	26,44	z_3^2	25,80	z_3^3	26,56
z_4^1	26,58	z_4^2	26,52	z_4^3	26,79
z_5^1	34,51	z_5^2	25,02	z_5^3	67,62
z_6^1	54,25	z_6^2	89,31	z_6^3	74,86
z_7^1	150,77	z_7^2	101,18	z_7^3	137,56
z_8^1	159,78	z_8^2	154,15	z_8^3	189,29
z_9^1	237,92	z_9^2	208,68	z_9^3	250,41
z_{10}^1	304,03	z_{10}^2	281,26	z_{10}^3	25,96

в [9, 10]. Параметр ε задается числом, близким к нулю, для выбора наиболее оптимальных наборов тестов. Будем варьировать его от 0,0004 до 0,004 с шагом 0,0001. Описанным выше алгоритмом для каждого задания были получены значения параметров гамма-распределения. Параметр θ для всех задач одинаков и равен 2,29. Значения оценки второго параметра \hat{k}_i^m для каждого задания z_i^m приведены в табл. 2.

На уровне доверительной вероятности 0,95 критерий Пирсона показал, что все гипотезы о том, что время ответа универсального пользователя на соответствующее задание системы имеет гамма-распределение с указанными параметрами, принимаются.

Далее решалась задача формирования теста, уровень доверительной вероятности также был выбран равным 0,95. Требовалось составить наборы тестовых заданий из 5 задач, которые с вероятностью 0,95 могут быть решены пользователем за некоторое оптимальное время φ .

Для проверки адекватности модели времени ответа пользователя в случае гамма-распределения сформулированная выше задача была решена при тех же значениях ε и γ , что и в [9], где в качестве модели времени ответа пользователя использовалась модель Ван дер Линдена. Сравним полученные результаты.

Для каждого ε было получено число наборов заданий, удовлетворяющих детерминирован-

ным ограничениям, а также при $\gamma = 0$ и 0,5 для этих наборов (табл. 3) получены оптимальные значения критерия ψ^* .

Как видно из результата, для случая, когда минимизация отклонения сложности набора тестовых заданий и минимизация оптимального времени ответа имеют равный вес, приоритет все же отдается минимизации отклонения, так как с увеличением ε оптимальный набор заданий не изменяется.

Наибольшее число наборов заданий соответствует $\varepsilon = 0,004$. При $\gamma \geq 0,5$ оптимальный набор заданий не изменяется с увеличением ε и представляет собой набор с минимальным отклонением от заданной сложности s .

Полученные оптимальные значения критерия близки к значениям, полученным в [9]. Составы оптимальных тестовых наборов при некоторых ε полностью совпадают, при остальных ε отличаются на 1–2 задания.

6 Заключение

В статье предлагается исследование математической модели времени ответа пользователя и решение задачи формирования ограниченных по времени тестов с заданной суммарной сложностью задания в виде решения одноэтапной задачи квантильной оптимизации.

За основу модели времени ответа пользователя была взята модель гамма-распределения, разработан алгоритм для подбора параметров распределения для каждого задания.

В результате решения задачи с приведенными в статье значениями параметров распределения, сложности каждой задачи и тестов в целом для $\varepsilon = 0,004$ (отклонения от заданного экспертом уровня сложности) было получено 35 наборов тестовых заданий. Кроме того, полученные результаты численного эксперимента имеют значения, близкие к полученным в [9] для логнормальной модели времени ответа пользователя на задание, что подтверждает адекватность предложенной модели. Однако предложенная модель гамма-распределения позволяет

Таблица 3 Число наборов заданий при фиксированном ε

ε	Число решений, удовлетворяющих детерминированным ограничениям	$\gamma = 0,5$		$\gamma = 0$	
		Оптимальное решение ψ^*	Оптимальный набор заданий	Оптимальное решение ψ^*	Оптимальный набор заданий
0,0007	3	0,4838	$z_6^1, z_{10}^1, z_5^2, z_6^3, z_7^3$	0,5322	$z_6^1, z_{10}^1, z_5^2, z_6^3, z_7^3$
0,0009	4	0,4362	$z_6^1, z_{10}^1, z_5^2, z_6^3, z_7^3$	0,4816	$z_6^1, z_2^2, z_7^2, z_9^2, z_5^3$
0,003	21	0,3195	$z_6^1, z_{10}^1, z_5^2, z_6^3, z_7^3$	0,4428	$z_6^1, z_8^1, z_1^2, z_6^3, z_8^3$

получать точные значения функции квантили времени ответа универсального пользователя на тест, что дает возможность использовать эффективные методы решения сформулированной задачи.

Литература

1. Наумов А. В., Джумурат А. С., Иноземцев А. О. Система дистанционного обучения математическим дисциплинам CLASS.NET // Вестник компьютерных и информационных технологий, 2014. № 10. С. 36–44.
2. Rasch G. Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. — Chicago, IL, USA: University of Chicago Press, 1980. 224 p.
3. Van der Linden W. J., Scrams D. J., Schnipke D. L., et al. Using response-time constraints to control for differential speededness in computerized adaptive testing // Appl. Psych. Meas., 1999. Vol. 23. Iss. 3. P. 195–210
4. Куравский Л. С., Мармалюк П. А., Алхимов В. И., Юрьев Г. А. Новый подход к построению интеллектуальных и компетентностных тестов // Моделирование и анализ данных, 2013. № 1. С. 4–28.
5. Наумов А. В., Иноземцев А. О. Алгоритм формирования индивидуальных заданий в системах дистанционного обучения // Вестник компьютерных и информационных технологий, 2013. № 6. С. 35–42.
6. Кибзун А. И., Иноземцев А. О. Оценивание уровней сложности тестов на основе метода максимального правдоподобия // Автоматика и телемеханика, 2014. № 4. С. 20–37.
7. Куравский Л. С., Мармалюк П. А., Юрьев Г. А., Думин П. Н., Панфилова А. С. Вероятностное моделирование процесса выполнения тестовых заданий на основе модифицированной функции Раша // Вопросы психологии, 2015. № 4. С. 109–118.
8. Kuravsky L. S., Margolis A. A., Marmalyuk P. A., Panfilova A. S., Yuryev G. A., Dumin P. N. A probabilistic model of adaptive training // Appl. Math. Sci., 2016. Vol. 10. Iss. 48. P. 2369–2380.
9. Наумов А. В., Мхитарян Г. А. О задаче вероятностной оптимизации для ограниченного по времени тестирования // Автоматика и телемеханика, 2016. № 9. С. 124–135.
10. Наумов А. В., Мхитарян Г. А., Черыгова Е. Е. Стохастическая постановка задачи формирования теста заданного уровня сложности с минимизацией квантили времени выполнения // Вестник компьютерных и информационных технологий, 2019. № 2. С. 37–46.
11. Кибзун А. И., Наумов А. В., Норкин В. И. О сведении задачи квантильной оптимизации с дискретным распределением к задаче смешанного целочисленного программирования // Автоматика и телемеханика, 2013. № 6. С. 66–86.
12. Кан Ю. С., Кибзун А. И. Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями. — М.: Физматлит, 2009. 372 с.
13. Наумов А. В., Иванов С. В. Исследование задачи стохастического линейного программирования с квантильным критерием // Автоматика и телемеханика, 2011. № 2. С. 142–158.

Поступила в редакцию 30.05.19

USING THE MODEL OF GAMMA DISTRIBUTION IN THE PROBLEM OF FORMING A TIME-LIMITED TEST IN A DISTANCE LEARNING SYSTEM

A. V. Bosov¹, A. V. Naumov², G. A. Mkhitarian², and A. P. Sapunova²

¹Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

²Moscow State Aviation Institute (National Research University), 4 Volokolamskoe Shosse, Moscow 125933, Russian Federation

Abstract: For the distance learning systems, consideration is given to generation of individual tasks with minimization of execution time. As a criterion, the convolution of two weighted normalized values associated with the deviation of the complexity of the generated test from the specified level and the quantile of the test execution time is used. The gamma distribution model is used to describe a model of a student’s random response time to a task. An algorithm is proposed for estimating the parameters of the gamma distribution for each task. It is assumed that task complexities are determined either by an expert or by using corresponding algorithms based on the Rush model. The results of a numerical experiment are presented.

Keywords: distance learning system; statistical analysis; adaptive systems; quantile optimization

DOI: 10.14357/19922264190402

Acknowledgments

The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 18-07-00617-A).

References

1. Naumov, A. V., A. S. Dzhumurat, and A. O. Inozemtsev. 2014. Sistema distantsionnogo obucheniya matematicheskimi distsiplinami CLASS.NET [Distance learning system for mathematical disciplines CLASS.NET]. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of Computer and Information Technologies] 10:36–44.
2. Rasch, G. 1980. *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Chicago, IL: University of Chicago Press. 224 p.
3. Van der Linden, W. J., D. J. Scrams, and D. L. Schnipke. 1999. Using response-time constraints to control for differential speededness in computerized adaptive testing. *Appl. Psych. Meas.* 23(3): 195–210.
4. Kuravsky, L. S., P. A. Marmalyuk, V. I. Alkhimov, and G. A. Yuryev. 2013. Novyy podkhod k postroeniyu intellektual'nykh i kompetentnostnykh testov [A new approach to the construction of intellectual and competence tests]. *Modelirovanie i analiz dannykh* [Modelling Data Analysis] 1:4–28.
5. Naumov, A. V., and A. O. Inozemtsev. 2013. Algoritm formirovaniya individual'nykh zadaniy v sistemakh distantsionnogo obucheniya [Algorithm to generate individual tasks in the remote learning systems]. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of Computer and Information Technologies] 74(6):35–42.
6. Kibzun, A. I., and A. O. Inozemtsev. 2014. Using the maximum likelihood method to estimate test complexity levels. *Automat. Rem. Contr.* 75(4):607–621.
7. Kuravsky, L. S., P. A. Marmalyuk, G. A. Yuryev, P. N. Dumin, and A. S. Panfilova. 2015. Veroyatnostnoe modelirovanie protsessa vypolneniya testovykh zadaniy na osnove modifitsirovannoy funktsii Rasha [Probabilistic modeling of the test tasks based on the modified Rush function]. *Voprosy psikhologii* [Psychology Issues] 4:109–118.
8. Kuravsky, L. S., A. A. Margolis, P. A. Marmalyuk, A. S. Panfilova, G. A. Yuryev, and P. N. Dumin. 2016. A probabilistic model of adaptive training. *Appl. Math. Sci.* 10(48):2369–2380.
9. Naumov, A. V., and G. A. Mkhitarian. 2016. On the problem of probabilistic optimization of time-limited testing. *Automat. Rem. Contr.* 77(9):1612–1621.
10. Naumov, A. V., G. A. Mkhitarian, and E. E. Cherygova. 2019. Stokhasticheskaya postanovka zadachi formirovaniya testa zadannogo urovnya slozhnosti s minimizatsiey kvantili vremeni vypolneniya [Stochastic formulation of the problem of forming a test of a given level of complexity with minimization of the quantile of runtime]. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of Computer and Information Technologies] 2:37–46.
11. Kibzun, A. I., A. V. Naumov, and V. I. Norokin. 2013. On reducing a quantile optimization problem with discrete distribution to a mixed integer programming problem. *Automat. Remot. Contr.* 74(6):951–967.
12. Kan, Yu. S., and A. I. Kibzun. 2009. *Zadachi stokhasticheskogo programmirovaniya s veroyatnostnymi kriteriyami* [Problems of stochastic programming with probabilistic criteria]. Moscow: Fizmatlit. 372 p.
13. Naumov, A. V., and S. V. Ivanov. 2011. On stochastic linear programming problems with the quantile criterion. *Automat. Rem. Contr.* 71(2):353–369.

Received May 30, 2019

Contributors

Bosov Alexey V. (b. 1969) — Doctor of Science in technology, principal scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; AVBosov@ipiran.ru

Naumov Andrey V. (b. 1966) — Doctor of Science in physics and mathematics, professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), 4 Volokolamskoe Shosse, Moscow 125933, Russian Federation; naumovav@mail.ru

Mkhitarian Georgy A. (b. 1995) — PhD student, Department of Probability Theory and Computer Simulations Department, Faculty of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), 4 Volokolamskoe Shosse, Moscow 125933, Russian Federation; grgmkn@mail.ru

Sapunova Anastasiya P. (b. 1998) — student, Department of Probability Theory and Computer Simulations Department, Faculty of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), 4 Volokolamskoe Shosse, Moscow 125933, Russian Federation; sap2603@mail.ru

ON COMPARATIVE EFFICIENCY OF CLASSIFICATION SCHEMES IN AN ENSEMBLE OF DATA SOURCES USING AVERAGE MUTUAL INFORMATION

M. M. Lange¹

Abstract: Given ensemble of data sources and different fusion schemes, an accuracy of multiclass classification of the collections of the source objects is investigated. Using the average mutual information between the datasets of the sources and a set of the classes, a new approach to comparing lower bounds to an error probability in two fusion schemes is developed. The authors consider the WMV (Weighted Majority Vote) scheme which uses a composition of the class decisions on the objects of the individual sources and the GDM (General Dissimilarity Measure) scheme based on a composition of metrics in datasets of the sources. For the above fusion schemes, the mean values of the average mutual information per one source are estimated. It is proved that the mean in the WMV scheme is less than the similar mean in the GDM scheme. As a corollary, the lower bound to the error probability in the WMV scheme exceeds the similar bound to the error probability in the GDM scheme. This theoretical result is confirmed by experimental error rates in face recognition of HSI color images that yield the ensemble of H, S, and I sources.

Keywords: multiclass classification; ensemble of sources; fusion scheme; composition of decisions; composition of metrics; average mutual information; error probability

DOI: 10.14357/19922264190403

1 Introduction

There are plenty of multiclass classification schemes that use input data from an ensemble of different modality sources. Such ensemble of data sources produces the composite objects as the collections of the same class objects taken by one per each source. An example is the ensemble of biometric images such as faces, fingerprints, signatures, palms, irises, and the like for a given set of persons or classes. In this case, the composite objects are the collections of the same person images taken by one per each modality. In any correct classification scheme that makes the decisions on the submitted composite objects, an error probability decreases with increasing a number of the sources [1]. The decisions can be obtained using the different fusion schemes and the principal question is: What scheme is better?

The classification problem in the ensemble of sources is similar to the source coding problem based on quantization [2]. There are known scalar and vector quantization for the continuous values. The scalar quantization is used for the individual values while the vector quantization is used for blocks of the values. In both cases, the above quantization schemes yield the code vectors for the appropriate blocks of the continuous values.

It should be noted that the optimal vector quantization is constructed with covering a multidimensional space of the values by general spheres whose shape is

adjusted to a given dissimilarity measure between any pair of blocks of the values [3]. In scalar quantization, the same multidimensional space is covered by cubes whose edge size is an optimal quantization step for any dimension. Thus, the code vectors are represented by the centers of the above spheres or cubes. Since for the same volume the spheres are more compact than the cubes, the vector quantization yields a smaller error with respect to the scalar quantization.

Also, for classification in a given ensemble of the sources, an error probability is waited to be smaller in a scheme of joint classifying each composite object as compared to an error probability in the scheme of combining the decisions on the objects of the individual sources. The proposed paper is focused on both developing a theoretical validity of this idea and supporting it by a computing experiment.

Two fusion schemes that use the different data compositions for making the class decisions on the composite objects in the ensemble of the sources have been investigated. They are the traditional WMV scheme by weighted majority voting the decisions on the objects of the individual sources [4] and the original GDM scheme by combining the sources with a general dissimilarity measure between any pair of the composite objects [5]. Notice that WMV scheme is based on a composition of decisions on the objects of individual sources while

¹ Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; lange_mm@ccas.ru

GDM scheme uses a composition of metrics in datasets of the sources. Thus, ideologically, WMV and GDM fusion schemes are similar to the above scalar and vector quantization.

The specified similarity allows one to expect a smaller error probability in GDM scheme as against WMV scheme. Some limits on the majority vote accuracy have been obtained in [6]. Intuitively, it is clear that the minimal error probability of any classifier should depend on the average mutual information [7] between a set of the source objects and a set of the classes. Moreover, the more average mutual information, the less error probability can be attained. So, our goal is to introduce the mutual information-based characteristics for WMV and GDM fusion schemes and, using these characteristics, to show an advantage of GDM scheme as against WMV scheme in the error probability.

2 Formalization of the Problem

2.1 Basic definitions and classification schemes

Let $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_c\}$, $c \geq 2$, be a set of classes of the prior probabilities $P(\omega_i) > 0$: $\sum_{i=1}^c P(\omega_i) = 1$, and $\mathbf{X}^M = \mathbf{X}_1 \cdots \mathbf{X}_M$ be an ensemble of sources, where the set $\mathbf{X}_m = \{\mathbf{x}_m = (x_{m1}, \dots, x_{mN_m})\}$, $m = 1, \dots, M$, of N_m -dimensional vectors gives the m th source objects. In the ensemble, the components of any vector $\mathbf{x}_m \in \mathbf{X}_m$ take real values in $(-\infty, \infty)$, and any composite object $\mathbf{x}^M = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M) \in \mathbf{X}^M$ is produced by a collection of the vectors by one per source belonging to the same class in Ω .

In each set \mathbf{X}_m , $m = 1, \dots, M$, a dissimilarity measure between any pair of the objects $\mathbf{x}_m \in \mathbf{X}_m$ and $\hat{\mathbf{x}}_m \in \mathbf{X}_m$ is defined by

$$d(\mathbf{x}_m, \hat{\mathbf{x}}_m) = \sum_{n=1}^{N_m} \frac{(x_{mn} - \hat{x}_{mn})^2}{\sigma_{mn}^2} \quad (1)$$

where $0 < \sigma_{mn}^2 < \infty$, $n = 1, \dots, N_m$, are unknown parameters. Also, for any pair of the composite objects $\mathbf{x}^M \in \mathbf{X}^M$ and $\hat{\mathbf{x}}^M \in \mathbf{X}^M$, let us define a general dissimilarity measure as a weighted composition of the metrics of the form (1) taken with the weights $W = \{w_m > 0, m = 1, \dots, M\}$ as follows:

$$D(\mathbf{x}^M, \hat{\mathbf{x}}^M) = \sum_{m=1}^M w_m d(\mathbf{x}_m, \hat{\mathbf{x}}_m). \quad (2)$$

Let

$$\{\mathbf{x}_{im}, i = 1, \dots, c\} \subset \mathbf{X}_m, \quad m = 1, \dots, M, \quad (3)$$

be the subsets of the source template objects that represent the classes by one object from \mathbf{X}_m per each class. The subsets (3) produce the subset of the template composite objects

$$\{\mathbf{x}_i^M = (\mathbf{x}_{i1}, \dots, \mathbf{x}_{iM}), i = 1, \dots, c\} \subset \mathbf{X}^M. \quad (4)$$

Using the dissimilarity measure (1) and assuming a compactness of the objects in \mathbf{X}_m , $m = 1, \dots, M$, relative to the corresponding template objects in (3), let us define class-conditional densities of the m th source objects as follows:

$$p(\mathbf{x}_m | \omega_i) = \frac{e^{-d(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_{im})}}{\int_{\mathbf{X}_m} e^{-d(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_{im})} d\mathbf{x}_m}, \quad i = 1, \dots, c. \quad (5)$$

Also, assuming a compactness of the composite objects in \mathbf{X}^M relative to the corresponding templates in (4) and using the general dissimilarity measure (2), let us define class-conditional densities of the composite objects by

$$\begin{aligned} p_W(\mathbf{x}^M | \omega_i) &= \frac{e^{-D(\mathbf{x}^M, \mathbf{x}_i^M)}}{\int_{\mathbf{X}^M} e^{-D(\mathbf{x}^M, \mathbf{x}_i^M)} d\mathbf{x}^M} \\ &= \prod_{m=1}^M \frac{e^{-w_m d(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_{im})}}{e^{-w_m d(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_{im})} d\mathbf{x}_m}, \quad i = 1, \dots, c. \end{aligned} \quad (6)$$

Under the product in (6), there are the weighted class-conditional densities

$$p_{w_m}(\mathbf{x}_m | \omega_i) = \frac{e^{-w_m d(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_{im})}}{\int_{\mathbf{X}_m} e^{-w_m d(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_{im})} d\mathbf{x}_m}, \quad i = 1, \dots, c, \quad (7)$$

that give the densities of the form (5) when $w_m = 1$. In terms of information theory, the densities (7) define the m th source observation channel between input set Ω and the output set \mathbf{X}_m as well as the densities (6) yield the observation multichannel between Ω and \mathbf{X}^M .

Let $g_i^d(\mathbf{x}_m)$, $i = 1, \dots, c$, be the discriminant functions that are defined in the sets \mathbf{X}_m , $m = 1, \dots, M$, using the dissimilarity measure of the form (1). Then, WMV-based class label decision on a composite object $\mathbf{x}^M \in \mathbf{X}^M$ is defined by

$$j^{\text{WMV}}(\mathbf{x}^M) = \arg \max_{i=1}^c \sum_{m=1}^M w_m g_i^d(\mathbf{x}_m) \quad (8)$$

where the discriminant functions are independent on the source weights. Similarly, using in the ensemble \mathbf{X}^M the discriminant functions $g_i^D(\mathbf{x}^M)$, $i = 1, \dots, c$, that depend on the weights W of all sources, GDM-based class

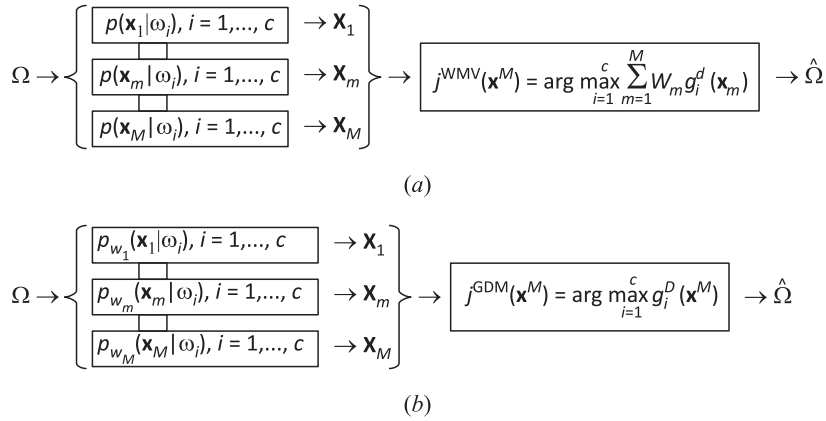


Figure 1 Schemes of WMV-based (a) and GDM-based (b) classifiers

label decision on the same composite object $\mathbf{x}^M \in \mathbf{X}^M$ is the following:

$$j^{\text{GDM}}(\mathbf{x}^M) = \arg \max_{i=1}^c g_i^D(\mathbf{x}^M). \quad (9)$$

The classification schemes by the decision rules (8) and (9) are shown in Fig. 1. Here, $\hat{\Omega} = \Omega$ provided that the decisions in $\hat{\Omega}$ can be differed from the real classes in Ω . The appropriate class-conditional densities yield the observation multichannels in WMV and GDM fusion schemes, respectively.

2.2 Information criterion of efficiency for the fusion schemes

Given the prior distribution $\{P(\omega_i), i = 1, \dots, c\}$ and the weighted class-conditional densities $\{p_{w_m}(\mathbf{x}_m|\omega_i), i = 1, \dots, c\}$ of the form (7), the average mutual information between \mathbf{X}_m and Ω is defined according to [7] by

$$I_{w_m}(\mathbf{X}_m; \Omega) = H_{w_m}(\mathbf{X}_m) - H_{w_m}(\mathbf{X}_m|\Omega). \quad (10)$$

Here,

$$\begin{aligned} H_{w_m}(\mathbf{X}_m) &= - \int p_{w_m}(\mathbf{x}_m) \ln p_{w_m}(\mathbf{x}_m) d\mathbf{x}_m; \\ H_{w_m}(\mathbf{X}_m|\Omega) &= - \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \int p_{w_m}(\mathbf{x}_m|\omega_i) \ln p_{w_m}(\mathbf{x}_m|\omega_i) d\mathbf{x}_m \end{aligned}$$

are the differential entropies, and $p_{w_m}(\mathbf{x}_m) = \sum_{i=1}^c P(\omega_i) p_{w_m}(\mathbf{x}_m|\omega_i)$ is the marginal density in \mathbf{X}_m , $m = 1, \dots, M$. Notice that the average mutual information in (10) does not exceed the entropy $H(\Omega) = - \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \ln P(\omega_i)$ of the set of the classes. For $w_m = 1$, there is valid $p_{w_m}(\mathbf{x}_m|\omega_i) = p(\mathbf{x}_m|\omega_i)$ that yields $I_{w_m}(\mathbf{X}_m; \Omega) = I(\mathbf{X}_m; \Omega)$.

Taking the means of the values $I(\mathbf{X}_m; \Omega)$ and $I_{w_m}(\mathbf{X}_m; \Omega)$ over all $m = 1, \dots, M$, one obtains the efficiency characteristics for WMV-based decision (8) and GDM-based decision (9), respectively. These means are defined as follows:

$$I_{W_mean}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) = \sum_{m=1}^M I(\mathbf{X}_m; \Omega) \frac{w_m}{\sum_{m=1}^M w_m}; \quad (11)$$

$$I_{W_mean}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M I_{w_m}(\mathbf{X}_m; \Omega). \quad (12)$$

Our goal is to prove the inequality

$$\max_W I_{W_mean}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) \leq I_{W^*_mean}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega) \quad (13)$$

where W^* is the set of the source weights providing the maximum in the left part.

2.3 Average mutual information and classification error probability

The criterion of the form (13) assumes a dependence of the average mutual information $I(\mathbf{X}^M; \hat{\Omega})$ between the ensemble \mathbf{X}^M and the set of the class decisions $\hat{\Omega}$ on a lower bound to the error probability ε in the schemes shown in Fig. 1. Given observation multichannel, such function has been defined in [8] as a generalization of the rate-distortion function for the source coding model with a noisy observation channel [9]. According to [8], this function is lower bounded by

$$\begin{aligned} R_L(\varepsilon) &= I(\mathbf{X}^M; \Omega) - h(\varepsilon - \varepsilon_{\min}) \\ &\quad - (\varepsilon - \varepsilon_{\min}) \ln(c - 1), \quad \varepsilon_{\min} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{\max}. \end{aligned} \quad (14)$$

Here, $h(z) = -z \ln z - (1 - z) \ln(1 - z)$; $R_L(\varepsilon_{\min}) = I(\mathbf{X}^M; \Omega)$; $R_L(\varepsilon_{\max}) = 0$; and $I(\mathbf{X}^M; \Omega) = H(\mathbf{X}^M)$

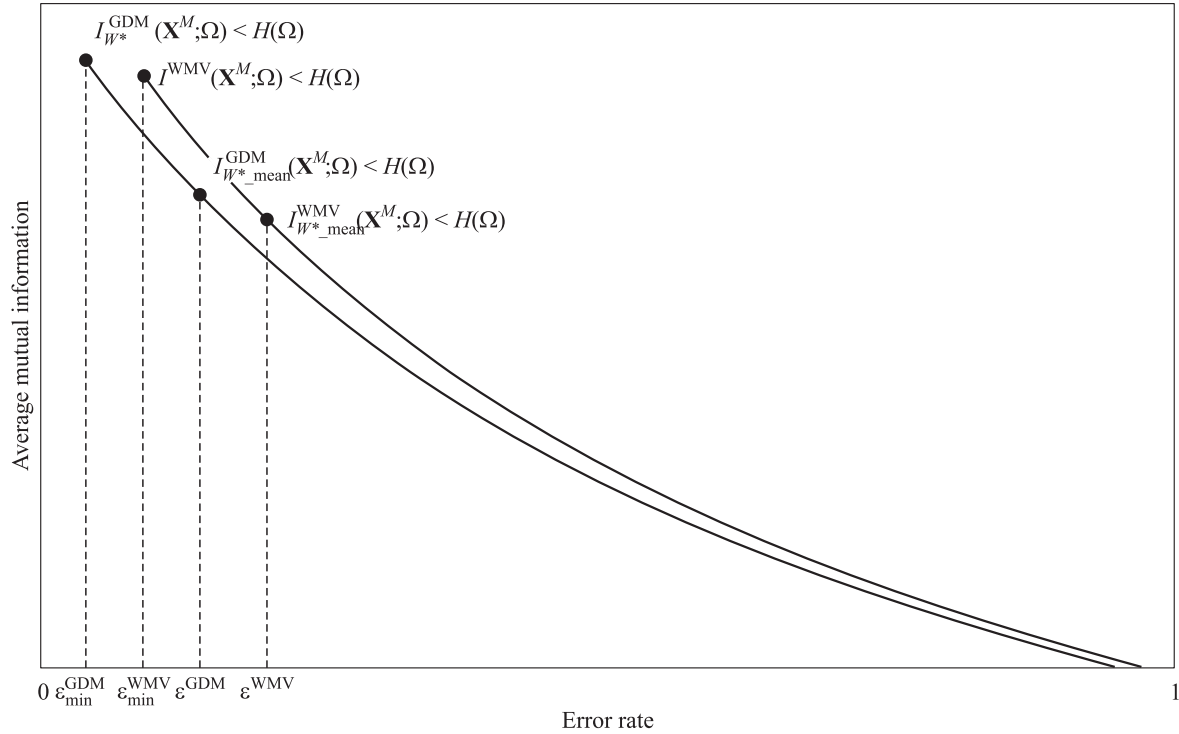


Figure 2 Sketches of the lower bounds to the average mutual information as the function of the error probability in WMV and GDM fusion schemes

– $H(\mathbf{X}^M|\Omega)$ is the average mutual information between the input and the output of the observation multichannel in Fig. 1. Function (14) has the largest value $I(\mathbf{X}^M; \Omega)$ at the point $\varepsilon = \varepsilon_{\min}$ and decreases as ε increases. It is not difficult to show that the minimal error probability ε_{\min} is lower estimated by the conditional entropy $H(\Omega|\mathbf{X}^M)$ and ε_{\min} tends to zero when $H(\Omega|\mathbf{X}^M)$ decreases by increasing the size M of the ensemble. Taking into account the symmetry of the average mutual information

$$\begin{aligned} I(\mathbf{X}^M; \Omega) &= H(\mathbf{X}^M) - H(\mathbf{X}^M|\Omega) \\ &= H(\Omega) - H(\Omega|\mathbf{X}^M), \end{aligned}$$

in case of $\varepsilon_{\min} \rightarrow 0$, function (14) yields the Shannon bound of the form $H(\Omega) - h(\varepsilon) - \varepsilon \ln(c-1)$ [7].

In the bound (14), the average mutual information $I(\mathbf{X}^M; \Omega)$ is calculated in the product $\Omega * \mathbf{X}^M$ using the prior probabilities of the classes and the class-conditional densities of the form (6). According to Fig. 1, the class-conditional densities in GDM scheme depend on the source weights and, therefore, $I(\mathbf{X}^M; \Omega) = I_W^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ is the function of W . In WMV scheme, the corresponding average mutual information $I(\mathbf{X}^M; \Omega) = I^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ is equal to $I_W^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ taken with the weights $w_m = 1$, $m = 1, \dots, M$. The values $I^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ and $I_W^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ correspond to the minimal error probabilities $\varepsilon_{\min}^{\text{WMV}}$ and $\varepsilon_{\min}^{\text{GDM}}$ in WMV and GDM fusion

schemes, respectively. These error probabilities are achieved by the Bayes decisions of the form (9) when the discriminant functions are given by the posterior probabilities of the classes [10].

In general, the source sets $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_M$ are statistically dependent on each other and there are valid the relations

$$\begin{aligned} I_{W_{\text{mean}}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) &< I^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega); \\ I_{W_{\text{mean}}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega) &< I_W^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega). \end{aligned}$$

Thus, for the weights W^* giving the maximum in (13), the means $I_{W_{\text{mean}}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ and $I_{W_{\text{mean}}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ yield the error probabilities $\varepsilon^{\text{WMV}} > \varepsilon_{\min}^{\text{WMV}}$ and $\varepsilon^{\text{GDM}} > \varepsilon_{\min}^{\text{GDM}}$ that belong to the corresponding lower bounds of the form (14). Also, taking into account that $I^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) \leq I_{W^*}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$, the inequality (13) provides the following relation: $\varepsilon^{\text{WMV}} \geq \varepsilon^{\text{GDM}}$. This fact is illustrated in Fig. 2.

3 Calculation of the Average Mutual Information

In this section, an upper estimate of the functional $I_{w_m}(\mathbf{X}_m; \Omega)$ given in (10) is obtained as a function of

the variable $w_m^{1/2}$. At the value $w_m^{1/2} = 1$, this function yields the upper estimate for $I(\mathbf{X}_m; \Omega)$. Using the marginal density $p_{w_m}(\mathbf{x}_m)$ and taking into account that $-\ln z$ is the convex downwards function of z , it is valid the Jensen inequality [11] as follows:

$$-\ln p_{w_m}(\mathbf{x}_m) = -\ln \sum_{i=1}^c P(\omega_i) p_{w_m}(\mathbf{x}_m | \omega_i) \leq -\sum_{i=1}^c P(\omega_i) \ln p_{w_m}(\mathbf{x}_m | \omega_i).$$

Applying this inequality in (10), one obtains the upper estimated differential entropy:

$$H_{w_m}(\mathbf{X}_m) \leq -\sum_{i=1}^c P(\omega_i) \sum_{j=1}^c P(\omega_j) \int_{\mathbf{x}_m} p_{w_m}(\mathbf{x}_m | \omega_i) \ln p_{w_m}(\mathbf{x}_m | \omega_j) d\mathbf{x}_m. \quad (15)$$

Given the dissimilarity measures (1) and (2), the conditional density $p_{w_m}(\mathbf{x}_m | \omega_i)$ of the form (7) is the Gaussian density of N_m independent variables that have the means x_{imn} and the variances $\sigma_{imn}^2/(2w_m)$, $n = 1, \dots, N_m$, subject to $w_m > 0$. It allows us to express the integral in (15) over the interval $(-\infty, +\infty)$ as the Euler integral [12]. The calculation yields the upper estimated differential entropy:

$$H_{w_m}(\mathbf{X}_m) \leq \frac{1}{2} \ln \frac{\pi}{w_m} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^c P(\omega_j) \sum_{n=1}^{N_m} \ln \sigma_{jmn}^2 + w_m \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \sum_{j=1}^c P(\omega_j) \sum_{n=1}^{N_m} \frac{(x_{imn} - x_{jmn})^2}{\sigma_{jmn}^2} + 2 \frac{w_m^{1/2}}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \sum_{j=1}^c P(\omega_j) \sum_{n=1}^{N_m} \frac{|x_{imn} - x_{jmn}| \sigma_{imn}}{\sigma_{jmn}^2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \sum_{j=1}^c P(\omega_j) \sum_{n=1}^{N_m} \frac{\sigma_{imn}^2}{\sigma_{jmn}^2} \quad (16)$$

and the following conditional differential entropy:

$$H_{w_m}(\mathbf{X}_m | \Omega) = \frac{1}{2} \ln \frac{\pi e}{w_m} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \sum_{n=1}^{N_m} \ln \sigma_{imn}^2. \quad (17)$$

The substitutions of the differential entropy and the conditional differential entropy in (10) by (16) and (17) yield the upper estimated average mutual information:

$$I_{w_m}(\mathbf{X}_m; \Omega) \leq w_m \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \sum_{j=1}^c P(\omega_j) \sum_{n=1}^{N_m} \frac{(x_{imn} - x_{jmn})^2}{\sigma_{jmn}^2} + 2 \frac{w_m^{1/2}}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \sum_{j=1}^c P(\omega_j) \sum_{n=1}^{N_m} \frac{|x_{imn} - x_{jmn}| \sigma_{imn}}{\sigma_{jmn}^2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \sum_{j=1}^c P(\omega_j) \sum_{n=1}^{N_m} \left(\frac{\sigma_{imn}^2}{\sigma_{jmn}^2} - 1 \right). \quad (18)$$

The right part in (18) is a parabolic function $a_m w_m + b_m w_m^{1/2} + c_m$ of the variable $w_m^{1/2} > 0$ for $m = 1, \dots, M$. Since $a_m > 0$, $b_m > 0$, and $c_m \geq 0$, the parabola exceeds the value c_m and grows when $w_m^{1/2}$ increases. For $w_m^{1/2} = 1$, this function gives the upper estimate $a_m + b_m + c_m$ for $I(\mathbf{X}_m; \Omega)$. The weights of interest are defined by the values $w_m^{1/2} \geq 1$ that satisfy the condition $a_m w_m + b_m w_m^{1/2} + c_m \leq H(\Omega)$, $m = 1, \dots, M$. Setting $\delta_m = (a_m + b_m + c_m)/H(\Omega) \leq 1$, we assign the parametric source weights

$$w_m(s) = e^{s\delta_m}, \quad m = 1, \dots, M, \quad (19)$$

where $s \geq 0$ is a free parameter that yields $w_m(s) \geq 1$. In what follows, we denote the upper estimates (18) taken with the weights (19) by $I_s(\mathbf{X}_m; \Omega)$, $m = 1, \dots, M$.

4 Main Results

Using in the right part of the form (11) the estimates $I(\mathbf{X}_m; \Omega) \leq a_m + b_m + c_m$, $m = 1, \dots, M$, taken with the weights (19), one obtains the upper estimated mean value $I_{s_mean}^{WMV}(\mathbf{X}^M; \Omega)$. Also, the estimates $I_{w_m}(\mathbf{X}_m; \Omega) \leq a_m w_m + b_m w_m^{1/2} + c_m$, $m = 1, \dots, M$, taken with the similar weights in the right part of (12) yield the upper estimated mean value $I_{s_mean}^{GDM}(\mathbf{X}^M; \Omega)$. Then, for $s \rightarrow 0$, we calculate an asymptotic maximum $I_{s^*_mean}^{WMV}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ at the point s^* and show that this maximum satisfies the inequality $I_{s^*_mean}^{WMV}(\mathbf{X}^M; \Omega) \leq I_{s^*_mean}^{GDM}(\mathbf{X}^M; \Omega)$.

In subsequent statements, we use the following notations:

$$\mu = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta_m; \quad \Delta_1 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta_m^2 - \mu^2;$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta_m^3 - \mu \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta_m^2.$$

Theorem 1. For $(2\mu\Delta_1 - \Delta_2) > \Delta_1 > 0$ and $s \rightarrow 0$, the value $s^* = \Delta_1/(2\mu\Delta_1 - \Delta_2)$ yields

$$\max_s I_{s_mean}^{WMV}(\mathbf{X}^M; \Omega) = \left(\mu + \frac{1}{2} \Delta_1 s^* \right) H(\Omega).$$

For $\Delta_1 = 0$, there is valid $I_{s_mean}^{WMV}(\mathbf{X}^M; \Omega) = \mu H(\Omega)$ for all $s \geq 0$.

Proof. Using $q_s(\delta_m) = e^{s\delta_m} / \sum_{m=1}^M e^{s\delta_m}$, the upper estimated mean value defined in (11) takes the form:

$$I_{s,\text{mean}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) = H(\Omega) \sum_{m=1}^M \delta_m q_s(\delta_m). \quad (20)$$

For $s \rightarrow 0$, there is valid the asymptotic equation:

$$\sum_{m=1}^M \delta_m q_s(\delta_m) \approx \mu + \Delta_1 s - \frac{1}{2} (2\mu\Delta_1 - \Delta_2) s^2. \quad (21)$$

Using the assumption of the theorem, the parabola in the right part of (21) takes the maximal value $\mu + \Delta_1 s^*/2$ at the point $s^* = \Delta_1 / (2\mu\Delta_1 - \Delta_2)$. Notice that the same values $\delta_m = \delta$, $m = 1, \dots, M$, provide $\Delta_1 = 0$ and $\Delta_2 = 0$. In this case, $q_s(\delta_m) = 1/M$ and the sum in (21) is equal to $\mu = \delta$ for all $s \geq 0$. Thus, the substitution of the sum in (20) by $\mu + \Delta_1 s^*/2$ in case of $\Delta_1 > 0$ or by μ in case of $\Delta_1 = 0$ completes the proof.

Theorem 2. For $\Delta_1 > 0$ and on condition that $a_m \geq c_m$, $m = 1, \dots, M$, there is valid the inequality $I_{s^*,\text{mean}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) < I_{s^*,\text{mean}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ at the optimal point $s^* > 0$. For $\Delta_1 = 0$ and a given $s \geq 0$, there is valid the inequality $I_{s,\text{mean}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) \leq I_{s,\text{mean}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ which passes into the equality at the point $s = 0$.

Proof. The estimates (18) taken with the weights (19) give the upper estimated mean value (12) as follows:

$$I_{s,\text{mean}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left(a_m e^{s\delta_m} + b_m s^{s\delta_m/2} + c_m \right). \quad (22)$$

Taking the square approximations of the exponential terms in (22), one obtains the following inequality:

$$I_{s,\text{mean}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega) \geq \mu H(\Omega) + \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M a_m \delta_m + \frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M b_m \delta_m \right) s + \left(\frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M a_m \delta_m^2 + \frac{1}{4M} \sum_{m=1}^M b_m \delta_m^2 \right) s^2. \quad (23)$$

In case of $\Delta_1 > 0$, the inequality (23) together with the estimates (20) and (21) yield:

$$I_{s,\text{mean}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega) - I_{s,\text{mean}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) \geq \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M a_m \delta_m + \frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M b_m \delta_m - \Delta_1 H(\Omega) \right) s + \left(\frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M a_m \delta_m^2 + \frac{1}{4M} \sum_{m=1}^M b_m \delta_m^2 + \frac{1}{2} (2\mu\Delta_1 - \Delta_2) H(\Omega) \right) s^2. \quad (24)$$

Assuming

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M a_m \delta_m + \frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M b_m \delta_m \geq \frac{1}{2} \Delta_1 H(\Omega), \quad (25)$$

the right part in (24) is lower estimated by the parabola

$$-\frac{1}{2} \Delta_1 H(\Omega) s + \left(\frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M a_m \delta_m^2 + \frac{1}{4M} \sum_{m=1}^M b_m \delta_m^2 + \frac{1}{2} (2\mu\Delta_1 - \Delta_2) H(\Omega) \right) s^2$$

that has a positive root

$$s_0 = \Delta_1 H(\Omega) \left/ \left((2\mu\Delta_1 - \Delta_2) H(\Omega) + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M a_m \delta_m^2 + \frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M b_m \delta_m^2 \right) \right. < \frac{\Delta_1}{2\mu\Delta_1 - \Delta_2} = s^*.$$

Since this parabola is positive for $s > s_0$, the lower estimate of the right part in (24) is positive at the point $s^* > 0$ of the maximal value $I_{s^*,\text{mean}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ that provides the inequality $I_{s^*,\text{mean}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega) - I_{s^*,\text{mean}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) > 0$.

Notice that the assumption of the form (25) is equivalent to the inequality

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (c_m - a_m) \delta_m \leq \mu^2 H(\Omega)$$

that is valid under the conditions $a_m \geq c_m$, $m = 1, \dots, M$. These conditions are held if the templates in different classes are sufficiently distinct from each other. Formally, the parameters in (18) should satisfy the following relation:

$$(x_{imn} - x_{jmn})^2 \geq \frac{1}{2} |\sigma_{imn}^2 - \sigma_{jmn}^2|, \quad m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N_m.$$

In case of $\Delta_1 = 0$, one has $I_{s,\text{mean}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) = \mu H(\Omega)$ and $I_{s,\text{mean}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega) \geq \mu H(\Omega)$ for a given $s \geq 0$. So, there is valid the inequality $I_{s,\text{mean}}^{\text{WMV}}(\mathbf{X}^M; \Omega) \leq I_{s,\text{mean}}^{\text{GDM}}(\mathbf{X}^M; \Omega)$ which passes into the equality at the point $s = 0$. The theorem is proved.

Sketches of the graphics in Fig. 3 interpret the theorems 1 and 2.

Corollary. For the optimal value s^* in the case of $\Delta_1 > 0$ and any $s > 0$ in the case of $\Delta_1 = 0$, the mean values of the average mutual information per one source in WMV and GDM fusion schemes provide the lower bounds to the error probabilities satisfying the inequality $\varepsilon^{\text{WMV}} > \varepsilon^{\text{GDM}}$.

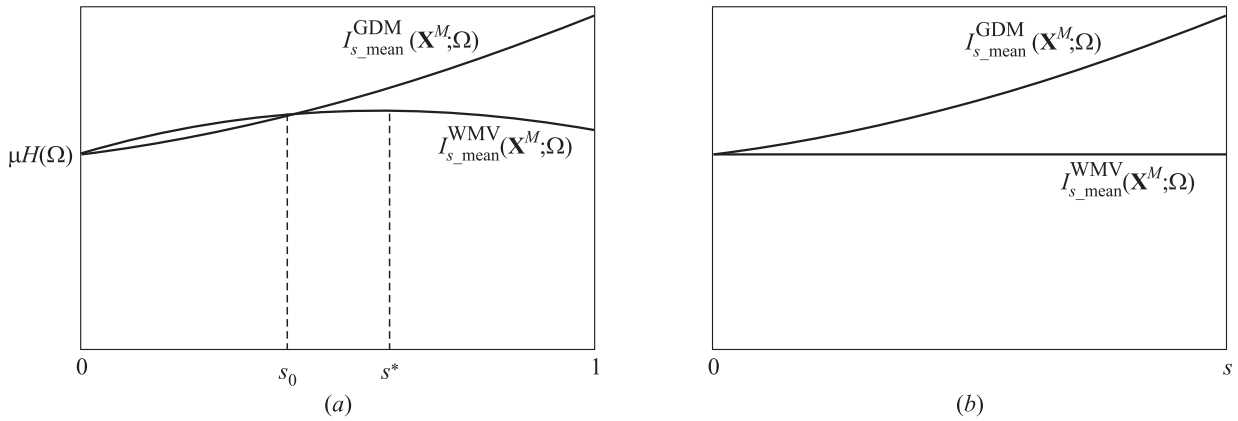


Figure 3 Graphical interpretation of the results for cases of $\Delta_1 > 0$ (a) and $\Delta_1 = 0$ (b)

5 Experimental Results

The efficiency of WMV and GDM fusion schemes is shown by comparative error rates for face recognition of HSI color images. The components H, S, and I produce the objects of the individual sources and the ensemble HSI produces the composite objects. The color images are taken from 25 persons (classes) per 40 images in each class [13]. The prior probability distribution of the classes is uniform. Face recognition has been performed in a space of multilevel tree-structured pattern representations with elliptic primitives [5]. The error rates have been obtained for multiclass NN (nearest neighbor) and SVM (support vector machine) classifiers that are the collections of elementary “class-vs-all” classifiers. The experiments have been performed using 100 times, 2 fold cross validation.

The examples of the tree-structured representations for the face components H, S, and I are shown in Fig. 4. The image components correspond to the source numbers $m = 1, 2, 3$.

Using the above representations, the dissimilarity measure $d(\mathbf{x}_m, \hat{\mathbf{x}}_m) \geq 0$ for any pair of the objects \mathbf{x}_m and $\hat{\mathbf{x}}_m$ has been introduced in [14]. The weighted sum of the above measures taken over the components H, S, and I yields the general dissimilarity measure $D(\mathbf{x}^3, \hat{\mathbf{x}}^3)$ of the form (2) between the corresponding composite objects \mathbf{x}^3 and $\hat{\mathbf{x}}^3$.

The dissimilarity measures $d(\mathbf{x}_m, \hat{\mathbf{x}}_m)$, $m = 1, 2, 3$, and $D(\mathbf{x}^3, \hat{\mathbf{x}}^3)$ have allowed us to construct the discriminant functions $g_i^d(\mathbf{x}_m)$ and $g_i^D(\mathbf{x}^3)$, $i = 1, \dots, c$, for making the decisions of the form (8) and (9) by the appropriate NN and SVM classifiers.

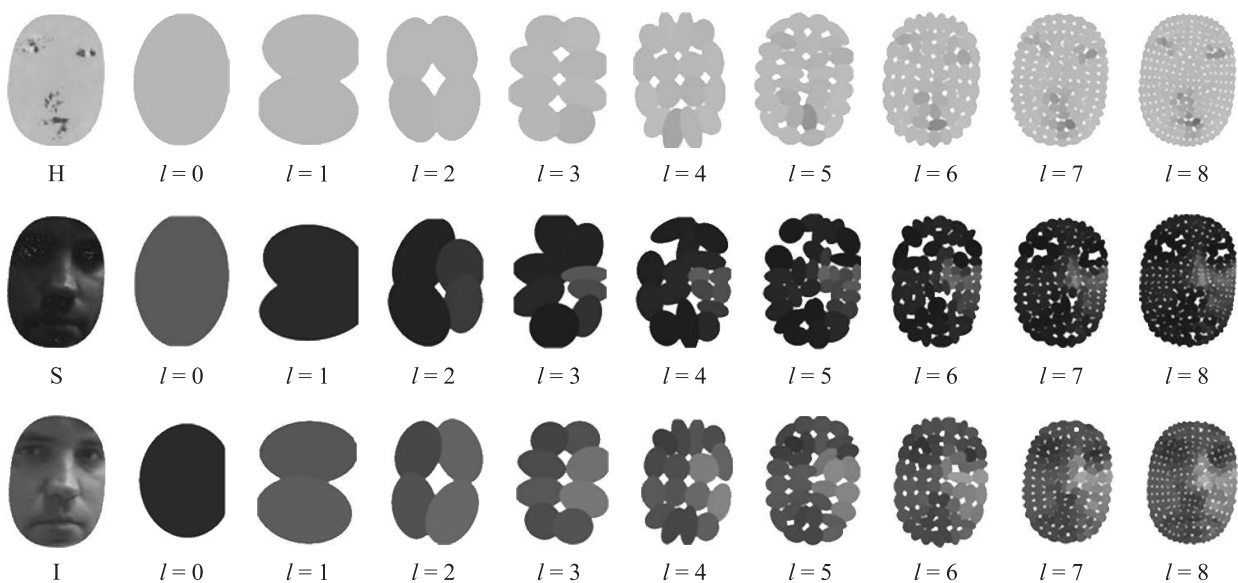


Figure 4 Examples of the 8th level representations for the face HSI images

Error rates for HSI face recognition by NN and SVM classifiers

Classifier	Sources			Fusion schemes	
	H	S	I	WMV	GDM
NN	0.022	0.017	0.015	0.009	0.006
SVM	0.019	0.012	0.011	0.007	0.003

The table summarizes the cross-validation error rates for both the individual sources and their ensemble using GDM and WMV fusion schemes. The experimental results demonstrate a decrease of the error rates in the ensemble HSI as against the error rates for the sources H, S, and I. Also, the obtained error rates confirm some advantage of GDM scheme as compared with the WMV scheme.

6 Concluding Remarks

To compare the potentially achievable classification error probabilities for two fusion schemes in the ensemble of data sources, the information-based criterion has been suggested. The proposed criterion is based on comparing the mean values of the average mutual information between the set of the classes and the datasets of the sources. These means are independent on a decision algorithm and they are defined in the WMV scheme of fusion of the decisions on the source objects and in the GDM scheme of fusion of the metrics in datasets of the sources. Taking the above mean values as the points of the appropriate rate distortion functions, it has been shown that the lower bound to GDM-based error probability is smaller as compared with the similar WMV-based error probability. The advantage in accuracy of the GDM scheme relative to the WMV scheme is confirmed by the error rates for NN and SVM decision algorithms in experiments on recognition of HSI face images given by the ensemble of the sources H, S, and I. In future, we plan to extend the ensemble of biometric sources and the set of the decision algorithms. For the above fusion schemes and the different decision algorithms, we plan to estimate a redundancy of the error rates relative to the appropriate lower bounds.

Acknowledgments

The research is partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants Nos. 18-07-01231 and 18-07-01385).

Contributor

Lange Mikhail M. (b. 1945) — Candidate of Science (PhD) in technology, leading scientist, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; lange_mm@ccas.ru

References

1. Kuncheva, L. 2014. *Combining pattern classifiers, methods and algorithms*. 2nd ed. New York, NY: John Wiley and Sons. 384 p.
2. Gray, R., and D. Neuhoff. 1998. Quantization. *IEEE T. Inform. Theory* 44(6):2325–2383.
3. Kolmogorov, A. N., and V. M. Tikhomirov. 1961. ε -entropy and ε -capacity of sets in functional spaces. *AMS Transl.* 17(2):277–364.
4. Lam, L., and C. Suen. 1997. Application of majority voting to pattern recognition: An analysis of its behavior and performance. *IEEE T. Syst. Man. Cyb.* 27(5):553–568.
5. Lange, M. M., and D. Y. Stepanov. 2014. Recognition of objects given by collections of multichannel images. *Pattern Recogn. Image Anal.* 24(3):431–442.
6. Kuncheva, L., C. Whitaker, C. Shipp, and R. Duin. 2003. Limits on the majority vote accuracy in classifier fusion. *Pattern Anal. Appl.* 6(1):22–31.
7. Gallager, R. 1968. *Information theory and reliable communication*. New York, NY: John Wiley and Sons. 608 p.
8. Lange, M. M., and A. M. Lange. 2018. O teoretiko-informatsionnoy modeli klassifikatsii dannykh [On information theoretical model for data classification]. *Mashinnoe obuchenie i analiz dannykh* [J. Machine Learning Data Analysis] 4(3):165–179.
9. Dobrushin, R. L., and B. S. Tsybakov. 1962. Information transmission with additional noise. *IRE T. Inform. Theor.* 8(5):293–304.
10. Duda, R., P. Hart, and D. Stork. 2001. *Pattern classification*. 2nd ed. New York, NY: John Wiley and Sons. 688 p.
11. Beckenbach, E., and R. Bellman. 1961. *Inequalities*. New York, NY: Springer-Verlag. 55 p.
12. Gradshteyn, I. S., and I. M. Ryzhik. 2007. *Table of integrals, series, and products*. 7th ed. Academic Press. 1221 p.
13. Database of face images. Available at: <http://sourceforge.net/projects/colorfaces> (accessed October 9, 2019).
14. Lange, M. M., and S. N. Ganebnykh. 2018. On fusion schemes for multiclass object classification with reject in a given ensemble of sources. *J. Phys. Conf. Ser.* 1096:012048. 12 p. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1096/1/012048> (accessed October 7, 2019).

Received July 01, 2019

О СРАВНИТЕЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СХЕМ КЛАССИФИКАЦИИ ДАННЫХ НА АНСАМБЛЕ ИСТОЧНИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДНЕЙ ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ*

М. М. Ланге

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук,
lange_mm@ccas.ru

Аннотация: Исследуется точность многоклассовой классификации наборов объектов от ансамбля источников при различных схемах комплексирования данных. Предлагается новый подход к сравнению нижних границ вероятности ошибки для двух схем классификации с использованием средней взаимной информации между данными источников и множеством классов. Рассмотрена схема WMV (Weighted Majority Vote) на основе композиции решений по объектам источников и схема GDM (General Dissimilarity Measure) на основе композиции метрик на множествах объектов источников. Для исследуемых схем получены оценки усредненных значений средней взаимной информации на один источник. Доказано, что указанная характеристика схемы WMV не превосходит аналогичной характеристики схемы GDM, при этом нижняя граница вероятности ошибки в схеме WMV превосходит нижнюю границу вероятности ошибки в схеме GDM. Полученный теоретический результат подтвержден экспериментальными оценками вероятности ошибки распознавания цветных HSI изображений лиц для двух схем комплексирования данных от источников H, S и I.

Ключевые слова: многоклассовая классификация; ансамбль источников; схема комплексирования; композиция решений; композиция метрик; средняя взаимная информация; вероятность ошибки

DOI: 10.14357/19922264190403

Литература

1. *Kuncheva L.* Combining pattern classifiers, methods and algorithms. — 2nd ed. — New York, NY, USA: John Wiley and Sons, 2014. 384 p.
2. *Gray R., Neuhoff D.* Quantization // IEEE T. Inform. Theory, 1998. Vol. 44. Iss. 6. P. 2325–2383.
3. *Колмогоров А. Н., Тихомиров В. М.* ϵ -энтропия и ϵ -емкость множеств в функциональных пространствах // УМН, 1959. Т. 14. № 2(86). С. 3–86.
4. *Lam L., Suen C.* Application of majority voting to pattern recognition: An analysis of its behavior and performance // IEEE T. Syst. Man Cybern., 1997. Vol. 27. Iss. 5. P. 553–568.
5. *Lange M. M., Stepanov D. Y.* Recognition of objects given by collections of multichannel images // Pattern Recogn. Image Anal., 2014. Vol. 24. Iss. 3. P. 431–442.
6. *Kuncheva L., Whitaker C., Shipp C., Duin R.* Limits on the majority vote accuracy in classifier fusion // Pattern Anal. Appl., 2003. Vol. 6. Iss. 1. P. 22–31.
7. *Gallager R.* Information theory and reliable communication. — New York, NY, USA: John Wiley and Sons, 1968. 608 p.
8. *Ланге М. М., Ланге А. М.* О теоретико-информационной модели классификации данных // Машинное обучение и анализ данных, 2018. Т. 4. Вып. 3. С. 165–179.
9. *Dobrushin R. L., Tsybakov B. S.* Information transmission with additional noise // IRE T. Inform. Theor., 1962. Vol. 8. Iss. 5. P. 293–304.
10. *Duda R., Hart P., Stork D.* Pattern classification. — 2nd ed. — New York, NY, USA: John Wiley and Sons, 2001. 688 p.
11. *Beckenbach E., Bellman R.* Inequalities. — New York, NY, USA: Springer-Verlag, 1961. 55 p.
12. *Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M.* Table of integrals, series, and products. — 7th ed. — Academic Press, 2007. 1221 p.
13. Database of face images. <http://sourceforge.net/projects/colorfaces>.
14. *Lange M. M., Ganebnykh S. N.* On fusion schemes for multiclass object classification with reject in a given ensemble of sources // J. Phys. Conf. Ser., 2018. Vol. 1096. Art. ID: 012048. P. 1–12.

Поступила в редакцию 01.07.2019

* Работа частично поддержана РФФИ (проекты 18-07-01231 и 18-07-01385).

ВЫБОР МОДЕЛИ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ МЕДИЦИНСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

М. П. Кривенко¹

Аннотация: Эффективное решение задач медицинской диагностики требует применения сложных вероятностных моделей, позволяющих адекватно описывать реальные данные и допускающих применение аналитических методов обучаемой классификации. Выбор модели смеси нормальных распределений решает поставленные задачи, но приводит к проблеме проклятия размерности. Переход к модели смеси вероятностных анализаторов главных компонент позволяет формально поставить задачу выбора ее структурных параметров. Решение предлагается искать, комбинируя применение информационных критериев для формирования начальных приближений с последующим уточнением получающихся оценок. На примере экспериментов по диагностированию болезней печени и прогнозированию химического состава мочевых камней демонстрируются возможности описанных процедур анализа данных. Предлагаемые решения являются источником повышения точности классификации, дают толчок специалистам в предметной области для прояснения сути протекающих процессов.

Ключевые слова: медицинская диагностика; смесь вероятностных анализаторов главных компонент; критерий выбора модели; перепроверка

DOI: 10.14357/19922264190404

Применение технологии машинного обучения для медицинской диагностики подразумевает принятие модели обрабатываемых данных, атрибутами которой должны быть адекватность, аналитическая и вычислительная доступность, прозрачность диагностических решений и возможность их объяснить.

Вариант нормального распределения наиболее распространен и в то же время чаще всего критикуем (см., например, [1]). В том случае, когда модель нормального распределения не действует, ее развитием является смесь нормальных распределений [2], которая за счет усложнения позволяет лучше описывать распределения реальных данных. При этом остается в силе преимущество относительно простых аналитических решений типовых вероятностных задач в силу того, что основой остается нормальное распределение. Но особенно в случае анализа многомерных данных использование смеси нормальных распределений приводит к проблемам проклятия размерности.

Эти проблемы, в свою очередь, актуализируют вопросы выбора варианта модели и порождают необходимость снижения размерности данных. Причины здесь несколько: в медицинской практике сбор данных о пациентах — часто дорогой, трудоемкий и иногда вредный для пациентов процесс, и его желательно упростить; из-за большой размерности данных обработка может оказаться невозможной;

часто присутствует значительный объем избыточной или вводящей в заблуждение информации, удаление которой может не только сократить время обработки и повысить качество классификации, но и сделать полученные решения более понятными.

Обычно выделяются методы отбора (селекции) признаков и методы преобразования признаков [3]. К наиболее простым и широко используемым методам преобразования относятся линейные, а среди них — анализ главных компонент (РСА — principal component analysis). Но его полезность не проявляется для данных, демонстрирующих нелинейность. Понятно, что попытки исправить ситуацию были связаны с расширением имеющихся подходов, в частности путем кластеризации данных и выполнения РСА внутри кластеров. Подобный прогресс стал возможным в рамках вероятностной модели анализаторов главных компонент (PPCA — probabilistic PCA) и ее обобщения до соответствующей смеси (PPCAM — PPCA mixture).

В [4] рассматривались возможности разных подходов к выбору структурных параметров (число элементов смеси и размерности этих элементов), характеризующих модель PPCAM. Способы оценивания этих параметров формируются в непростых условиях, в числе которых необходимость привлечения сложных априорных предположений и, как следствие, проблемы полного их задания, отсутствие конкретных наработок в области селекции

¹ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, mkkrivenko@ipiran.ru

моделей типа PPCAM, сложность решения сопутствующих аналитических и вычислительных задач. Для реализации выбора размерностей предлагалось использовать комбинацию известных методов выбора размерностей принятой модели, а для оценивания качества обучаемой классификации данных — методы управления выборкой.

Базовая вероятностная модель анализа главных компонент для сниженной размерности основывается на представлении

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon},$$

где \mathbf{y} — наблюдаемая $(d \times 1)$ -переменная, $\mathbf{y} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{C}(k))$; \mathbf{W} — $(d \times k)$ -матрица преобразования; \mathbf{x} — латентная $(k \times 1)$ -переменная, $\mathbf{x} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$; $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$; $\mathbf{C}(k) = \mathbf{W}\mathbf{W}^T + \sigma^2 \mathbf{I}$. Здесь d — исходная размерность данных; k — сниженная размерность данных; $\boldsymbol{\mu}$, \mathbf{W} и σ^2 суть параметры модели. В случае модели PPCAM каждому j -му элементу смеси соответствует свой набор параметров: π_j — вес элемента смеси, а также $\boldsymbol{\mu}_j$, \mathbf{W}_j и σ_j^2 .

Для оценивания параметров PPCAM существует два основных варианта [5]:

- (1) поэтапный, когда сначала находятся оценки параметров смеси нормальных распределений, затем осуществляется факторизация ковариационных матриц элементов смеси и, наконец, строятся оценки параметров \mathbf{W}_j и σ_j^2 ;
- (2) одновременный для оценивания всех параметров π_j , $\boldsymbol{\mu}_j$, \mathbf{W}_j и σ_j^2 , $j = 1, \dots, m$, в совокупности.

Последний вариант из-за специфической организации итерационного процесса обладает вычислительными преимуществами, что может стать существенным при разовом оценивании. Но снижение размерности на основе выбора конкретной модели PPCAM подразумевает многократное оценивание ее параметров при различных предположениях. Поэтому поэтапный вариант оценивания становится более привлекательным, так как позволяет однократно получать представления ковариационных матриц элементов смеси, а затем многократно формировать из них нужные оценки.

Указанный принцип перехода от задачи с большей размерностью к меньшей можно эффективно использовать и при переборе различных значений числа элементов смеси m . Дело в том, что одним из сложных элементов итерационного алгоритма оценивания параметров смеси оказывается формирование начальных приближений. Автор данной статьи для этого эффективно комбинирует следующие шаги: однократное оценивание параметров смеси для «заведомо большого» значения \tilde{m} , а затем

повторное нахождение оценки для меньшего значения $\tilde{m} - 1$ путем выбора наилучшей оценки из \tilde{m} оценок, построенных при начальных приближениях, полученных исключением одного из элементов смеси в оценке для \tilde{m} .

В [6] приведен алгоритм выбора размерностей согласно информационным критериям AIC (Akaike's information criterion) и BIC (Bayesian information criterion) и алгоритм последовательного выбора значений параметров размерности, не ухудшающих точность классификации с точки зрения метода перепроверки (реализуется идея циклического покоординатного спуска).

В качестве иллюстрации предложенных идей анализировались результаты реальных обследований с целью дискриминации данных о ферментах для пациентов с заболеваниями печени [7]. Кроме этого рассматривалось построение прогноза состава камня по набору показателей как задача обучаемой классификации типов камней [6]. Анализ данных показал: информационные критерии «угадывают» далеко не лучшие решения; из них предпочтительным оказывается AIC, что соответствует его нацеленности на аппроксимацию участвующих в классификации плотностей распределения данных; при относительно небольших значениях структурных размерностей удается найти решения, приемлемые по сложности и превосходящие по точности известные подходы; полученные оценки в виде смесей не только говорят о непростой структуре данных в классах, но и позволяют описать возникающие кластеры как через их параметры, так и с помощью соответствующих наборов наблюдаемых значений.

Описанные подходы и алгоритмы не гарантируют наилучшего решения, но позволяют выяснить, реально ли упрощение априорных предположений и повышение качества принимаемых решений одновременно. Кроме того, появляется новый источник дополнительной информации об объектах медицинских исследований.

Предлагаемые решения не просты, требуют дополнительных усилий по их развитию и, что более важно, внедрению в практику медицинской диагностики, но создают предпосылки для новых открытий.

Литература

1. Harris E. K., Boyd J. C. Statistical bases of reference values in laboratory medicine. — New York, NY, USA: Marcel Dekker, 1995. 361 p.
2. Кривенко М. П. Модели для представления и обработки референсных значений // Информатика и её применения, 2015. Т. 9. Вып. 2. С. 63–74.

3. Jensen R., Shen Q. Computational intelligence and feature selection. Rough and fuzzy approaches. — Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2008. 340 p.
4. Кривенко М. П. Выбор размерностей для смеси вероятностных анализаторов главных компонент // Системы и средства информатики, 2019. Т. 29. № 3. С. 4–15.
5. Tipping M. E., Bishop C. M. Mixtures of probabilistic principal component analyzers // Neural Comput., 1999. Vol. 11. Iss. 2. P. 443–482.
6. Кривенко М. П. Снижение размерности для смеси вероятностных анализаторов главных компонент применительно к задачам медицинской диагностики // Системы и средства информатики, 2019. Т. 29. № 4. С. 4–13.
7. Albert A., Harris E. K. Multivariate interpretation of clinical laboratory data. — New York, NY, USA: CRC Press, 1987. 328 p.

Поступила в редакцию 19.08.19

DATA MODEL SELECTION IN MEDICAL DIAGNOSTIC TASKS

M. P. Krivenko

Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

Abstract: Effective solution of medical diagnostics tasks requires the use of complex probabilistic models which allow one to adequately describe real data and permit the use of analytical methods of the supervised learning classification. Choosing a model of a mixture of normal distributions solves the posed problems but leads to the curse of dimensionality. The transition to the model of a mixture of probabilistic principal component analyzers allows one to formally set the task of choosing its structural parameters. The solution is proposed to search by combining the application of information criteria for the formation of initial approximations followed by refinement of the resulting estimates. Using the example of experiments to diagnose liver diseases and to predict the chemical composition of urinary stones, the capabilities of the described data analysis procedures are demonstrated. The proposed solutions give a source of improving the accuracy of classification, impetus to experts in the subject area to clarify the essence of the processes.

Keywords: medical diagnostics; mixture of probabilistic principal component analyzers; model selection criterion; cross validation

DOI: 10.14357/19922264190404

References

1. Harris, E. K., and J. C. Boyd. 1995. *Statistical bases of reference values in laboratory medicine*. New York, NY: Marcel Dekker. 361 p.
2. Krivenko, M. P. 2015. Modeli dlya predstavleniya i obrabotki referentsnykh znacheniy [Models for representation and treatment of reference values]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 9(2):63–74.
3. Jensen, R., and Q. Shen. 2008. *Computational intelligence and feature selection. Rough and fuzzy approaches*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons. 340 p.
4. Krivenko, M. P. 2019. Vybor razmernostey dlya smesi veroyatnostnykh analizatorov glavnykh component [The choice of dimensions for a mixture of probabilistic analyzers of the main components]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 29(3):4–15.
5. Tipping, M. E., and C. M. Bishop. 1999. Mixtures of probabilistic principal component analyzers. *Neural Comput.* 11(2):443–482.
6. Krivenko, M. P. 2019. Snizhenie razmernosti dlya smesi veroyatnostnykh analizatorov glavnykh component primenitel'no k zadacham meditsinskoy diagnostiki [Dimension reduction for a mixture of probabilistic analyzers of the main components as applied to medical diagnostic tasks]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 29(4):4–13.
7. Albert, A., and E. K. Harris. 1987. *Multivariate interpretation of clinical laboratory data*. New York, NY: CRC Press. 328 p.

Received August 19, 2019

Contributor

Krivenko Michail P. (b. 1946) — Doctor of Science in technology, professor, leading scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; mkrivenko@ipiran.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ КРЕДИТНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ ПУБЛИКУЕМОЙ ОТЧЕТНОСТИ*

Ю. И. Журавлев¹, О. В. Сенько², Н. Н. Бондаренко³, В. В. Рязанов⁴, А. А. Докукин⁵, А. П. Виноградов⁶

Аннотация: Рассматривается математическая модель для прогноза отзыва лицензии кредитной организации на период до 6 месяцев по данным из публикуемой отчетности кредитных организаций. Модель является коллективным решением по набору комбинаторно-логических методов распознавания и решающих лесов различного типа. Оценка эффективности разработанной коллективной модели по показателю ROC AUC (area under receiver operating characteristic curve) составила 0,74. Модель позволяет выделять группы кредитных организаций с повышенным и пониженным риском отзыва лицензии. Было проведено ранжирование различных показателей, показавшее важность величины ликвидных и высоколиквидных активов.

Ключевые слова: прогнозирование; коллективные методы; финансовое состояние; кредитная организация

DOI: 10.14357/19922264190405

1 Введение

Банковский сектор представляет собой крупнейшую по объему средств часть финансового рынка России, и трудно переоценить важность деятельности кредитных организаций для экономики страны в целом и отдельных компаний и граждан в частности. Банком России на протяжении последних лет проводилась работа по выводу с рынка недобросовестных и финансово несостоятельных участников: у кредитных организаций отзывались лицензии на осуществление банковских операций или проводились мероприятия по финансовому оздоровлению с приостановкой полномочий бывших собственников и руководства. Как правило, данные события были связаны с ухудшением финансового состояния кредитной организации. Однако для клиентов банков момент наступления такого негативного события мог стать полной неожиданностью.

Естественно, что деятельность банковского надзора, связанная с банковской тайной и информацией ограниченного доступа, является непубличной. Поэтому невозможно заранее сказать, безопасно

ли хранить средства (в размере, превышающем объем страховой ответственности Государственной корпорации «Агентство по страхованию вкладов») в данном банке или нет. Однако существуют различные методики, в частности у кредитных рейтинговых агентств, позволяющие на основе количественных и качественных показателей оценить вероятность наступления дефолта кредитной организации на определенном горизонте. Следует отметить, что отзыв лицензии может произойти и без наступления дефолта кредитной организации. В связи с этим возникает потребность исследования возможности прогнозирования ухудшения финансового состояния кредитной организации заранее.

Для решения этой задачи объективно могут использоваться средства машинного обучения. Их очевидными преимуществами по сравнению с экспертными оценками являются объективность, универсальность, относительно низкая стоимость, возможность быстрой коррекции алгоритмов прогнозирования по мере поступления новой информации.

Перечисленные преимущества не могут не привлекать внимание исследователей и вызывают по-

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 18-29-03151).

¹Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, zhur@ccas.ru

²Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, senkoov@mail.ru

³Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, kolianmos1@gmail.com

⁴Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, rvccas@mail.ru

⁵Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, dalex@ccas.ru

⁶Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, vngrecas@mail.ru

явление работ по тематике использования методов компьютерного обучения для решения задач прогнозирования в банковской сфере [1, 2].

В настоящее время существует большое число технологий обучения, а также средств статистически корректной оценки эффективности полученных решений [3, 4]. Большое значение имеют также сопутствующие обучению методы ранжирования показателей по их значимости при прогнозировании. Такое разнообразие технологий вызывает необходимость исследования как их эффективности по отдельности, так и выбора оптимальной схемы построения коллективных решений [3].

2 Использование для прогноза методов распознавания

Сформулируем поставленную выше задачу прогнозирования ухудшения состояния кредитных организаций как задачу предсказания отзыва лицензии по данным из публикуемой отчетности кредитных организаций.

Имеется набор объектов (кредитных организаций) с признаковым описанием (показатели отчетности¹, с ежемесячной периодичностью размещаемые на сайте Банка России²), для которых известно значение бинарного признака — будет ли негативное событие отзыва лицензии у кредитной организации в течение ближайших 6 месяцев или нет (составленное по информации пресс-релизов с сайта Банка России). Задача заключается в прогнозировании значения функции, зависящей от признакового описания объекта и принимающей бинарные значения «да» или «нет» на анализируемую дату с горизонтом прогнозирования 6 месяцев в зависимости от данных отчетности банка.

Важно отметить, что причиной отзыва лицензии могут стать не только проблемы, связанные с финансовым состоянием кредитной организации, но и нарушения в области ПОД/ФТ (противодействия отмыванию доходов и финансированию терроризма). В связи с этим из обучающей выборки были исключены кредитные организации, у которых лицензии были отозваны в связи с указанными нарушениями.

Был проведен эксперимент по оценке возможности прогнозирования отзыва лицензии, связанного с финансовым состоянием банка. Прогноз проводился на период с января по июнь 2015 г.

¹Отдельные показатели деятельности кредитной организации, используемые для расчета обязательных нормативов из разд. 2 отчетности банков по форме 0409135 «Информация об обязательных нормативах», составленной в соответствии с Указанием Банка России от 24.11.2016 № 4212-У «О перечне, формах и порядке составления и представления форм отчетности кредитных организаций в Центральный банк Российской Федерации».

²www.cbr.ru.

В анализ были включены 24 банка, для которых отзыв лицензии был осуществлен в указанный период. При этом по экспертной оценке сотрудников Банка России отзыв лицензии для этих банков определенно был связан с их финансовым состоянием. Также в анализ были включены 692 банка, которые продолжали действовать без отзыва лицензии в течение 2 лет с декабря 2014 г. Для прогнозирования использовались параметры банковской отчетности, известные на момент времени, в который производился прогноз. Всего в анализе использовался 31 уникальный показатель банковской отчетности. Однако при прогнозировании применялись банковские показатели, рассчитанные для месяца, предшествующего дате составления прогноза, а также для месяцев, отстоящих от даты прогноза на 1, 2 и 3 месячных интервала. Таким образом, общее число используемых для прогноза показателей составило 124.

Задача прогнозирования, очевидно, может быть сведена к задаче распознавания с двумя классами. При этом задача усложняется малым размером целевого класса, а также высокой размерностью данных, связанной с необходимостью учета динамики показателей финансового состояния банков. Высокая эффективность в этих условиях может достигаться при использовании коллективных решений. Существенным требованием является необходимость анализа информативности различных показателей. Данная задача усложняется тем, что информативность показателей проявляется только в рамках их взаимодействия. Можно предположить, что для повышения достоверности могут быть использованы коллективные методы оценивания информативности. Разработка таких методов также является одной из целей представляемого исследования.

Для вычисления оптимальных прогнозных решений был протестирован ряд разнообразных технологий распознавания. Однако возможность получения эффективного алгоритма прогнозирования удалось показать только для следующих методов:

- логистическая регрессия (LogReg);
- алгоритм вычисления оценок с использованием всевозможных наборов признаков в качестве опорных множеств (АВО) [3, 5];
- решающий лес, использующий бэггинг для генерации ансамблей деревьев (RF) [4];

- решающий лес, основанный на процедуре адаптивного бустинга (AdaBoost) [4, 6];
- решающий лес, основанный на процедуре градиентного бустинга (GradBoost) [4, 7];
- метод статистически взвешенных синдромов (СВС) [3, 8].

Оценка точности прогноза проводилась с использованием метода кросс-валидации со 100 фолдами. Для оценивания результатов была использована известная метрика ROC AUC. Результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1 Оценка точности прогноза различными методами

Метод	ROC AUC	Ранг
LogReg	0,626	1
RF	0,707	5
GradBoost	0,662	2
AdaBoost	0,716	6
ABO	0,679	3
СВС	0,698	4

3 Коллективное решение

На основе полученных данных строилось коллективное решение. На первом этапе проводился поиск оптимального порога b_* в решающем правиле для каждого из 6 алгоритмов. Подбор порога проводился из условия минимальности различия между чувствительностью и специфичностью. Коллективная оценка объекта, описываемая вектором признаков \mathbf{x}_j , вычислялась в два этапа. На первом этапе по оценке $\gamma_*(\mathbf{x}_j)$, полученной с помощью алгоритма A_* , вычислялось значение бинарного показателя β_* , указывающего на негативный прогноз для объекта \mathbf{x}_j при $\beta_*(\mathbf{x}_j) = 1$ и на положительный прогноз при $\beta_*(\mathbf{x}_j) = 0$. Вычисление β_* проводилось по схеме:

$$\beta_*(\mathbf{x}_j) = \begin{cases} 1 & \text{при } \gamma_*(\mathbf{x}_j) > b_*; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Каждому из алгоритмов сопоставлялся весовой коэффициент θ_* . Рассматривался следующий способ задания весовых коэффициентов: алгоритмы ранжировались по величине ROC AUC. Значение коэффициента θ_* для алгоритма A_* приравнивалось рангу A_* из табл. 1. Коллективная оценка $\gamma_{\text{int}}(\mathbf{x}_j)$ вычислялась по формуле:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{int}}(\mathbf{x}_j) = & \theta_{\text{СВС}}\beta_{\text{СВС}}(\mathbf{x}_j) + \theta_{\text{GB}}\beta_{\text{GB}}(\mathbf{x}_j) + \\ & + \theta_{\text{AB}}\beta_{\text{AB}}(\mathbf{x}_j) + \theta_{\text{RF}}\beta_{\text{RF}}(\mathbf{x}_j) + \theta_{\text{LR}}\beta_{\text{LR}}(\mathbf{x}_j) + \\ & + \theta_{\text{ABO}}\beta_{\text{ABO}}(\mathbf{x}_j). \end{aligned}$$

Таблица 2 Уровень риска отзыва лицензии для различных интервалов балльных оценок

Баллы	Количество отозванных лицензий	
	шт.	%
≥ 20	5 из 19	26,3
От 17 до 19	12 из 63	19
От 3 до 16	9 из 401	2,2
< 3	3 из 252	1,2

Величина ROC AUC для коллективного решения составила 0,74.

Коллективные оценки риска оценивались по шкале от 0 до 21 балла, где 21 балл соответствовал негативному прогнозу, а 0 баллов соответствовали позитивному прогнозу. Из табл. 2 видно, что из 19 банков с 21 баллом лицензия была отозвана у 5, что составляет 26,3%. В группе из 252 банков с менее чем тремя баллами лицензия была отозвана только у трех банков (1,2%). Таким образом, коллективное решение отчетливо выделяет группы с пониженным и повышенным риском отзыва лицензии.

Для оценивания информативности признаков использовались коллективные оценки информативности, включающие оценки, полученные с помощью всех трех используемых вариантов решающих лесов, а также метода СВС.

В методах решающих лесов информативность признаков вычисляется как среднее значение показателей информативности, рассчитанных для отдельных деревьев и характеризующих улучшение аппроксимации данных после включения признака в модель [9].

В методе СВС показателем информативности служит значение статистики χ^2 при сравнении распределения целевого класса в группах слева и справа от рассчитанного для признака оптимального порога [8].

Таким образом, информативность признаков рассчитывалась отдельно для решающих лесов, основанных на бэггинге, адаптивном или градиентном бустинге, а также для СВС. Обозначим показатели информативности по этим методам соответственно как I_{RF} , I_{AB} , I_{GB} и $I_{\text{СВС}}$. Далее проводилось ранжирование признаков по величине каждого из четырех перечисленных показателей. Ранги по I_{RF} , I_{AB} , I_{GB} и $I_{\text{СВС}}$ обозначим как R_{RF} , R_{AB} , R_{GB} и $R_{\text{СВС}}$.

Интегральный показатель информативности для $I_{\text{int}}(X_j)$ признака X_j вычислялся как сумма рангов по каждому из четырех показателей информативности:

$$\begin{aligned} I_{\text{int}}(X_i) = & \\ = & R_{\text{СВС}}(X_i) + R_{\text{GB}}(X_i) + R_{\text{AB}}(X_i) + R_{\text{RF}}(X_i). \end{aligned}$$

Таблица 3 Наиболее информативные показатели

Ранг	Интегральный показатель информативности	Показатель банковской отчетности
1	4	Высоколиквидные активы за месяц, предшествующий моменту прогноза
2	18	Ликвидные активы за месяц, предшествующий моменту прогноза
3	19	Активы II группы, взвешенные с коэффициентом 20% (мера риска), за месяц, отстоящий на один месячный интервал от даты прогноза
4	40	Активы, имеющие нулевой коэффициент риска за месяц, отстоящий на четыре месячных интервала от даты прогноза
5	49	Активы II группы, взвешенные с коэффициентом 20% (мера риска) за месяц, отстоящий на три месячных интервала от даты прогноза

Признаки, имеющие ранги от одного до пяти, приведены в табл. 3.

4 Заключение

Как видно из полученных результатов, разработанная коллективная модель по группе методов распознавания по данным отчетности позволяет с некоторой долей уверенности предсказать отзыв лицензии у кредитной организации. Возможность эффективного прогнозирования можно связать с проводимой Банком России работой над достоверностью отчетности участников финансового рынка. Разработанная методика может быть полезна как для банковского надзора, так и для участников финансового рынка. Однако для повышения точности прогнозирования негативных событий, безусловно, недостаточно следить только за значениями показателей отчетности: важно использовать механизм риск-аналитики, а также формировать доверительную среду на финансовом рынке.

Литература

1. Ясницкий Л. Н., Иванов Д. В., Липатова Е. В. Нейросетевая система оценки вероятности банкротства банков // Бизнес-информатика, 2014. Т. 3. № 29. С. 49–56.
2. Синельникова-Мурьева Е. В., Горшкова Т. Г., Макеева Н. В. Прогнозирование дефолтов в российском банковском секторе // Экономическая политика, 2018. Т. 2. № 13. С. 8–27.
3. Журавлев Ю. И., Рязанов В. В., Сенько О. В. Распознавание: Математические методы. Программная система. Применения. — М.: Фазис, 2006. 159 с.
4. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The elements of statistical learning: Data mining, inference, and prediction. — Springer, 2009. 745 p.
5. Журавлев Ю. И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации // Проблемы кибернетики, 1978. № 33. С. 5–68.
6. Freund Y., Schapire R. A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to boosting // J. Comput. Syst. Sci., 1997. Vol. 55. P. 119–139.
7. Friedman J. Greedy function approximation: A gradient boosting machine // Ann. Stat., 2001. Vol. 5. Iss. 29. P. 1189–1232.
8. Кузнецов В. А., Сенько О. В., Кузнецова А. В. и др. Распознавание нечетких систем по методу статистически взвешенных синдромов и его применение для иммуногематологической нормы и хронической патологии // Хим. физика, 1996. Т. 15. № 1. С. 81–100.
9. Louppe G. Understanding random forests: From theory to practice. — Liege: University of Liege, 2014. PhD Thesis. 223 p.

Поступила в редакцию 04.02.19

RESEARCH OF THE POSSIBILITY TO FORECAST CHANGES IN FINANCIAL STATE OF A CREDIT ORGANIZATION ON THE BASIS OF PUBLIC FINANCIAL STATEMENTS

Yu. I. Zhuravlev^{1,2}, O. V. Sen'ko¹, N. N. Bondarenko², V. V. Ryazanov¹, A. A. Dokukin¹,
and A. P. Vinogradov¹

¹Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

²M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskie Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation

Abstract: The mathematical model for forecasting of license revocation of a credit organization in the 6-month period based on public financial statements is considered. The model represents an ensemble of combinatorial and logical methods and decision trees of different types. Its effectiveness estimated by ROC AUC (area under receiver operating characteristic curve) is 0.74. The model allows distinguishing groups of credit organizations with higher and lower license revocation risks. Also, the ranking of different financial statement indicators has been performed which marked the importance of liquid and highly liquid assets.

Keywords: forecasting; algorithm ensembles; financial state; credit organization

DOI: 10.14357/19922264190405

Acknowledgments

The research has been carried out with the partial financial support of the Russian Foundation for Basic Research (project 18-29-03151).

References

1. Yasnitskiy, L. N., D. V. Ivanov, and E. V. Lipatova. 2014. Neyrosetevaya sistema otsenki veroyatnosti bankrotstva bankov [Neural network designed to estimate probability of bank bankruptcies]. *Biznes-informatika* [Business Informatics] 3(29):49–56.
2. Sinel'nikova-Muryleva, E. V., T. G. Gorshkova, and N. V. Makeeva. 2018. Prognozirovanie defoltov v rossiyskom bankovskom sektore [Default forecasting in the Russian banking sector]. *Ekonomicheskaya politika* [Economic Policy] 2(13):8–27.
3. Zhuravlev, Yu. I., V. V. Ryazanov, and O. V. Sen'ko. 2006. *Raspoznavanie. Matematicheskie metody. Programmaya sistema. Primeneniya* [Recognition. Mathematical methods. Software system. Applications]. Moscow: Fazis. 159 p.
4. Hastie, T., R. Tibshirani, and J. Friedman. 2009. *The elements of statistical learning: Data mining, inference, and prediction*. Springer. 745 p.
5. Zhuravlev, Yu. I. 1978. Ob algebraicheskom podkhode k resheniyu zadach raspoznavaniya ili klassifikatsii [On algebraic approach to recognition and classification problems]. *Problemy kibernetiki* [Cybernetic Problems] 33:5–68.
6. Freund, Y., and R. Schapire. 1997. A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to boosting. *J. Comput. Syst. Sci.* 55:119–139.
7. Friedman, J. 2001. Greedy function approximation: A gradient boosting machine. *Ann. Stat.* 5(29):1189–1232.
8. Kuznetsov, V. A., O. V. Sen'ko, A. V. Kuznetsova, et al. 1996. Recognition of fuzzy systems by the method of statistically weighed syndromes and its application to immunohematological characterization of the norm and chronic pathology. *Chem. Phys. Rep.* 15(1):87–107.
9. Louppe, G. 2014. Understanding random forests: From theory to practice. Liege: University of Liege. PhD Thesis. 223 p.

Received February 4, 2019

Contributors

Zhuravlev Yuri I. (b. 1935) — Doctor of Science in physics and mathematics, Academician of RAS, principal scientist, Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; honorary professor, head of the Mathematical Methods of

Forecasting Department, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskie Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation; zhur@ccas.ru

Sen'ko Oleg V. (b. 1957) — Doctor of Science in physics and mathematics, leading scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; senkoov@mail.ru

Bondarenko Nikolaj N. (b. 1990) — postgraduate student, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskie Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation; kolianmos1@gmail.com

Ryazanov Vladimir V. (b. 1950) — Doctor of Science in physics and mathematics, principal scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; rvccas@mail.ru

Dokukin Alexander A. (b. 1980) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, senior scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; dalex@ccas.ru

Vinogradov Alexander P. (b. 1951) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, senior scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; vngrccas@mail.ru

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПО КОНТИНУАЛЬНОМУ КРИТЕРИЮ VaR НА СОВОКУПНОСТИ РЫНКОВ*

Г. А. Агасандян¹

Аннотация: Работа продолжает изучение проблем использования континуального критерия VaR (СС-VaR) на финансовых рынках. Речь идет о применении СС-VaR на совокупности нескольких рынков разных размерностей, связанных между собой базовыми активами. В типовой модели совокупности одного двумерного и двух одномерных теоретических рынков рассматривается наиболее общий случай их совместного функционирования. Приводится правило построения оптимального по СС-VaR комбинированного портфеля с тремя компонентами. Оно основывается на расхождениях в относительных доходах между рынками с сохранением требований критерия. Оптимальный портфель строится из базисных инструментов всех рынков с использованием в их конструкциях идей рандомизации. Приводятся также его идеалистичная и суррогатная версии, которые могут быть полезными при проверке расчетов и для графической иллюстрации платежных функций. Теоретически модель без труда распространяется на рынки большей размерности. Возможны и две усеченные постановки задачи, в одной из которых исключается один одномерный рынок, в другой — двумерный.

Ключевые слова: базовые активы; функция рискованных предпочтений; континуальный критерий VaR; стоимостная и прогнозная плотности; функция относительных доходов; процедура Неймана–Пирсона; комбинированный портфель; рандомизация; суррогатный портфель; идеалистичный портфель

DOI: 10.14357/19922264190406

1 Введение

Работа продолжает исследования по применению введенного автором континуального критерия VaR на финансовых рынках [1–5] как с одним, так и с несколькими базовыми активами [3]. В настоящей работе изучается оптимальное поведение инвестора, приверженного СС-VaR, одновременно на нескольких рынках разных размерностей, связанных между собой базовыми активами. В типовой модели речь идет о совокупности трех рынков, один из которых двумерный, а два других одномерные. Базовые активы одномерных рынков образуют пару базовых активов двумерного. Такую схему назовем *комбинированным* (и *тройственным*) рынком. Она естественным образом распространяется на совокупности рынков больших размерностей, хотя с их ростом, разумеется, многое в схеме технически усложняется.

Для выявления сущности проблемы все рынки рассматриваются однопериодными (с двумя моментами времени — началом и концом периода), теоретическими (страйки опционов образуют континуальное множество) и идеальными (комиссионные равны нулю, а цены покупателя и продавца совпадают).

Решение ищется в форме совмещения трех портфелей и основывается на анализе поточечных расхождений в относительных доходах на рынках, обусловленных расхождениями в ценах на разных рынках.

2 Исходные теоретические рынки

Рассматриваются три однопериодных рынка: два одномерных $\#X$ и $\#Y$ с базовыми активами X и Y соответственно и один двумерный $\#0$ с парой активов (X, Y) . Цены двух базовых активов обозначаются x и y , параметры инструментов — s и t , при этом $x, s \in X = [a_1, b_1)$, $y, t \in Y = [a_2, b_2)$. Рыночная стоимость произвольного инструмента G записывается как $|G|$, а средний доход — $\|G\|$.

Вкратце напомним обозначения и конструкции рынков с введением необходимых дополнений, обусловленных их совместной работой.

Для рынка $\#X$ заданы *прогнозная* $p_X(x)$ и *стоимостная* $c_X(x)$, $x \in X$, плотности, порождающие меры $C_X(\cdot)$ и $P_X(\cdot)$ соответственно. Первая сформирована рынком на начало периода, а вторая дает прогноз инвестора на его конец. Важный для оптимизации относительный доход $\rho_X(\cdot) = p_X(\cdot)/c_X(\cdot)$.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-01-00816).

¹ Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, agasand17@yandex.ru

На рынке, называемом δ -рынком, можно торговать любым инструментом G_X с доходом, представимым в виде произвольной неотрицательной измеримой функции $g(x)$, $x \in X$. Ее называем *платежной функцией* инструмента и обозначаем $\pi(x; G_X)$, т.е. $g(x) = \pi(x; G_X)$, $x \in X$, в частности $\pi(x; X) = x$.

Базисными на рынке являются инструменты $D_X(s)$, $s \in X$, с обобщенной δ -функцией в качестве платежной: $\pi(x; D_X(s)) \equiv \delta(x - s)$. Для них

$$|D_X(s)| = c_X(s), \quad \|D_X(s)\| = p_X(s), \quad s \in X.$$

Для инструмента G_X с платежной функцией $g(x)$ имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} G_X &= \int_{X \times Y} g_X(s) D_X(s) ds; \\ |G_X| &= \int_X g_X(s) c_X(s) ds; \\ \|G_X\| &= \int_X g_X(s) p_X(s) ds. \end{aligned}$$

Определяются и такие важные для сценарных рынков инструменты, как индикаторы множеств $H_X\{M\}$, $M \subset X$, с их характеристическими функциями в качестве платежных, а также *единичный безрисковый актив* U_X , и для них

$$\begin{aligned} H_X\{M\} &= \int_M D_X(s) ds; \\ U_X = H_X\{X\} &= \int_X D_X(s) ds; \\ |H_X\{M\}| &= \int_M c_X(s) ds; \\ |U_X| = C_X\{X\} &= \int_X c_X(s) ds. \end{aligned}$$

Аналогично вводятся агрегаты второго одномерного рынка с очевидной заменой $X \leftrightarrow Y$, $x \leftrightarrow y$, $X \leftrightarrow Y$, $s \leftrightarrow t$: плотности $p_Y(y)$ и $c_Y(y)$; меры $P_Y\{\cdot\}$ и $C_Y\{\cdot\}$; относительный доход $\rho_Y(y)$; инструменты $D_Y(t)$, $y, t \in Y$, $H_Y\{M\}$, $M \subset Y$, и U_Y .

Для *двумерного* рынка #0 задаются двумерные плотности $p(x, y)$ и $c(x, y)$, $x \in X$, $y \in Y$, порождающие меры $P\{\cdot, \cdot\}$ и $C\{\cdot, \cdot\}$ соответственно, а относительный доход $\rho(\cdot, \cdot) = p(\cdot, \cdot)/c(\cdot, \cdot)$. Базисными инструментами служат $D(s, t)$, $s \in X$, $t \in Y$, и для них $\pi(x, y; D(s, t)) \equiv \delta(x - s, y - t)$, а также

$$|D(s, t)| = c(s, t), \quad \|D(s, t)\| = p(s, t), \quad s \in X, \quad t \in Y.$$

Для инструмента G с платежной функцией $\pi(x, y; G) \equiv g(x, y)$ имеем:

$$\begin{aligned} G &= \int_{X \times Y} g(s, t) D(s, t) ds dt; \\ |G| &= \int_{X \times Y} g(s, t) c(s, t) ds dt; \\ \|G\| &= \int_{X \times Y} g(s, t) p(s, t) ds dt. \end{aligned}$$

Для плотностей $p(x, y)$ и $c(x, y)$, $x \in X$, $y \in Y$, выполняются соотношения:

$$\int_{X \times Y} p(x, y) dx dy = 1; \quad \int_{X \times Y} c(x, y) dx dy = \frac{1}{r},$$

где r — безрисковый относительный доход за период. Двумерные плотности порождают маргинальные плотности $p_1(x)$, $p_2(y)$ и $c_1(x)$, $c_2(y)$, $x \in X$, $y \in Y$:

$$\left. \begin{aligned} p_1(x) &= \int_Y p(x, y) dy; \quad p_2(y) = \int_X p(x, y) dx; \\ c_1(x) &= \int_Y c(x, y) dy; \quad c_2(y) = \int_X c(x, y) dx. \end{aligned} \right\} (1)$$

При этом

$$\begin{aligned} \int_X p_1(x) dx &= \int_Y p_2(y) dy = \int_{X \times Y} p(x, y) dx dy = 1; \\ \int_X c_1(x) dx &= \int_Y c_2(y) dy = \int_{X \times Y} c(x, y) dx dy = \frac{1}{r}. \end{aligned}$$

Вновь, как обычно, без ограничения общности принимаем для простоты $r = 1$ для рынка #0, что позволяет интерпретировать *стоимостную* плотность $c(x, y)$, $x \in X$, $y \in Y$, как плотность вероятности, порождаемую рынком.

Однако распространить такое же упрощение на все рынки представленной совокупности нельзя, так как на них могут возникать свои безрисковые ставки относительного дохода. И появляются новые *параметры* χ_X и χ_Y — ставки безрискового относительного дохода на рынках #X и #Y соответственно, дающие только интегральные ограничения на одномерные стоимостные плотности:

$$\left. \begin{aligned} |U_X| &= \int_X c_X(x) dx = \chi_X^{-1}; \\ |U_Y| &= \int_Y c_Y(y) dy = \chi_Y^{-1}. \end{aligned} \right\} (2)$$

Поскольку в общем случае ценообразование на совместно функционирующих трех рынках (как на самостоятельных, хотя и родственных) производит-

ся отдельно, стоимостные плотности $c_X(\cdot)$ и $c_Y(\cdot)$ одномерных рынков #X и #Y не следует отождествлять с маргинальными (1). И, вообще говоря,

$$c_X(x) \neq c_1(x), c_Y(y) \neq c_2(y), x \in X, y \in Y,$$

хотя при этом естественно считать, что

$$p_X(x) \equiv p_1(x), p_Y(y) \equiv p_2(y), x \in X, y \in Y,$$

так как все прогнозные плотности $p(x, y)$, $p_X(x)$ и $p_Y(y)$ являются предметом единого цельного прогноза инвестора.

Для рынка #0 определяются также инструментальные индикаторы множеств $H\{M\}$, $M \subset X \times Y$, и единичный безрисковый актив U , и для них

$$\begin{aligned} H\{M\} &= \int_M D(s, t) dsdt; \\ U = H\{X \times Y\} &= \int_{X \times Y} D(s, t) dsdt; \\ |H\{M\}| &= \int_M c(s, t) dsdt; \\ |U| = C\{X \times Y\} &= \int_{X \times Y} c(s, t) dsdt = \frac{1}{r}. \end{aligned}$$

Наряду с введенными инструментами рынка #0 рассматриваются и его маргинальные инструменты $D_1(\cdot)$, $D_2(\cdot)$, U_1 , U_2 , $H_1\{\cdot\}$ и $H_2\{\cdot\}$, но каждый из них не самостоятелен и обретает смысл лишь в произведении с каким-либо инструментом по другой координате.

Наконец, критерий CC-VaR требует, чтобы выполнялись неравенства $P\{q \geq \phi(\varepsilon)\} \geq 1 - \varepsilon$ сразу для всех $\varepsilon \in [0, 1]$, где q — доход инвестора; $\phi(\varepsilon)$ — неотрицательная монотонно возрастающая и непрерывная функция рискованных предпочтений (ф.р.п.) инвестора.

В связи с соотношениями (2) следует также иметь в виду проблемы взаимодействия рынков. Обмен между рынками инструментальными средствами не предусмотрен. Это значит, что не допустимо, например, расщепление двумерного единичного безрискового актива на два компонентных инструмента с целью последующих операций с ними на двух других одномерных рынках. Естественно, что при этом сохраняется возможность использования денежных средств, полученных от продажи актива на двумерном рынке, для покупки других активов на одномерных рынках. Проясним на простейшем примере, как сказываются такие особенности многомерных рынков на исходах сделок.

Рассмотрим последовательность двух рыночных сделок:

- (1) продажа единицы инструмента $U = U_1 \times U_2$ на рынке #0 по цене $S = 1$;
- (2) приобретение на сумму S на рынках #X и #Y по отдельности u и v единиц инструментов U_X и U_Y по ценам $1/\chi_X$ и $1/\chi_Y$ (2) для каждой единицы соответственно.

Для определения количеств u и v имеем уравнение $S = u/\chi_X + v/\chi_Y$. Во вполне приемлемом предположении, что $\chi_X = \chi_Y = 1$, одним из его решений будет, например, $u = v = 1/2$. Таким образом, в этом случае один двумерный инструмент U эквивалентен по стоимости комбинации $U_X/2 + U_Y/2$ (а не $U_X + U_Y$!).

3 Оптимизация на тройственном рынке

Предлагаются алгоритмы построения на совокупности трех теоретических рынков оптимального по CC-VaR комбинированного портфеля вместе с некоторыми его версиями. Алгоритмы, как и в [1–5], основываются на анализе относительных доходов для всех трех исходных рынков с непрерывным применением процедуры Неймана–Пирсона из математической статистики [6].

В общей схеме тройственного рынка для целей оптимизации будем формировать единую функцию относительного дохода для комбинации трех рынков. Это производится путем поточечной замены значений функции $\rho(\cdot, \cdot)$ рынка #0 теми значениями функций $\rho_X(\cdot)$ или $\rho_Y(\cdot)$ для рынков #X и #Y (с сопоставимыми по вероятностям весами), которые оказываются наибольшими из всех трех функций.

Формально правила замещения задаются разбиением множества $X \times Y$ на подмножества M_0 , M_1 и M_2 , определяемые соотношениями эквивалентности:

$$\begin{aligned} (s, t) \in M_0 &\Leftrightarrow \{\rho(s, t) \geq \rho_X(s) \& \rho(s, t) \geq \rho_Y(t)\}; \\ (s, t) \in M_1 &\Leftrightarrow \{\rho_X(s) > \rho(s, t) \& \rho_X(s) \geq \rho_Y(t)\}; \\ (s, t) \in M_2 &\Leftrightarrow \{\rho_Y(t) > \rho(s, t) \& \rho_Y(t) > \rho_X(s)\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Множества M_0 , M_1 и M_2 взаимно не пересекаются, в объединении дают полное множество $X \times Y$ и состоят из тех и только тех пар $(s, t) \in X \times Y$, для которых максимальным является относительный доход соответственно $\rho(s, t)$, $\rho_X(s)$ и $\rho_Y(t)$. В случае равенства этих доходов приоритет в отношении принадлежности множеству устанавливается в порядке рынков #0, #X и #Y.

Результат классификации (3)–(5) можно записывать посредством принимающей всего три значения функции замещений (для всех $s \in X, t \in Y$):

$$A(s, t) = k \Leftrightarrow (s, t) \in M_k, \quad k = 0, 1, 2. \quad (6)$$

Она просто помечает все точки множеств M_0, M_1 и M_2 их индексами — цифрами 0, 1 и 2 соответственно.

Обозначим через $M_{1;s} (\subset Y)$ и $M_{2;t} (\subset X)$ сечения множеств M_1 (4) и M_2 (5) для фиксированных значений $s \in X$ и $t \in Y$ соответственно:

$$M_1 = \bigcup_{s \in X} M_{1;s}; \quad M_2 = \bigcup_{t \in Y} M_{2;t}.$$

Рассмотрим индикатор $M_1(s), s \in X$, рынка #0 как объединение базисных инструментов $D(s, t)$ по $t \in M_{1;s}$:

$$M_1(s) = \int_{M_{1;s}} D(s, t) dt = D_1(s) \times H_2 \{M_{1;s}\}. \quad (7)$$

Это δ -инструмент на X и индикатор множества $M_{1;s}$ на Y , и для него

$$|M_1(s)| = \int_{M_{1;s}} c(s, t) dt; \quad \|M_1(s)\| = \int_{M_{1;s}} p(s, t) dt.$$

Его двумерную платежную функцию можно представить в виде произведения $\delta(x - s), x \in X$, на характеристическую функцию множества $M_{1;s}$ по $y \in Y$. Она сингулярна по x и конечна по y .

Индикаторы $M_1(s)$ (7) для каждого $s \in X$ являются ровно теми инструментами рынка #0, которые согласно условиям (4) для относительных доходов следовало бы заместить инструментами $D_X(s)$ рынка #X. Однако действие инструмента $D_X(s)$ распространяется на полное множество Y , а не только на его подмножество $M_{1;s}$. Поэтому подобное замещение должно быть ограниченным, и инструменты (7) желательно было бы заместить совмещающими рынки #0 и #X «гибридными» инструментами:

$$M_X(s) \equiv D_X(s) \times H_2 \{M_{1;s}\}, \quad s \in X. \quad (8)$$

Но таких инструментов нет ни на одном из рассматриваемых рынков. Тем не менее рыночную реализацию такого замещения можно осуществить, если воспользоваться услугами *рандомизации*. Это делается следующим образом.

Вводятся биномиальные случайные величины $\vartheta_X(s), s \in X$, с вероятностью успеха (замещения) $\theta_{X;s}$, равной условной вероятности

$$\theta_{X;s} = P \{M_{1;s}|X = s\} = \int_{M_{1;s}} \frac{p(s, t) dt}{p_1(s)}, \quad s \in X. \quad (9)$$

Эти вероятности служат в модели параметрами рандомизации.

В соответствии с предположениями о вероятностях и ценообразовании для инструментов $M_X(s)$ должны были бы выполняться равенства:

$$\left. \begin{aligned} |M_X(s)| &= \theta_{X;s} c_X(s); \\ \|M_X(s)\| &= \theta_{X;s} p_X(s), \quad \rho_X(s) = \frac{c_X(s)}{p_X(s)}, \quad s \in X. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

В качестве базисных для части #X комбинированного портфеля предлагается использовать рандомизированные инструменты:

$$D_X^{\text{cmb}}(s) = \vartheta_X(s) D_X(s), \quad s \in X. \quad (11)$$

Эти инструменты являются случайными, принимающими облик инструмента $D_X(s)$ с вероятностью $\theta_{X;s}$ и нулевого инструмента $N_X(s)$ (с тождественно равным нулю доходом и нулевой стоимостью) с вероятностью $1 - \theta_{X;s}, s \in X$.

Их средние цены и средние доходы (вероятности) соответственно

$$\left. \begin{aligned} |D_X^{\text{cmb}}(s)| &= \theta_{X;s} c_X(s); \\ \|D_X^{\text{cmb}}(s)\| &= \theta_{X;s} p_1(s) = \int_{M_{1;s}} p(s, y) dy. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Выбор (9) параметров $\theta_{X;s}$ уравнивает вероятности, связанные с инструментами $M_X(s)$ (8) и $M_1(s)$ (7), поскольку вероятности, с которыми на рынке #0 инструменты $M_1(s)$ порождают ненулевой (именно единичный) доход, определяются плотностью $p(s, t)$ и вторым соотношением в (10).

Свойства (12) инструментов (11) позволяют назначить их, несмотря на составную структуру, новыми цельными базисными инструментами комбинированного рынка, фактически реплицирующими инструменты $M_X(s)$.

Подобные конструкции, введенные для рынка #X, в полной мере распространяются на рынок #Y. При этом они получаются из соответствующих аналогов рынка #X заменой $1 \leftrightarrow 2, s \leftrightarrow t, i \leftrightarrow j, X \leftrightarrow Y$. Так определяются уже связанные с множеством M_2 (5) замещения инструменты $D_Y(t)$, случайные величины $\vartheta_Y(t)$ с параметрами $\theta_{Y;t}$ успеха и рандомизированные базисные инструменты

$$\begin{aligned} D_Y^{\text{cmb}}(t) &= \vartheta_Y(t) D_Y(t), \quad \theta_{Y;t} = P \{M_{2;t}|Y = t\} = \\ &= \int_{M_{2;t}} \frac{p(s, t) dt}{p_2(t)}, \quad t \in Y. \end{aligned} \quad (13)$$

Инструменты (11) и (13) на рынках #X и #Y со своими ценами и средними доходами (12) вместе

с инструментами $D(\cdot, \cdot)$ на рынке #0 с плотностями $c(\cdot, \cdot)$ и $p(\cdot, \cdot)$ на множестве M_0 образуют полный *комбинированный* базис.

Для этого базиса формируется единая функция *относительных доходов*, и к ней применяется общий теоретический алгоритм оптимизации. В результате его работы с новой функцией относительных доходов производится новое назначение всех вероятностей и строится новая весовая функция базисных инструментов. Оптимальный *комбинированный* портфель вследствие случайности величин $\vartheta_X(s)$ и $\vartheta_Y(t)$ оказывается в итоге случайным и приобретает вид:

$$G^{\text{cmb}} = \int_{M_0} g^{\text{cmb}}(s, t) D(s, t) ds dt + \\ + \int_X g_X^{\text{cmb}}(s) \vartheta_X(s) D_X(s) ds + \int_Y g_Y^{\text{cmb}}(t) \vartheta_Y(t) D_Y(t) dt.$$

Нелишне рассмотреть и упрощенную, хотя и нереализуемую на тройственном рынке, *идеалистичную* версию портфеля в эквивалентной по платежной функции и ценам форме двумерного портфеля с теми же весами:

$$G^{\text{idl}} = \int_{M_0} g^{\text{cmb}}(s, t) D(s, t) ds dt + \\ + \int_X g_X^{\text{cmb}}(s) M_X(s) ds + \int_Y g_Y^{\text{cmb}}(t) M_Y(t) dt. \quad (14)$$

При всей условности такого представления его можно использовать для графической иллюстрации платежной функции в виде единой двумерной функции:

$$\pi(x, y; G^{\text{idl}}) = \max(g^{\text{cmb}}(x, y), g_X^{\text{cmb}}(x), g_Y^{\text{cmb}}(y)).$$

Наряду с комбинированным можно построить и портфель, который назовем *суррогатным*. Он получается в результате формальной *поточечной* замены базисных инструментов $D(s, t)$ рынка #0 инструментами $D^{\text{srg}}(s, t)$, $s \in X$, $t \in Y$, с теми же платежными функциями и вероятностями, но с ценами, скорректированными в соответствии с правилами замещения (3)–(5) и с учетом цен рынков #X и #Y. Для всех $s \in X$ и $t \in Y$ и при $A(s, t) = 0$, 1, 2 (см. (6)) соответственно

$$|D^{\text{srg}}(s, t)| = c^{\text{srg}}(s, t) = c(s, t), \frac{p(s, t)}{p_X(s)}, \frac{p(s, t)}{p_Y(t)}.$$

Далее вновь образуется функция относительных доходов, и на ее основе алгоритм находит весовую функцию портфеля $g^{\text{srg}}(s, t)$, $s \in X$, $t \in Y$. И тогда

$$G^{\text{srg}} = \int_X \int_Y g^{\text{srg}}(s, t) D^{\text{srg}}(s, t) ds dt.$$

Суррогатный портфель, как и портфель (14), не реализуем на рассматриваемом рынке, но ввиду своей простоты вполне может служить средством проверки правильности алгоритма в его дискретной версии, тем более по графикам доходов.

4 Заключение

В работе предложен подход к оптимизации поведения инвестора, придерживающегося CC-VaR, на совокупности финансовых рынков разной размерности. Изложение ведется для теоретических рынков, на которых базисными служат δ -инструменты. Для целей оптимизации приводится правило замещения базисных инструментов двумерного рынка более доходными базисными инструментами двух одномерных с использованием механизма рандомизации. Предлагается способ построения оптимального комбинированного портфеля из базисных инструментов всех рынков вместе с его идеалистичной и суррогатной версиями. Для проверки действенности модели и всех ее компонентов необходимо дополнительно адаптировать построенные теоретические конструкции к дискретным сценарным рынкам, рассмотреть характерные примеры с проведением численных расчетов и демонстрацией результатов на графиках.

Литература

1. Agasandian G. A. Optimal behavior of an investor in option market // Joint Conference (International) on Neural Networks Proceedings. — IEEE, 2002. P. 1859–1864.
2. Агасандян Г. А. Применение континуального критерия VaR на финансовых рынках. — М.: ВЦ РАН, 2011. 299 с.
3. Агасандян Г. А. Континуальный критерий VaR на многомерных рынках опционов. — М.: ВЦ РАН, 2015. 297 с.
4. Агасандян Г. А. Континуальный критерий VaR на сценарных рынках // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 1. С. 32–40.
5. Агасандян Г. А. Континуальный критерий VaR и оптимальный портфель инвестора // Управление большими системами, 2018. Вып. 73. С. 6–26.
6. Крамер Г. Математические методы статистики / Пер. с англ. — М.: Мир, 1975. 750 с. (Cramer H. Mathematical methods of statistics. — Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 1946. 575 p.)

Поступила в редакцию 27.03.19

THEORETICAL FOUNDATIONS OF CONTINUOUS VaR CRITERION OPTIMIZATION IN THE COLLECTION OF MARKETS

G. A. Agasandyan

A. A. Dorodnicyn Computing Center, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 40 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

Abstract: The work continues studying the problems of using continuous VaR criterion (CC-VaR) in financial markets. The application of CC-VaR in a collection of theoretical markets of different dimensions that are mutually connected by their underliers is concerned. In a typical model of the collection of one two-dimensional market and two one-dimensional markets, the most general case of their conjoint functioning is considered. The rule of constructing a combined portfolio optimal on CC-VaR in these markets is submitted. This rule is founded on misbalance in returns relative between markets with maintaining optimality on CC-VaR. The optimal combined portfolio with three components is constructed from basis instruments of all markets and by using ideas of randomization in their composition. Also, the idealistic and surrogate versions of this combined portfolio, which are useful in testing all algorithmic calculations and in graphic illustrating portfolio’s payoff functions, are adduced. The model can be extended without academic difficulties onto markets of greater dimensions. Also, two truncated variants of problem setting with excluded either one of one-dimensional markets or the two-dimensional market are fully justified.

Keywords: underliers; risk preferences function; continuous VaR criterion; cost and forecast densities; return relative function; Newman–Pearson procedure; combined portfolio; randomization; surrogate portfolio; idealistic portfolio

DOI: 10.14357/19922264190406

Acknowledgments

The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 17-01-00816).

References

1. Agasandian, G. A. 2002. Optimal behavior of an investor in option market. *Joint Conference (International) on Neural Networks Proceedings*. IEEE. 1859–1864.
2. Agasandyan, G. A. 2011. *Primenenie kontinual'nogo kriteriya VaR na finansovykh rynkakh* [Application of continuous VaR-criterion in financial markets]. Moscow: CC RAS. 299 p.
3. Agasandyan, G. A. 2015. *Kontinual'nyy kriteriy VaR na mnogomernykh rynkakh optisionov* [Continuous VaR-criterion in multidimensional option markets]. Moscow: CC RAS. 297 p.
4. Agasandyan, G. A. 2018. Kontinual'nyy kriteriy VaR na stsennarnykh rynkakh [Continuous VaR-criterion in scenario markets]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(1):32–40.
5. Agasandyan, G. A. 2018. Kontinual'nyy kriteriy VaR i optimal'nyy portfel' investora [Continuous VaR-criterion and investor's optimal portfolio]. *Upravlenie bol'shimi sistemami* [Large-Scale Systems Control] 73:6–26.
6. Cramer, H. 1946. *Mathematical methods of statistics*. Princeton, NJ: Princeton University Press. 575 p.

Received March 27, 2019

Contributor

Agasandyan Gennady A. (b. 1941) — Doctor of Science in physics and mathematics, leading scientist, A. A. Dorodnicyn Computing Center, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 40 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; agasand17@yandex.ru

ВЫХОДЯЩИЕ ПОТОКИ В ОДНОЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ С ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ПРИОРИТЕТОМ*

В. Г. Ушаков¹, Н. Г. Ушаков²

Аннотация: Изучена однолинейная система массового обслуживания с бесконечным числом мест для ожидания, произвольным распределением времени обслуживания и двумя пуассоновскими входящими потоками требований. Требования первого потока обладают относительным приоритетом перед требованиями второго потока. Методом вложенных цепей Маркова исследуется многомерный случайный процесс, компоненты которого — число требований каждого приоритета в системе и длительность интервала времени между последовательными моментами ухода из системы требований одного приоритета. Найдены конечномерные распределения указанных процессов. В качестве следствия получены преобразования Лапласа–Стилтьеса одномерных и двумерных распределений выходящего потока требований каждого приоритета в стационарном режиме.

Ключевые слова: выходящий поток; относительный приоритет; вложенная цепь Маркова; одноканальная система

DOI: 10.14357/19922264190407

1 Введение

Одной из важных характеристик функционирования систем массового обслуживания служит выходящий из нее после завершения обслуживания поток требований. Знание характеристик выходящего потока бывает необходимо при изучении сетей обслуживания, в которых потоки требований в узлы содержат в себе часть требований, выходящих из других узлов. Другой важной задачей, в которой рассматриваются выходящие потоки, является задача восстановления структуры и параметров системы по наблюдению за различными ее характеристиками (так называемые обратные задачи).

Вероятностные свойства выходящих потоков в приоритетных системах обслуживания изучены пока недостаточно полно. Полученные к настоящему времени результаты касаются свойств одномерных распределений интервалов между уходами из системы требований различных приоритетов (см., например, [1–3]). В настоящей работе найдены одномерные и двумерные распределения выходящих потоков каждого приоритета в однолинейной системе обслуживания с ожиданием, двумя пуассоновскими потоками требований, в которой требования первого потока (первого приоритета) имеют относительный приоритет перед требованиями второго потока.

2 Обозначения и определения

Пусть a_1 и a_2 — интенсивности, а $B_1(x)$ и $B_2(x)$ — функции распределения времен обслуживания приоритетных и неприоритетных требований соответственно. Обозначим

$$\beta_i(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} dB_i(x);$$

$$\beta_{ij} = \int_0^{\infty} x^j dB_i(x);$$

$$\sigma = a_1 + a_2.$$

Пусть далее t_{iN} — момент ухода из системы N -го требования приоритета i (нумерация требований производится для каждого приоритета отдельно в порядке их ухода из системы), $t_{i0} = 0$, $\tau_{iN} = t_{iN} - t_{i,N-1}$, $L_i(t)$ — число требований в системе в момент времени t , $i = 1, 2$, $N = 1, 2, \dots$

Всюду в дальнейшем будем считать выполненным условие эргодичности $\rho = a_1\beta_{11} + a_2\beta_{21} < 1$. Положим

$$P_i(n_1, n_2, x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{P}(L_1(t_{iN} + 0) = n_1, L_2(t_{iN} + 0) = n_2, \tau_{iN} < x);$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-07-00678).

¹ Факультет вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова; Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, vgushakov@mail.ru

² Институт проблем технологии микроэлектроники и особочистых материалов Российской академии наук, Черноголовка; Норвежский научно-технологический университет, Тронхейм, ushakov@math.ntnu.no

$$\begin{aligned}
 & Q_i(n_1, n_2, m_1, m_2, x, y) = \\
 & + \lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{P}(L_1(t_{iN} + 0) = n_1, L_2(t_{iN} + 0) = n_2, \\
 & L_1(t_{i,N-1} + 0) = m_1, L_2(t_{i,N-1} + 0) = m_2, \\
 & \tau_{iN} < x, \tau_{i,N-1} < y); \\
 p_i(z_1, z_2, s) &= \int_0^\infty e^{-sx} \sum_{n_1=0}^\infty \sum_{n_2=0}^\infty z_1^{n_1} z_2^{n_2} d_x P_i(n_1, n_2, x), \\
 q_i(w_1, w_2, z_1, z_2, s_1, s_2) &= \\
 &= \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-s_1 x} e^{-s_2 y} \sum_{n_1=0}^\infty \sum_{n_2=0}^\infty \sum_{m_1=0}^\infty \sum_{m_2=0}^\infty w_1^{n_1} w_2^{n_2} \times \\
 & \times z_1^{m_1} z_2^{m_2} d_x d_y Q_i(n_1, n_2, m_1, m_2, x, y); \\
 f_i(s) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\infty e^{-sx} d\mathbf{P}(\tau_{iN} < x); \\
 g_i(s_1, s_2) &= \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-s_1 x} e^{-s_2 y} d_x d_y \mathbf{P}(\tau_{iN} < x, \tau_{i,N-1} < y).
 \end{aligned}$$

3 Предварительные результаты

В дальнейшем понадобятся некоторые результаты для системы массового обслуживания типа $M|G|1|\infty$. Обозначим a — интенсивность входящего потока; $B(x)$ — функцию распределения времени обслуживания; $\Pi(x)$ — функцию распределения периода занятости:

$$\beta(s) = \int_0^\infty e^{-sx} dB(x); \quad \pi(s) = \int_0^\infty e^{-sx} d\Pi(x).$$

Тогда $\pi(s)$ будет единственным решением уравнения $\pi(s) = \beta(s+a-a\pi(s))$, аналитическим в области $\text{Re } s > 0$.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ в системе i требований. Обозначим $W^{(i)}(x, t)$ — функцию распределения виртуального времени ожидания в момент времени t ; $p^{(i)}(0, t)$ — вероятность свободного состояния системы в момент времени t ; $p^{(i)}(k, v, t) dv$ — вероятность того, что в момент времени t в системе $k \geq 1$ требований, а с начала обслуживания требования, находящегося на приборе, прошло время, лежащее в интервале $(v, v + dv)$. Тогда

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-sx} e^{-qt} d_x W^{(i)}(x, t) dt = \frac{\beta^i(s)}{q-s+a-a\beta(s)} - \\
 & - \frac{s\pi^i(q)}{(q+a-a\pi(q))(q-s+a-a\beta(s))}; \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\infty e^{-st} p^{(i)}(0, t) dt = \frac{\pi^i(s)}{s+a-a\pi(s)}; \\
 & \sum_{k=1}^\infty z^k \int_0^\infty e^{-st} p^{(i)}(k, v, t) dt = \\
 & = \frac{(1-B(v))e^{-(s+a-az)v}}{1-z^{-1}\beta(s+a-az)} \left(z^i - \frac{(s+a-az)\pi^i(s)}{s+a-a\pi(s)} \right).
 \end{aligned}$$

4 Основные результаты

Основные результаты работы содержатся в приводимых ниже четырех теоремах.

Теорема 1. Функции $q_2(w_1, w_2, z_1, z_2, s_1, s_2)$ и $p_2(z_1, z_2, s)$ определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}
 q_2(w_1, w_2, z_1, z_2, s_1, s_2) &= \\
 &= w_2^{-1} \beta_2(s_1 + \sigma - a_1 w_1 - a_2 w_2) \times \\
 & \times \left(p_2(z_1 \pi_1(s_1 + a_2 - a_2 w_2), w_2 z_2, s_2) - \right. \\
 & - \frac{s_1 + a_2 - a_2 w_2 + a_1 - a_1 \pi_1(s_1 + a_2 - a_2 w_2)}{s_1 + \sigma - a_1 \pi_1(s_1 + a_2)} \times \\
 & \left. \times p_2(z_1 \pi_1(s_1 + a_2), 0, s_2) \right); \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_2(z_1, z_2, s) &= z_2^{-1} \beta_2(s + \sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2) \times \\
 & \times \left(p_2(\pi_1(s + a_2 - a_2 z_2), z_2, 0) - \right. \\
 & - \frac{s + a_2 - a_2 z_2 + a_1 - a_1 \pi_1(s + a_2 - a_2 z_2)}{s + \sigma - a_1 \pi_1(s + a_2)} \times \\
 & \left. \times p_2(\pi_1(s + a_2), 0, 0) \right). \quad (3)
 \end{aligned}$$

Функция $p_2(z_1, z_2, 0)$ равна

$$\begin{aligned}
 p_2(z_1, z_2, 0) &= \beta_2(\sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2) \frac{1-\rho}{a_2} \times \\
 & \times \frac{a_2 - a_2 z_2 + a_1 - a_1 \pi_1(a_2 - a_2 z_2)}{\beta_2(\sigma - a_2 z_2 - a_1 \pi_1(a_2 - a_2 z_2)) - z_2}, \quad (4)
 \end{aligned}$$

а $\pi_1(s)$ есть преобразование Лапласа–Стилтьеса функции распределения периода занятости системы $M|G|1|\infty$ с интенсивностью входящего потока a_1 и функцией распределения времени обслуживания $B_1(x)$.

Доказательство. Рассматривая два соседних момента ухода требований второго приоритета из системы, имеем:

$$\begin{aligned}
 P_2(n_1, n_2, x) &= \sum_{i_1=0}^\infty \sum_{i_2=1}^{n_2+1} P(i_1, i_2, \infty) \times \\
 & \times \sum_{k_2=0}^{n_2+1-i_2} \int_0^x e^{-a_2 u} \frac{(a_2 u)^{k_2}}{k_2!} d\Pi_1^{*i_1}(u) \int_0^{x-u} e^{-\sigma u} \frac{(a_1 v)^{n_1}}{n_1!} \times
 \end{aligned}$$

$$\times \frac{(a_2 v)^{n_2+1-i_2-k_2}}{(n_2+1-i_2-k_2)!} dB_2(v) + \sum_{i=0}^{\infty} P_2(i, 0, \infty) \times \int_0^x G_i(u, n_1, n_2, x-u) d(1 - e^{-a_2 u}), \quad (5)$$

где $G_j(u, n_1, n_2, v)$ — вероятность того, что первое требование второго приоритета покинет систему к моменту времени $u+v$, в момент его ухода в системе останется n_1 и n_2 требований первого и второго приоритетов при условии, что это требование поступает в момент времени u , а в начальный момент в системе есть j требований первого приоритета. Переходя в (5) к производящим функциям и преобразованиям Лапласа–Стилтьеса и учитывая (1) и то, что

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} z_1^{n_1} z_2^{n_2} \int_0^{\infty} e^{-sx} dx G_i(u, n_1, n_2, x) = \beta_2(s + \sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2) \times \int_0^{\infty} \exp(- (s + a_2 - a_2 z_2 + a_1 - a_1 \pi_1(s + a_2 - a_2 z_2)) x) dx W^{(i)}(x, t),$$

получаем (3). Подставляя в (3) $s = 0$, получаем

$$p_2(z_1, z_2, 0) = z_2^{-1} \beta_2(\sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2) \times \left(p_2(\pi_1(a_2 - a_2 z_2), z_2, 0) - \frac{a_2 - a_2 z_2 + a_1 - a_1 \pi_1(a_2 - a_2 z_2)}{\sigma - a_1 \pi_1(a_2)} \times p_2(\pi_1(a_2), 0, 0) \right). \quad (6)$$

Из (6) следует, что

$$p_2(z_1, z_2, 0) = \beta_2(\sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2) \eta(z_2),$$

где

$$\eta(z_2) = - \frac{a_2 - a_2 z_2 + a_1 - a_1 \pi_1(a_2 - a_2 z_2)}{z_2 - \beta_2(\sigma - a_2 z_2 - a_1 \pi_1(a_2 - a_2 z_2))} \times \frac{\beta_2(\sigma - a_1 \pi_1(a_2))}{\sigma - a_1 \pi_1(a_2)} \eta(0).$$

Устремляя в последнем соотношении z_2 к единице, находим

$$\eta(0) = \frac{1 - \rho}{a_2} \frac{\sigma - a_1 \pi_1(a_2)}{\beta_2(\sigma - a_1 \pi_1(a_2))}.$$

Отсюда следует (4).

Рассмотрим теперь три последовательных момента ухода из системы требований второго приоритета. Имеем

$$Q_2(n_1, n_2, m_1, m_2, x, y) = P_2(m_1, m_2, y) \times \sum_{k_2=0}^{\max(0, n_2+1-m_2)} \int_0^x e^{-a_2 u} \frac{(a_2 u)^{k_2}}{k_2!} d\Pi_1^{*m_1}(u) \times \int_0^{x-u} e^{-\sigma v} \frac{(a_1 v)^{n_1}}{n_1!} \frac{(a_2 v)^{n_2+1-m_2-k_2}}{(n_2+1-m_2-k_2)!} dB_2(v),$$

$m_2 \geq 1;$

$$Q_2(n_1, n_2, m_1, 0, x, y) = P_2(m_1, 0, y) \times \int_0^x G_{m_1}(u, n_1, n_2, x-u) d(1 - e^{-a_2 u}).$$

Отсюда следует (2).

Теорема 2. Справедливы следующие соотношения:

$$f_2(s) = \beta_2(s) \beta_2(a_1 - a_1 \pi_1(s)) - \beta_2(s) \frac{s + a_1 - a_1 \pi_1(s)}{s + \sigma - a_1 \pi_1(s + a_2)} \times \frac{(1 - \rho) \beta_2(\sigma - a_1 \pi_1(s + a_2)) (\sigma - a_1 \pi_1(a_2))}{a_2 \beta_2(\sigma - a_1 \pi_1(a_2))};$$

$$g_2(s_1, s_2) = \beta_2(s_1) \left(p_2(\pi_1(s_1), 1, s_2) - \frac{s_1 + a_1 - a_1 \pi_1(s_1)}{s_1 + \sigma - a_1 \pi_1(s_1 + a_2)} p_2(\pi_1(s_1 + a_2), 0, s_2) \right).$$

Доказательство непосредственно вытекает из результатов теоремы 1 и соотношений $f_2(s) = p_2(1, 1, s)$ и $g_2(s_1, s_2) = q_2(1, 1, 1, s_1, s_2)$.

Теорема 3. Функции $q_1(w_1, w_2, z_1, z_2, s_1, s_2)$, $p_1(z_1, z_2, s)$ и $p_1(z_1, z_2, 0)$ определяются по формулам:

$$q_1(w_1, w_2, z_1, z_2, s_1, s_2) = w_1^{-1} \beta_1(s_1 + \sigma - a_1 w_1 - a_2 w_2) \times (p_1(z_1 w_1, z_2 w_2, s_2) - p_1(0, z_2 w_2, s_2)) + \frac{a_1 \beta_1(s_1 + \sigma - a_1 w_1 - a_2 w_2)}{s_1 + \sigma - a_2 \pi_2(s_1 + a_1)} \times p_1(0, z_2 \pi_2(s_1 + a_1), s_2) + w_1^{-1} w_2^{-1} \beta_1(s_1 + \sigma - a_1 w_1 - a_2 w_2) \times \left(p_1(0, z_2 w_2, s_2) - \frac{s_1 + \sigma - a_2 w_2}{s + \sigma - a_2 \pi_2(s_1 + a_1)} \times p_1(0, z_2 \pi_2(s_1 + a_1), s_2) \right) \times \frac{1}{1 - w_2^{-1} \beta_2(s_1 + \sigma - a_2 w_2)} (\beta_2(s_1 + \sigma - a_1 w_1 - a_2 w_2) - \beta_2(s_1 + \sigma - a_2 w_2)); \quad (7)$$

$$p_1(z_1, z_2, s) = z_1^{-1} \beta_1(s + \sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2) \times \\ \times \left(p_1(z_1, z_2, 0) - \frac{z_2 - \beta_2(s + \sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2)}{z_2 - \beta_2(s + \sigma - a_2 z_2)} \times \right. \\ \times p_1(0, z_2, 0) \left. \right) - \frac{\beta_1(s + \sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2)}{s + \sigma - a_2 \pi_2(s + a_1)} \times \\ \times p_1(0, \pi_2(s + a_1), 0) \times \\ \times \left(\frac{\beta_2(s + \sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2) - \beta_2(s + \sigma - a_2 z_2)}{z_1(z_2 - \beta_2(s + \sigma - a_2 z_2))} \times \right. \\ \left. \times (s + \sigma - a_2 z_2) - a_1 \right); \quad (8)$$

$$(z_1 - \beta_1(\sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2)) p_1(z_1, z_2, 0) + \\ + (z_2 - \beta_2(\sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2)) \frac{\beta_1(\sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2)}{z_2 - \beta_2(\sigma - a_2 z_2)} \times \\ \times p_1(0, z_2, 0) = \frac{\beta_1(\sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2)}{\sigma - a_2 \pi_2(a_1)} p_1(0, \pi_2(a_1)) \times \\ \times \left(a_1 z_1 + a_2 z_2 - \sigma + (\sigma - a_2 z_2) \times \right. \\ \left. \times \frac{z_2 - \beta_2(\sigma - a_1 z_1 - a_2 z_2)}{z_2 - \beta_2(\sigma - a_2 z_2)} \right), \quad (9)$$

где

$$\frac{z_2 - h_2(a_2 - a_2 z_2)}{z_2 - \beta_2(\sigma - a_2 z_2)} p_1(0, z_2, 0) = \\ = \frac{p_1(0, \pi_2(a_1), 0)}{\sigma - a_2 \pi_2(a_1)} \left(a_1 \pi_1(a_2 - a_2 z_2) + a_2 z_2 - \sigma + \right. \\ \left. + (a_2 z_2 - \sigma) \frac{h_2(a_2 - a_2 z_2) - z_2}{z_2 - \beta_2(\sigma - a_2 z_2)} \right); \quad (10) \\ p_1(0, \pi_2(a_1), 0) = a_1^{-1} (1 - \rho) (\sigma - a_2 \pi_2(a_1)); \\ h_2(s) = \beta_2(s + a_1 - a_1 \pi_1(s)),$$

а $\pi_2(s)$ есть преобразование Лапласа–Стилтьеса функции распределения периода занятости системы $M|G|1|\infty$ с интенсивностью входящего потока a_2 и функцией распределения времени обслуживания $B_2(x)$.

Доказательство. Рассматривая два соседних момента ухода требований первого приоритета из системы, имеем:

$$P_1(n_1, n_2, x) = \sum_{i_1=1}^{n_1+1} \sum_{i_2=0}^{n_2} P_1(i_1, i_2, \infty) \times \\ \times \int_0^x e^{-\sigma u} \frac{(a_1 u)^{n_1-i_1+1}}{(n_1-i_1+1)!} \frac{(a_2 u)^{n_2-i_2}}{(n_2-i_2)!} dB_1(u) + \\ + \sum_{i_2=0}^{n_2} P_1(0, i_2, \infty) \int_0^x \sum_{k_2=1}^{n_2+1} \int_0^u p^{(i_2)}(k_2, v, u) \times \\ \times \int_0^{x-u} e^{-\sigma \tau} \frac{(a_1 \tau)^{n_1}}{n_1!} \frac{(a_2 \tau)^{n_2-k_2+1}}{(n_2-k_2+1)!} \times$$

$$\times d(1 - e^{-a_1 u}) d\tau \left(B_2^{(v)} * B_1(\tau) \right) dv + \\ + \sum_{i_2=0}^{n_2} P_1(0, i_2, \infty) \int_0^x p^{(i_2)}(0, u) \int_0^{x-u} e^{-\sigma \tau} \times \\ \times \frac{(a_1 \tau)^{n_1}}{n_1!} \frac{(a_2 \tau)^{n_2}}{(n_2)!} d(1 - e^{-a_1 u}) dB_1(\tau), \quad (11)$$

где

$$B_2^{(v)}(x) = \frac{B_2(x+v) - B_2(v)}{1 - B_2(v)},$$

а функции $p^{(i_2)}(k_2, v, u)$ и $p^{(i_2)}(0, u)$ вычисляются при $a = a_2$ и $B(x) = B_2(x)$.

Переходя в (11) к производящим функциям и преобразованиям Лапласа–Стилтьеса, получаем (8). Подставляя в (8) $s = 0$, получаем (9). При $z_1 = \pi_1(a_2 - a_2 z_2)$ первое слагаемое в левой части (9) обращается в нуль. Отсюда следует (10). Устремляя в (10) $z_2 \rightarrow 1$, находим $p_1(0, \pi_2(a_1), 0) = a_1^{-1} (1 - \rho) (\sigma - a_2 \pi_2(a_1))$.

Рассмотрим три последовательных момента ухода из системы требований первого приоритета. Имеем:

$$Q_1(n_1, n_2, m_1, m_2, x, y) = P_1(m_1, m_2, y) \times \\ \times \int_0^x e^{-\sigma u} \frac{(a_1 u)^{n_1-m_1+1}}{(n_1-m_1+1)!} \frac{(a_2 u)^{n_2-m_2}}{(n_2-m_2)!} dB_1(u) \\ \text{при } m_1 \geq 1, n_1 \geq m_1 - 1, n_2 \geq m_2;$$

$$Q_1(n_1, n_2, 0, m_2, x, y) = P_1(0, m_2, y) \times \\ \times \int_0^x \sum_{k_2=1}^{n_2+1} \int_0^u p^{(m_2)}(k_2, v, u) \int_0^{x-u} e^{-\sigma \tau} \frac{(a_1 \tau)^{n_1}}{n_1!} \times \\ \times \frac{(a_2 \tau)^{n_2}}{n_2!} d(1 - e^{-a_1 u}) d\tau \left(B_2^{(v)} * B_1(\tau) \right) dv + \\ + P_1(0, m_2, y) \int_0^x p^{(m_2)}(0, u) \int_0^{x-u} e^{-\sigma \tau} \frac{(a_1 \tau)^{n_1}}{n_1!} \times \\ \times \frac{(a_2 \tau)^{n_2}}{n_2!} d(1 - e^{-a_1 u}) dB_1(\tau) \\ \text{при } n_1 \geq 0, n_2 \geq 0, m_2 \geq 0,$$

$$Q_1(n_1, n_2, m_1, m_2, x, y) = 0 \\ \text{при остальных } n_1, n_2, m_1, m_2.$$

Переходя в этих соотношениях к преобразованиям Лапласа–Стилтьеса и производящим функциям, получаем (7).

Теорема 4. Справедливы следующие соотношения:

$$f_1(s) = \beta_1(s) \left(1 - \frac{1 - \beta_2(s)}{1 - \beta_2(s + a_1)} \times \right. \\ \times (1 - \rho + a_1^{-1} a_2 (1 - \beta_2(a_1)) + (1 - \rho) \times \\ \times \frac{a_1(1 - \beta_2(s)) - s(\beta_2(s) - \beta_2(s + a_1))}{(1 - \beta_2(s + a_1))(s + \sigma - a_2\pi_2(s + a_1))} \times \\ \times \left. \left(a_1^{-1} \frac{\pi_2(s + a_1) - \beta_2(\sigma - a_2\pi_2(s + a_1))}{\pi_2(s + a_1) - h_2(a_2 - a_2\pi_2(s + a_1))} \times \right. \right. \\ \times (a_1\pi_1(a_2 - a_2\pi_2(s + a_1)) + a_2\pi_2(s + a_1) - \sigma) + \\ \left. \left. + a_1^{-1}(\sigma - a_2\pi_2(a_1)) \right) \right);$$

$$g_1(s_1, s_2) = \beta_1(s_1) \left(p_1(1, 1, s_2) - \right. \\ \left. - \frac{1 - \beta_2(s_1)}{1 - \beta_2(s_1 + a_1)} p_1(0, 1, s_2) + \right.$$

$$\left. + \frac{p_1(0, \pi_2(s_1 + a_1), s_2)}{s_1 + \sigma - a_2\pi_2(s_1 + a_1)} \times \right. \\ \left. \times \frac{a_1(1 - \beta_2(s_1)) - s_1(\beta_2(s_1) - \beta_2(s_1 + a_1))}{1 - \beta_2(s_1 + a_1)} \right).$$

Литература

1. Nain P. Interdeparture times from a queuing system with preemptive resume priority // *Perform. Evaluation*, 1984. Vol. 4. Iss. 2. P. 93–98.
2. Stanford D. A. Interdeparture time distributions in the non-preemptive priority $\Sigma M_i|G_i|1$ queue // *Perform. Evaluation*, 1991. Vol. 12. Iss. 2. P. 43–60.
3. Stanford D. A. Waiting and interdeparture times in priority queues with Poisson and general arrival streams // *Oper. Res.*, 1995. Vol. 45. Iss. 5. P. 725–735.

Поступила в редакцию 12.09.19

THE OUTPUT STREAMS IN THE SINGLE SERVER QUEUEING SYSTEM WITH A HEAD OF THE LINE PRIORITY

V. G. Ushakov^{1,2} and N. G. Ushakov^{3,4}

¹Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskiye Gory, Moscow 119991, GSP-1, Russian Federation

²Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

³Institute of Microelectronics Technology and High-Purity Materials of the Russian Academy of Sciences, 6 Academician Osipyan Str., Chernogolovka, Moscow Region 142432, Russian Federation

⁴Norwegian University of Science and Technology, 15A S. P. Andersensvei, Trondheim 7491, Norway

Abstract: The paper studies a single server queuing system with two types of customers, head of the line priority, and an infinite number of positions in the queue. The arrival stream of customers of each type is a Poisson stream. Each type has its own generally distributed service time characteristics. The main result is the Laplace–Stieltjes transform of one- and two-dimensional stationary distribution functions of the interdeparture time for each type of customers. The analysis of the output process is carried out by the method of embedded Markov chains. As embedded times, successive moments of the end of service of the same type of customers are selected. From the practical perspective, an accurate characterization of the interdeparture time process is necessary when studying open networks of queues.

Keywords: output stream; head of the line priority; embedded Markov chain; single server

DOI: 10.14357/19922264190407

Acknowledgments

The reported study was funded by the Russian Foundation for Basic Research (project number 18-07-00678).

References

1. Nain, P. 1984. Interdeparture times from a queuing system with preemptive resume priority. *Perform. Evaluation* 4(2):93–98.

2. Stanford, D. A. 1991. Interdeparture time distributions in the non-preemptive priority $\Sigma M_i|G_i|1$ queue. *Perform. Evaluation* 12(2):43–60.

3. Stanford, D. A. 1995. Waiting and interdeparture times in priority queues with Poisson and general arrival streams. *Oper. Res.* 45(5):725–735.

Received September 12, 2019

Contributors

Ushakov Vladimir G. (b. 1952) — Doctor of Science in physics and mathematics, professor, Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M.V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskiye Gory, Moscow 119991, GSP-1, Russian Federation; senior scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; vgushakov@mail.ru

Ushakov Nikolai G. (b. 1952) — Doctor of Science in physics and mathematics, leading scientist, Institute of Microelectronics Technology and High-Purity Materials of the Russian Academy of Sciences, 6 Academician Osipyan Str., Chernogolovka, Moscow Region 142432, Russian Federation; professor, Norwegian University of Science and Technology, 15A S. P. Andersensvei, Trondheim 7491, Norway; ushakov@math.ntnu.no

СРЕДНЕКВАДРАТИЧНЫЙ РИСК НЕЛИНЕЙНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ЗАДАЧИ ОБРАЩЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ОДНОРОДНЫХ ОПЕРАТОРОВ ПРИ СЛУЧАЙНОМ ОБЪЕМЕ ВЫБОРКИ*

О. В. Шестаков¹

Аннотация: Задачи построения оценок по наблюдениям, представляющим собой некоторое линейное преобразование от исходных данных, возникают во многих прикладных областях, таких как вычислительная томография, оптика, физика плазмы и газовая динамика. При наличии шума в наблюдениях, как правило, необходимо применять методы регуляризации. В последнее время популярными стали методы пороговой обработки коэффициентов вейвлет-разложений. Объясняется это тем, что такие методы просты, вычислительно эффективны и имеют возможность адаптации к функциям, имеющим на разных участках разную степень регулярности. Анализ погрешностей этих методов представляет собой важную практическую задачу, поскольку позволяет оценить качество как самих методов, так и используемого оборудования. При использовании методов пороговой обработки обычно предполагается, что число коэффициентов разложения фиксировано, а распределение шума является гауссовым. Эта модель хорошо изучена в литературе, и для разных классов функций сигналов вычислены оптимальные значения порогов. Однако в некоторых ситуациях объем выборки заранее не известен и его приходится моделировать некоторой случайной величиной. В данной работе рассматривается модель со случайным числом наблюдений, содержащих гауссов шум, и оценивается порядок среднеквадратичного риска при растущем объеме выборки.

Ключевые слова: вейвлеты; пороговая обработка; линейный однородный оператор; случайный объем выборки; среднеквадратичный риск

DOI: 10.14357/19922264190408

1 Введение

При решении обратных статистических задач возникает проблема обращения некоторого линейного оператора, и если в наблюдаемых данных содержится шум, то необходимо применять методы регуляризации. В последнее время значительно возросла популярность нелинейных методов подавления шума с помощью вейвлет-разложения и процедур пороговой обработки [1, 2]. Наиболее распространенными являются мягкая и жесткая пороговые обработки. Такие процедуры позволяют подавить большую часть шума, возникающего из-за дискретизации исходной информации, несовершенства оборудования, случайных помех, наличия фонового излучения и других причин. Кроме того, таким образом осуществляется сжатие данных с незначительной потерей информации, что позволяет более экономно хранить информацию и быстрее передавать ее по каналам цифровой связи.

В некоторых случаях объем данных, доступных для анализа (объем выборки), заранее не известен. Такие ситуации могут возникать, например, в случае пропуска данных, ограниченности времени сбора данных при случайных временах регистрации наблюдений или недостатке информации о характеристиках используемого оборудования. В таком случае предполагается, что объем выборки данных представляет собой случайную величину с некоторым распределением вероятностей.

В моделях с фиксированным объемом выборки статистические свойства процедур пороговой обработки хорошо изучены и получены выражения для «оптимальных» порогов, ориентированных на различные классы функций сигналов и различные распределения шума (см., например, [3–8]).

В данной работе рассматривается модель со случайным числом коэффициентов разложения функции, представляющей собой линейное однородное преобразование искомого сигнала, «загрязненных»

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 18-11-00155).

¹ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, кафедра математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики; Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, oshestakov@cs.msu.ru

белым гауссовым шумом, и оценивается порядок среднеквадратичного риска пороговой обработки при решении задачи обращения этого преобразования. Аналогичные результаты в модели прямого наблюдения сигнала получены в работах [9, 10].

2 Обращение линейных однородных операторов

Линейным однородным оператором называется такое линейное преобразование K искомой функции f , что

$$K[f(a(x - x_0))] = a^{-\beta}(Kf)[a(x - x_0)]$$

для любого x_0 и любого $a > 0$. Параметр β называется показателем однородности. Примерами линейных однородных операторов служат оператор интегрирования, преобразование Гильберта и преобразование Абеля. Математические модели с такими операторами используются при решении задач вычислительной томографии, физики плазмы, оптики и т. д.

Рассмотрим методы обращения оператора K , основанные на свойствах вейвлет-разложений [1, 2]. Преимуществом этих методов является адаптация не только к свойствам оператора K , но и к свойствам самой искомой функции f .

Вейвлет-разложение функции $f \in L^2(\mathbb{R})$ имеет вид:

$$f = \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} \langle f, \psi_{jk} \rangle \psi_{jk}, \quad (1)$$

где $\psi_{jk}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$, а $\psi(t)$ – некоторая материнская вейвлет-функция (семейство $\{\psi_{jk}\}_{j,k \in \mathbb{Z}}$ образует ортонормированный базис в $L^2(\mathbb{R})$). Индекс j в (1) называется масштабом, а индекс k – сдвигом. В дальнейшем будут рассматриваться функции на отрезке $[0, 1]$, равномерно регулярные по Липшицу с некоторым показателем $\gamma > 0$ и константой Липшица $L > 0$. Для таких функций известно [11], что если вейвлет-функция M раз непрерывно дифференцируема ($M \geq \gamma$), имеет M нулевых моментов и достаточно быстро убывает на бесконечности, т. е. существует такая константа $C_A > 0$, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1 + |t|^\gamma) |\psi(t)| dt \leq C_A,$$

то найдется такая константа $A > 0$, что

$$|\langle f, \psi_{jk} \rangle| \leq \frac{A}{2^{j(\gamma+1/2)}}. \quad (2)$$

Поскольку оператор K линеен и однороден, существуют такие функции ξ_{jk} , что $\langle Kf, \xi_{jk} \rangle = \langle f, \psi_{jk} \rangle$ [1]. Функции ξ_{jk} называются «вейглетами». По своим свойствам они похожи на вейвлеты и также представляют собой сдвиги и растяжения некоторой материнской функции ξ .

Далее пусть $\xi_{jk} = \lambda_{jk} u_{jk}$, где $\lambda_{jk} = \| (K^*)^{-1} \psi_{jk} \|$. Можно показать, что $\lambda_{jk} = 2^{\beta j} \lambda_{00}$. При этом функция f представляется в виде ряда

$$f = \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} \lambda_{jk} \langle Kf, u_{jk} \rangle \psi_{jk}. \quad (3)$$

Как видно, в (3) коэффициенты разложения выражаются через Kf , а не через f . Эта формула лежит в основе метода обращения K , который называется вейвлет–вейглет-разложением.

Аналогично по базису вейвлет-функций можно разложить Kf :

$$Kf = \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} \langle Kf, \psi_{jk} \rangle \psi_{jk}.$$

Функции ψ_{jk} не обязаны совпадать с функциями в разложении (1), но для удобства будем обозначать их так же. Если функции Kf и ψ удовлетворяют перечисленным выше условиям, то найдется такая константа $C_K > 0$, что

$$|\langle Kf, \psi_{jk} \rangle| \leq \frac{C_K}{2^{j(\gamma+1/2)}}. \quad (4)$$

Далее через $\text{Lip}(\gamma)$ будем обозначать класс регулярных по Липшицу функций, коэффициенты разложения которых удовлетворяют (2) или (4) в зависимости от используемого метода обращения. При этом, поскольку наблюдаемой является функция Kf , условия регулярности будут накладываться на нее.

Пусть теперь $\lambda_{jk} = \| K^{-1} \psi_{jk} \|$, тогда $\lambda_{jk} = 2^{\beta j} \lambda_{00}$, а функция f представляется в виде ряда [2]

$$f = \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} \lambda_{jk} \langle Kf, \psi_{jk} \rangle u_{jk}, \quad (5)$$

где $u_{jk} = K^{-1} \psi_{jk} / \lambda_{jk}$. Функции u_{jk} не совпадают с функциями в разложении (3), однако по аналогии также называются «вейглетами». Формула (5) лежит в основе еще одного метода обращения, который называется вейглет–вейвлет-разложением.

Последовательности $\{u_{jk}\}$ в обоих разложениях не образуют ортонормированную систему, однако если выполнены некоторые условия гладкости, то они образуют устойчивые базисы [12, 13].

3 Пороговая обработка коэффициентов

Рассмотрим следующую модель данных:

$$X_i = Kf(i/n) + z_i, \quad i = 1, \dots, 2^J,$$

где z_i — «шумовые» коэффициенты, относительно которых предполагается, что они независимы и имеют нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией σ^2 . Повторяя рассуждения, описанные в работах [14, 15], переходим к моделям дискретных вейглет- или вейвлет-коэффициентов.

Для метода вейвлет–вейглет-разложения имеем

$$Y_{jk}^W = \mu_{jk}^W + w_{jk}, \quad (6)$$

где $\mu_{jk}^W \approx 2^{J/2} \langle Kf, u_{jk} \rangle$, а шумовые коэффициенты w_{jk} имеют нормальное распределение с нулевым средним и не являются независимыми. Дисперсии σ_W^2 коэффициентов w_{jk} зависят от вида оператора и выбранного вейвлет-базиса, но не зависят от j и k [16, 17].

Модель вейглет–вейвлет-коэффициентов имеет вид:

$$Y_{jk}^V = \mu_{jk}^V + v_{jk}, \quad (7)$$

где $\mu_{jk}^V \approx 2^{J/2} \langle Kf, \psi_{jk} \rangle$, а шумовые коэффициенты v_{jk} независимы и имеют нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией $\sigma_V^2 = \sigma^2$.

Популярным методом подавления шума и построения оценки функции f является пороговая обработка эмпирических коэффициентов. К коэффициентам в моделях (6) или (7) применяется функция жесткой пороговой обработки $\rho_H(x, T) = y\mathbf{1}(|x| > T)$ или мягкой пороговой обработки $\rho_S(x, T) = \text{sgn}(x)(|x| - T)_+$ с порогом T . Смысл пороговой обработки заключается в удалении достаточно маленьких коэффициентов, которые считаются шумом.

Далее для сокращения записи будем обозначать через Y_{jk} «зашумленные» коэффициенты моделей (6) и (7), а через μ_{jk} — «чистые» коэффициенты этих моделей. Через \hat{Y}_{jk} будем обозначать оценки μ_{jk} , полученные с помощью пороговой обработки. Также дисперсии шумовых коэффициентов σ_W^2 и σ_V^2 будем обозначать одним символом σ^2 (хотя эти дисперсии, вообще говоря, различны).

Среднеквадратичный риск пороговой обработки определяется по формуле:

$$r_J(f) = \frac{1}{2^J} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \lambda_{jk}^2 \mathbb{E} \left(\hat{Y}_{jk} - \mu_{jk} \right)^2. \quad (8)$$

В ситуации, когда число эмпирических коэффициентов разложения не случайно, в задачах подавления шума и обратных статистических задачах

вычислены оптимальные значения порогов и оценен порядок среднеквадратичного риска для различных классов функций сигналов. В частности, повторяя рассуждения, приведенные в работах [2, 4, 18] можно доказать следующее утверждение, оценивающее минимаксный порядок риска (8).

Теорема 1. Пусть $\gamma > \beta$. При выборе асимптотически оптимального порога для жесткой и мягкой пороговой обработки справедливо соотношение:

$$\sup_{Kf \in \text{Lip}(\gamma)} r_J(f) \leq C \cdot 2^{\frac{2\beta-2\gamma}{2\gamma+1}J} J^{\frac{2\gamma+2\beta+2}{2\gamma+1}},$$

где C — некоторая положительная константа.

Асимптотически оптимальный порог в теореме 1 при $J \rightarrow \infty$ удовлетворяет соотношению:

$$T \simeq \sigma \sqrt{\frac{4\gamma}{2\gamma+1} (1+2\beta) \ln 2^J}.$$

В следующем разделе оценивается порядок среднеквадратичного риска пороговой обработки в модели со случайным числом эмпирических коэффициентов разложения.

4 Случайное число коэффициентов разложения

Пусть M — положительная целочисленная случайная величина и $N = 2^M$. Тогда среднеквадратичный риск принимает вид:

$$r(f) = \sum_{J=0}^{\infty} P(N = 2^J) \frac{1}{2^J} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \lambda_{jk}^2 \mathbb{E} \left(\hat{Y}_{jk} - \mu_{jk} \right)^2 \quad (9)$$

и его асимптотический порядок в значительной степени зависит от распределения N . Чтобы получить осмысленные оценки порядка риска (9), величина N должна быть «большой». Рассмотрим последовательность N_n , $n = 1, \dots$, и предположим, что существует неслучайная возрастающая последовательность натуральных чисел J_n , $n = 1, \dots$, такая, что $N_n/2^{J_n}$ имеет некоторый предел (в смысле равномерной сходимости по распределению) при $n \rightarrow \infty$, т. е.

$$\sup_{x \geq 0} |H_n(x) - H(x)| < \frac{\varepsilon_n}{2} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad (10)$$

где

$$H_n(x) = P\left(\frac{N_n}{2^{J_n}} < x\right),$$

а $H(x)$ — предельная функция распределения. Предположим, что $H(x)$ не имеет атома в нуле и исследуем поведение

$$r_n(f) = \sum_{J=0}^{\infty} P(N_n = 2^J) \frac{1}{2^J} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \lambda_{jk}^2 E\left(\hat{Y}_{jk} - \mu_{jk}\right)^2$$

при $n \rightarrow \infty$.

Пусть $\delta_n \rightarrow 0$ и $\alpha_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ так, что $J_n + \log_2 \delta_n \rightarrow \infty$ и $H(\delta_n) + 1 - H(\delta_n^{-1}) < \alpha_n$ при всех $n = 1, \dots$

Тогда

$$\begin{aligned} r_n(f) &= \sum_{J=0}^{[J_n + \log_2 \delta_n]} P(N_n = 2^J) \times \\ &\times \frac{1}{2^J} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \lambda_{jk}^2 E\left(\hat{Y}_{jk} - \mu_{jk}\right)^2 + \\ &+ \sum_{J=[J_n + \log_2 \delta_n] + 1}^{[J_n - \log_2 \delta_n]} P(N_n = 2^J) \times \\ &\times \frac{1}{2^J} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \lambda_{jk}^2 E\left(\hat{Y}_{jk} - \mu_{jk}\right)^2 + \\ &+ \sum_{J=[J_n - \log_2 \delta_n] + 1}^{\infty} P(N_n = 2^J) \times \\ &\times \frac{1}{2^J} \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \lambda_{jk}^2 E\left(\hat{Y}_{jk} - \mu_{jk}\right)^2 \equiv S_1 + S_2 + S_3. \end{aligned}$$

Учитывая (10), для $S_1 + S_3$ имеем:

$$\begin{aligned} S_1 + S_3 &\leq C_0 (H_n(\delta_n) + 1 - H_n(\delta_n^{-1})) \times \\ &\times (J_n + \log_2 \delta_n) 2^{2\beta(J_n + \log_2 \delta_n)} \leq \\ &\leq C_0 (\alpha_n + \varepsilon_n) (J_n + \log_2 \delta_n) 2^{2\beta(J_n + \log_2 \delta_n)}, \end{aligned}$$

где C_0 — некоторая положительная константа. Для S_2 с помощью теоремы 1 можно получить оценку:

$$S_2 \leq C_1 \cdot 2^{\frac{2\beta-2\gamma}{2\gamma+1}(J_n + \log_2 \delta_n)} (J_n + \log_2 \delta_n)^{\frac{2\gamma+2\beta+2}{2\gamma+1}},$$

где C_1 — некоторая положительная константа. Таким образом, справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть $\gamma > \beta$. В модели со случайным числом эмпирических коэффициентов при выборе асимптотически оптимального порога начиная с некоторого n справедлива оценка

$$\begin{aligned} \sup_{Kf \in \text{Lip}(\gamma)} r_n(f) &\leq \\ &\leq C_0 (\alpha_n + \varepsilon_n) (J_n + \log_2 \delta_n) 2^{2\beta(J_n + \log_2 \delta_n)} + \\ &+ C_1 \cdot 2^{\frac{2\beta-2\gamma}{2\gamma+1}(J_n + \log_2 \delta_n)} (J_n + \log_2 \delta_n)^{\frac{2\gamma+2\beta+2}{2\gamma+1}}. \end{aligned}$$

Сам асимптотически оптимальный порог при $n \rightarrow \infty$ удовлетворяет соотношению:

$$T_n \simeq \sigma \sqrt{\frac{4\gamma}{2\gamma+1} (1+2\beta) \ln 2^{J_n + \log_2 \delta_n}}.$$

Вид α_n, ε_n и δ_n в теореме 2 существенно зависит от поведения последовательности $N_n/2^{J_n}$ и предельной функции распределения $H(x)$. Так, ε_n характеризует скорость сходимости $H_n(x)$ к $H(x)$, а α_n и δ_n зависят от поведения $H(x)$ в окрестности нуля и бесконечности.

Следствие 1. Если предельное распределение $N_n/2^{J_n}$ вырождено: $N_n/2^{J_n} \xrightarrow{P} 1$ при $n \rightarrow \infty$, тогда начиная с некоторого n

$$\sup_{f \in \text{Lip}(\gamma)} r_n(f) \leq \varepsilon'_n J_n 2^{2\beta J_n} + C_2 \cdot 2^{\frac{2\beta-2\gamma}{2\gamma+1} J_n} J_n^{\frac{2\gamma+2\beta+2}{2\gamma+1}},$$

где ε'_n характеризует скорость стремления $N_n/2^{J_n} \xrightarrow{P} 1$, а C_2 — некоторая положительная константа.

Если ε'_n убывает достаточно быстро, то эта оценка совпадает с оценкой для среднеквадратичного риска в модели с неслучайным числом эмпирических коэффициентов.

Следствие 2. Пусть $H(x)$ дифференцируема в окрестности нуля и для некоторых положительных констант b и B в этой окрестности выполнено $b \leq H'(x) \leq B$. Пусть $\delta_n \simeq 2^{-\frac{4\beta\gamma+2\gamma}{4\beta\gamma+4\gamma+1} J_n}$. Тогда начиная с некоторого n справедлива оценка:

$$\begin{aligned} \sup_{f \in \text{Lip}(\gamma)} r_n(f) &\leq C_0 \varepsilon_n J_n \cdot 2^{\frac{4\beta\gamma+2\beta}{4\beta\gamma+4\gamma+1} J_n} + \\ &+ C_3 \cdot 2^{-\frac{4\beta\gamma+2\gamma}{4\beta\gamma+4\gamma+1} J_n} J_n^{\frac{2\gamma+2\beta+2}{2\gamma+1}}, \end{aligned}$$

где C_3 — некоторая положительная константа.

Таким образом, среднеквадратичный риск для случайного числа эмпирических коэффициентов может стремиться к нулю значительно медленнее, чем среднеквадратичный риск для неслучайного числа коэффициентов.

Литература

1. Donoho D. Nonlinear solution of linear inverse problems by wavelet-vaguelette decomposition // Appl. Comput. Harmon. A., 1995. Vol. 2. P. 101–126.

2. *Abramovich F., Silverman B. W.* Wavelet decomposition approaches to statistical inverse problems // *Biometrika*, 1998. Vol. 85. No. 1. P. 115–129.
3. *Donoho D., Johnstone I. M.* Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage // *Biometrika*, 1994. Vol. 81. No. 3. P. 425–455.
4. *Donoho D., Johnstone I. M., Kerkyacharian G., Picard D.* Wavelet shrinkage: Asymptopia? // *J. R. Stat. Soc. B*, 1995. Vol. 57. No. 2. P. 301–369.
5. *Donoho D., Johnstone I. M.* Minimax estimation via wavelet shrinkage // *Ann. Stat.*, 1998. Vol. 26. No. 3. P. 879–921.
6. *Jansen M.* Noise reduction by wavelet thresholding. — Lecture notes in statistics ser. — New York, NY, USA: Springer, 2001. Vol. 161. 217 с.
7. *Jansen M.* Minimum risk thresholds for data with heavy noise // *IEEE Signal Proc. Lett.*, 2006. Vol. 13. No. 5. P. 296–299.
8. *Шестаков О. В.* Минимаксный среднеквадратичный риск пороговой обработки в моделях с негауссовым распределением шума // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15: Вычисл. матем. и киберн.*, 2017. № 4. С. 35–40.
9. *Шестаков О. В.* Среднеквадратичный риск пороговой обработки при случайном объеме выборки // *Информатика и её применения*, 2018. Т. 12. Вып. 3. С. 14–17.
10. *Shestakov O. V.* Averaged probability of the error in calculating wavelet coefficients for the random sample size // *J. Math. Sci.*, 2019. Vol. 237. No. 6. P. 826–830.
11. *Mallat S.* A wavelet tour of signal processing. — New York, NY, USA: Academic Press, 1999. 857 p.
12. *Lee N.* Wavelet-vaguelette decompositions and homogeneous equations. — West Lafayette, IN, USA: Purdue University, 1997. PhD Thesis. 103 p.
13. *Кудрявцев А. А., Шестаков О. В.* Асимптотика оценки риска при вейглет-вейглет разложении наблюдаемого сигнала // *Т-Comm — Телекоммуникации и Транспорт*, 2011. № 2. С. 54–57.
14. *Ерошенко А. А., Шестаков О. В.* Асимптотическая нормальность оценки риска при вейглет-вейглет-разложении функции сигнала в модели с коррелированным шумом // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15: Вычисл. матем. и киберн.*, 2014. № 3. С. 110–117.
15. *Ерошенко А. А., Кудрявцев А. А., Шестаков О. В.* Предельное распределение оценки риска метода вейглет-вейглет-разложения сигнала в модели с коррелированным шумом // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15: Вычисл. матем. и киберн.*, 2015. № 1. С. 12–18.
16. *Johnstone I. M., Silverman B. W.* Wavelet threshold estimates for data with correlated noise // *J. R. Stat. Soc. B*, 1997. Vol. 59. P. 319–351.
17. *Johnstone I. M.* Wavelet shrinkage for correlated data and inverse problems adaptivity results // *Stat. Sinica*, 1999. Vol. 9. P. 51–83.
18. *Cai T., Brown L.* Wavelet estimation for samples with random uniform design // *Stat. Probabil. Lett.*, 1999. Vol. 42. P. 313–321.

Поступила в редакцию 16.05.19

THE MEAN SQUARE RISK OF NONLINEAR REGULARIZATION IN THE PROBLEM OF INVERSION OF LINEAR HOMOGENEOUS OPERATORS WITH A RANDOM SAMPLE SIZE

O. V. Shestakov^{1,2}

¹Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskiye Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation

²Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

Abstract: The problems of constructing estimates from observations, which represent a linear transformation of the initial data, arise in many application areas, such as computed tomography, optics, plasma physics, and gas dynamics. In the presence of noise in the observations, as a rule, it is necessary to apply regularization methods. Recently, the methods of threshold processing of wavelet expansion coefficients have become popular. This is explained by the fact that such methods are simple, computationally efficient, and have the ability to adapt to functions which have different degrees of regularity at different areas. The analysis of errors of these methods is an important practical task, since it allows assessing the quality of both the methods themselves and the equipment used. When using threshold processing methods, it is usually assumed that the number of expansion coefficients is fixed and the noise distribution is Gaussian. This model is well studied in literature and optimal threshold values are calculated for different classes of signal functions. However, in some situations, the sample size is not known in advance and has to be modeled by a random variable. In this paper, the author considers a model with a random number of observations containing Gaussian noise and estimates the order of the mean-square risk with an increasing sample size.

Keywords: wavelets; threshold processing; linear homogeneous operator; random sample size; mean square risk

DOI: 10.14357/19922264190408

Acknowledgments

This research is supported by the Russian Science Foundation (project No. 18-11-00155).

References

1. Donoho, D. 1995. Nonlinear solution of linear inverse problems by wavelet-vaguelette decomposition. *Appl. Comput. Harmon. A.* 2:101–126.
2. Abramovich, F., and B. W. Silverman. 1998. Wavelet decomposition approaches to statistical inverse problems. *Biometrika* 85(1):115–129.
3. Donoho, D., and I. M. Johnstone. 1994. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage. *Biometrika* 81(3):425–455.
4. Donoho, D., I. M. Johnstone, G. Kerkycharian, and D. Picard. 1995. Wavelet shrinkage: Asymptopia? *J. R. Stat. Soc. B* 57(2):301–369.
5. Donoho, D., and I. M. Johnstone. 1998. Minimax estimation via wavelet shrinkage. *Ann. Statist.* 26(3):879–921.
6. Jansen, M. 2001. *Noise reduction by wavelet thresholding*. Lecture notes in statistics ser. New York, NY: Springer. Vol. 161. 217 p.
7. Jansen, M. 2006. Minimum risk thresholds for data with heavy noise. *IEEE Signal Proc. Lett.* 13(5):296–299.
8. Shestakov, O. V. 2017. Minimax mean-square thresholding risk in models with non-Gaussian noise distribution. *Moscow Univ. Comput. Math. Cybern.* 41(4):187–192.
9. Shestakov, O. V. 2018. Srednekvadratichnny risk porogovoy obrabotki pri sluchaynom ob”eme vyborki [Mean-square thresholding risk with a random sample size]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(3):14–17.
10. Shestakov, O. V. 2019. Averaged probability of the error in calculating wavelet coefficients for the random sample size. *J. Math. Sci.* 237(6):826–830.
11. Mallat, S. 1999. *A wavelet tour of signal processing*. New York, NY: Academic Press. 857 p.
12. Lee, N. 1997. Wavelet-vaguelette decompositions and homogeneous equations. West Lafayette, IN: Purdue University. PhD Thesis. 103 p.
13. Kudryavtsev, A. A., and O. V. Shestakov. 2011. Asimptotika otsenki riska pri veyglet-veyvlet razlozhenii nablyudaemogo signala [The average risk assessment of the wavelet decomposition of the signal]. *T-Comm — Telekommunikatsii i Transport* [T-Comm — Telecommunications and Transport] 2:54–57.
14. Eroshenko, A. A., and O. V. Shestakov. 2014. Asymptotic normality of estimating risk upon the wavelet-vaguelette decomposition of a signal function in a model with correlated noise. *Moscow Univ. Comput. Math. Cybern.* 38(3):110–117.
15. Eroshenko, A. A., A. A. Kudryavtsev, and O. V. Shestakov. 2015. Limit distribution of a risk estimate using the vaguelette-wavelet decomposition of signals in a model with correlated noise. *Moscow Univ. Comput. Math. Cybern.* 39(1):6–13.
16. Johnstone, I. M., and Silverman B. W. 1997. Wavelet threshold estimates for data with correlated noise. *J. R. Stat. Soc. B* 59:319–351.
17. Johnstone, I. M. 1999. Wavelet shrinkage for correlated data and inverse problems adaptivity results. *Stat. Sinica* 9:51–83.
18. Cai, T., and L. Brown. 1999. Wavelet estimation for samples with random uniform design. *Stat. Probabil. Lett.* 42:313–321.

Received May 16, 2019

Contributor

Shestakov Oleg V. (b. 1976) — Doctor of Science in physics and mathematics, professor, Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskiye Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation; senior scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; oshestakov@cs.msu.su

КОМПЛЕКСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ОДНОМ КЛАССЕ СИСТЕМ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ*

М. Г. Коновалов¹, Р. В. Разумчик²

Аннотация: Рассматривается задача эффективного распределения потока однородных заданий в системах с параллельным обслуживанием на независимо работающих серверах с очередями неограниченной емкости. Имеется один диспетчер, который распределяет задания между серверами без промежуточного хранения. Обмен заданиями между серверами невозможен. Эффективность понимается с точки зрения минимума двух конкурирующих целевых показателей: стационарного среднего времени пребывания задания в системе и вероятности нарушения дедлайна, до истечения которого каждое задание должно попасть на обслуживание. Задание, дедлайн которого нарушен, остается на сервере до тех пор, пока не будет обслужено. В работе предлагается подход, основанный на идее комплексного управления потоками в системе и предполагающий одновременный подбор как наиболее эффективной диспетчеризации, так и дисциплины обслуживания очереди. Методами статистической имитации на численных примерах показано, что новый подход позволяет получать такой выигрыш в целевых показателях, достичь которого не удастся, применяя те же механизмы управления, но по отдельности.

Ключевые слова: системы с параллельным обслуживанием; диспетчеризация; дисциплина обслуживания очереди; время пребывания; вероятность превышения дедлайна

DOI: 10.14357/19922264190409

1 Введение

Данная статья продолжает тематику повышения производительности систем с параллельными и независимыми серверами. Теория управления такими системами традиционно разделяется на три практически самостоятельных раздела:

- (1) диспетчеризация, т. е. распределение потоков заданий между серверами;
- (2) обслуживание очередей, т. е. очередность обслуживания заданий на серверах;
- (3) ограничение доступа заданий в систему.

Существует весьма четкое разграничение этих направлений в литературе по управлению обслуживанием, причем каждая отдельно взятая работа посвящена, как правило, строго одному из перечисленных разделов.

Типичная статья в этой области выглядит так. Рассматриваются, например, несколько диспетчеризаций, которые анализируются и сравниваются между собой, а при этом остальные два способа управления фиксированы и не обсуждаются. В то же время очевидно, что все указанные механизмы

служат одной цели — повышению эффективности обслуживания — и в реальных системах они используются по большей части одновременно.

В данной статье предпринята попытка (подробно см., например, [1–3]) обратиться к такой постановке задачи, в которой сочеталась бы возможность использовать для достижения заданных критериев качества разные методы. Конкретно, рассматривается сервисная система, в которой оптимизация осуществляется за счет одновременного подбора как наиболее эффективной диспетчеризации, так и дисциплины обслуживания очереди.

Данная работа базируется на методах статистической имитации. Излагаемые результаты относятся к единственному примеру системы с параллельным обслуживанием, взятому (для возможности осуществить сравнение) из статьи [4].

Материал распределен следующим образом. Общая постановка задачи сформулирована в разд. 2. Здесь вкратце описывается предлагаемый подход к ее решению. В разд. 3 приводятся некоторые результаты численных экспериментов. В заключении кратко обсуждаются результаты работы.

* Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 18-07-00692).

¹ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, mkonvalov@ipiran.ru

² Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук; Российский университет дружбы народов, rrazumchik@ipiran.ru

2 Описание системы и постановка задачи

Система состоит из N серверов, работающих параллельно и независимо друг от друга. Производительность (интенсивность обслуживания) сервера i равна $v^{(i)}$. В систему поступает пуассоновский входной поток заданий¹. Задания имеют случайную длину (объем), которая определяется одним и тем же распределением G , и предельный срок $0 < \tau < \infty$, до истечения которого оно должно попасть на обслуживание (дедлайн). Каждое поступившее задание должно быть немедленно направлено на один из серверов, причем диспетчеру, осуществляющему этот выбор, доступна любая информация о текущем состоянии системы (например, размеры очередей, остаточная работа на каждом сервере и т. п.)². Число заданий, которые могут одновременно находиться на каждом сервере, не ограничено. Если дедлайн нарушен, задание остается на сервере до тех пор, пока не будет обслужено до конца. Выполнение заданий на каждом сервере происходит в соответствии с дисциплиной LPS (limited processor sharing), т. е. дисциплиной частичного разделения процессора [5, 6]. Эта дисциплина предполагает, что каждый сервер i действует следующим образом. Если в очереди находится n_i , $1 \leq n_i \leq L_i$, заданий ($L_i \geq 1$ — фиксированное число), то каждое из n_i заданий обслуживается со скоростью $v^{(i)}/n_i$. В противном случае первые L_i заданий обслуживаются со скоростью $v^{(i)}/L_i$, а остальные ожидают обслуживания в очереди либо в порядке поступления (FIFO — first in, first out), либо в порядке возрастания размера задания (SJF, shortest job first).

Система функционирует в непрерывном времени $t \geq 0$. Пусть $0 \leq t_1 < \dots < t_n < \dots$ — последовательность моментов поступления заданий в систему. Действие, принимаемое в момент t_n относительно вновь поступившего задания, обозначим через y_n . Полагаем, что $y_n = i$, если задание направлено на сервер i . Пусть задание, поступившее в момент t_n и распределенное согласно правилу y_n , в течение времени w_n ожидает обслуживания, а затем в течение времени s_n обслуживается.

Величины w_n и s_n заранее не известны, но они как раз служат основой для выбора показателей ка-

чества обслуживания, которых в данном случае два. Это, во-первых, предельное среднее время пребывания заданий в системе

$$v = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m E_y (w_n + s_n)$$

и, во-вторых, предельная вероятность нарушения дедлайна

$$r = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m E_y \mathbf{1}_{\{w_n > \tau\}}.$$

В этих формулах $\mathbf{1}_{\{A\}}$ — индикатор события A , E_y — интегрирование по мере, порожаемой диспетчеризацией y .

Показатели v и r являются конкурирующими, причем оба требуют минимизации. Для разрешения многокритериальности в данном случае вместо того, чтобы формулировать задачу условной оптимизации либо определять свертку, поступим следующим образом³. Зададим набор допустимых диспетчеризаций y_n , две дисциплины обслуживания очереди (FIFO или SJF), а также диапазон значений L_i и будем перебирать возможные варианты для нахождения наилучших значений показателей v и r .

Ограничимся следующими простыми и в то же время достаточно эффективными диспетчеризациями, наиболее полно использующими доступную информацию о текущем состоянии системы (см., например, [8, разд. 3]):

- $y_n = \arg \min_{1 \leq i \leq M} (u_n^{(i)})$, где $u_n^{(i)}$ — время, необходимое для полного выполнения всех заданий, которые в момент принятия решения t_n находятся на сервере i , при условии, что новые задания не поступают. Если в момент t_n на сервере i находятся k заданий, причем их длины равны l_1, l_2, \dots, l_k , то $u_n^{(i)} = \sum_{i=1}^k l_i/v^{(i)}$. Далее эта диспетчеризация обозначается как LWL (least work left);

- $y_n = \arg \min_{1 \leq i \leq M} (\omega_n^{(i)})$, где $\omega_n^{(i)}$ — числовая характеристика сервера i в момент принятия решения t_n , вычисляемая следующим образом. Если в момент t_n на сервере i находятся k заданий, причем их упорядоченные по возрастанию длины равны l_1, l_2, \dots, l_k , то

$$\omega_n^{(i)} = \sum_{i=1}^k \tau_i C^{k-i},$$

¹ Ввиду предположения, что в серверах реализована дисциплина частичного разделения процессора, предположение о том, что в систему поступает один поток однородных заданий, является существенным. Случай нескольких входящих потоков разнородных заданий требует отдельного исследования.

² Совершенно естественным является предположение, что диспетчеру доступна полная предыстория принятых решений (с указанием моментов времени, в которые решения принимались). Однако диспетчеризации, использующие такую информацию, обычно требуют больших дополнительных вычислений и поэтому здесь рассматриваться не будут.

³ Несмотря на кажущуюся простоту такого подхода по сравнению с условной оптимизацией, отыскание значения L_i и оптимальных значений параметров диспетчеризаций представляет собой отдельные задачи, которые «в лоб» решить невозможно в силу несчетности множества поиска. Здесь эти задачи решаются с помощью специального адаптивного алгоритма на имитационной модели [7].

Таблица 1 Стационарная вероятность r нарушения дедлайна в системе из четырех серверов при различных стратегиях диспетчеризации и обслуживания очереди и различных значениях загрузки

Стратегия	$\lambda = 4,2$ ($\rho = 0,7$)	$\lambda = 4,8$ ($\rho = 0,8$)	$\lambda = 5,04$ ($\rho = 0,84$)	$\lambda = 5,4$ ($\rho = 0,9$)
LWL + FIFO	0,011	0,054	0,098	0,236
MHV(C) + FIFO	0,016 ($C = 2$)	0,052 ($C = 1,25$)	0,095 ($C = 1,25$)	0,224 ($C = 2$)
LWL + LPS(2) + FIFO	0,004	0,027	0,056	0,169
MHV(C) + LPS(2) + FIFO	0,004 ($C = 3$)	0,024 ($C = 2,5$)	0,049 ($C = 2$)	—
MHVI(C) + LPS(2) + FIFO	—	—	—	0,145 ($C = 2,5$)
LWL + SJF	0,008	0,027	0,043	0,079
MHV(C) + SJF	0,009 ($C = 2$)	—	—	—
MHVI(C) + SJF	—	0,024 ($C = 2,5$)	0,035 ($C = 2,5$)	0,058 ($C = 2$)
LWL + LPS(2) + SJF	0,004	0,015	0,027	0,065
MHV(C) + LPS(2) + SJF	0,003 ($C = 3$)	—	—	—
MHVI(C) + LPS(2) + SJF	—	0,011 ($C = 2,5$)	0,019 ($C = 2,5$)	0,042 ($C = 2$)

где

$$\tau_i = \frac{k - i + 1}{v^{(i)}} \left(l_i - \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{l_j(k - j + 1)}{v^{(j)}} \right) \right),$$

а C — фиксированное положительное число. Далее эта эвристическая диспетчеризация обозначается как MHV(C) [9, 10].

Заметим, что если функция $\arg \min$ возвращает несколько значений, то поступившее задание направляется на самый быстрый сервер; если таких несколько, то сервер выбирается наугад. Расчет $\omega_n^{(i)}$ возможен, вообще говоря, как без учета нового задания, так и в предположении, что оно отправлено именно на данный сервер. Снабжая такую оценку дополнительной чертой сверху, получаем, заменяя в MHV(C) $\omega_n^{(i)}$ на $\bar{\omega}_n^{(i)} - \omega_n^{(i)}$, еще одно правило диспетчеризации (далее — MHVI(C)).

3 Некоторые результаты численных экспериментов

Проверка большого числа численных экспериментов показывает, что комплексное управление процессом распределения заданий и обслуживанием очереди дает такой выигрыш в целевых функциях v и r , достичь которого не удастся, применяя те же механизмы, но по отдельности¹. Важно отметить, что указанный эффект проявляется при использовании просто реализуемых стратегий, не требующих сложной настройки параметров. Одному из таких примеров посвящен данный раздел.

Рассматривается гетерогенная система из четырех серверов производительностью $v^{(1)} = v^{(2)} = 2$, $v^{(3)} = v^{(4)} = 1$. Входящий в систему поток заданий

с дедлайном $\tau = 2$ является пуассоновским с параметром λ . Размер заданий имеет экспоненциальное распределение с параметром 1. Загрузка системы равна $\rho = \lambda/6$.

В табл. 1 и 2 приводятся значения v и r для нескольких комбинаций диспетчеризаций и механизмов управления очередью при разных значениях загрузки системы.

Принимая стратегию LWL + FIFO за точку отсчета, из таблиц можно увидеть, что комплексное управление диспетчеризацией и процессом обслуживания однозначно имеет преимущество. Выигрыш в целевых функциях v и r незначителен при средней нагрузке и близок к нулю при малой нагрузке. При большой нагрузке по сравнению со стратегией LWL + FIFO одна из лучших рассмотренных стратегий — MHVI() + LPS(2) + SJF — обеспечивает выигрыш по v и r примерно в 80% и 20% соответственно. По мере внедрения комплексного подхода относительный выигрыш увеличивается с ростом нагрузки, хотя и немонотонно. Последнее обстоятельство указывает на то, что существуют «неудачные» комбинации механизмов диспетчеризации и управления очередью.

4 Заключение

Подводя итог краткому экспериментальному анализу комплексного управления в системах с параллельным обслуживанием, можно сделать следующие выводы. Эффективность таких систем может быть повышена за счет одновременного использования даже простейших алгоритмов на всех этапах принятия решений (поступление задания в систему, выбор очередного задания из очереди, выбор способа обработки заданий). В случае двухкритериальной

¹Даже весьма сложных стратегий, как, например, FPI (first policy iteration) из [4].

Таблица 2 Стационарное среднее v и среднеквадратичное отклонение для времени пребывания задания в системе из четырех серверов при различных стратегиях диспетчеризации и обслуживания очереди и различных значениях загрузки. Значение параметра C берется из соответствующей ячейки табл. 1

Стратегия	$\lambda = 4,2$ ($\rho = 0,7$)	$\lambda = 4,8$ ($\rho = 0,8$)	$\lambda = 5,04$ ($\rho = 0,84$)	$\lambda = 5,4$ ($\rho = 0,9$)
LWL + FIFO	0,886/0,863	1,151/1,060	1,355/1,233	1,975/1,804
MHV(C) + FIFO	0,872/0,800	1,146/1,078	1,351/1,261	2,000/2,064
LWL + LPS(2) + FIFO	0,931/0,980	1,208/1,230	1,410/1,411	2,047/1,997
MHV(C) + LPS(2) + FIFO	0,833/0,877	1,172/1,246	1,407/1,522	—
MHVI(C) + LPS(2) + FIFO	—	—	—	1,987/2,137
LWL + SJF	0,848/0,879	1,028/1,126	1,147/1,370	1,430/2,267
MHV(C) + SJF	0,816/0,796	—	—	—
MHVI(C) + SJF	—	0,957/1,114	1,055/1,391	1,287/2,462
LWL + LPS(2) + SJF	0,915/0,983	1,145/1,258	1,297/1,479	1,684/2,349
MHV(C) + LPS(2) + SJF	0,884/0,950	—	—	—
MHVI(C) + LPS(2) + SJF	—	1,086/1,238	1,218/1,495	1,539/2,385

оптимизации комплексный подход дает такой выигрыш в целевых функциях, который иначе может быть получен только за счет внедрения изолированных стратегий, требующих специальной настройки параметров. Другое его преимущество кроется в отсутствие требования, чтобы входящий поток заданий был пуассоновским. Кроме того, лучшие найденные с его помощью решения¹ не приводят к образованию в системе «бесконечных» очередей, которые, как отмечено в [4, разд. 5], при иных подходах к управлению могут появляться в случае большой загрузки.

Недостатком подхода, несомненно, является невозможность на данный момент получения каких-либо аналитических результатов. Пожалуй, единственное исключение составляет не рассмотренная здесь вероятностная диспетчеризация PAP (probabilistic allocation policy) [8, разд. 3] и пуассоновский поток заданий, при которых осуществим аналитический расчет целевых функций v и r . Это обстоятельство, однако, может быть использовано лишь для контроля вычислений, так как получаемые таким образом результаты обычно заметно хуже представленных в табл. 1 и 2.

Литература

1. Kleinrock L., Muntz R.R. Processor sharing queueing models of mixed scheduling disciplines for time shared system // J. ACM, 1972. Vol. 19. Iss. 3. P. 464–482.
2. Aalto S., Ayesta U. Optimal scheduling of jobs with a DHR tail in the $M/G/1$ queue // 3rd ICST Conference (International) on Performance Evaluation Methodologies and

Tools Proceedings. — Brussels, Belgium: ICST, 2008. doi: 10.4108/ICST.VALUETOOLS2008.4335.

3. Wu R., Down D.G. Scheduling multi-server systems using foreground-background processing. <http://www.cas.mcmaster.ca/~down/fbppsaper5.pdf>.
4. Hytтиä E., Richter R. Routing jobs with deadlines to heterogeneous parallel servers // Oper. Res. Lett., 2016. Vol. 44. Iss. 4. P. 507–513.
5. Avi-Itzhak B., Halfin S. Expected response times in a non-symmetric time sharing queue with a limited number of service positions // 12th Teletraffic Congress (International) Proceedings. — Torino, 1988. Art. ID: 5.4B.2. 7 p.
6. Schroeder B., Harchol-Balter M., Iyengar A., Nahum E. M., Wierman A. How to determine a good multi-programming level for external scheduling // 22nd Conference (International) on Data Engineering Proceedings. — Atlanta, GA, USA, 2006. P. 60.
7. Коновалов М. Г. Методы адаптивной обработки информации и их приложения. — М.: ИПИ РАН, 2007. 212 с.
8. Коновалов М. Г., Разумчик П. В. Обзор моделей и алгоритмов размещения заданий в системах с параллельным обслуживанием // Информатика и её применения, 2015. Т. 9. Вып. 4. С. 56–67.
9. Коновалов М. Г., Разумчик П. В. Минимизация среднего времени пребывания в ненаблюдаемых системах с параллельным обслуживанием и дисциплиной справедливого разделения процессора в серверах // Информационные процессы, 2019. Т. 19. Вып. 3. С. 327–338.
10. Konovalov M., Razumchik R. Minimizing mean response time in non-observable distributed systems with processor sharing nodes // Commun. ECMS, 2019. Vol. 33. Iss. 1. P. 456–461.

Поступила в редакцию 10.10.19

¹Исключение — диспетчеризация MHVI(C) при малых C , при которой система может быть нестабильна.

MIXED POLICIES FOR ONLINE JOB ALLOCATION IN ONE CLASS OF SYSTEMS WITH PARALLEL SERVICE

M. G. Konovalov¹ and R. V. Razumchik^{1,2}

¹Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

²Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya Str., Moscow 117198, Russian Federation

Abstract: Consideration is given to the problem of efficient job allocation in the class of systems with parallel service on independently working single-server stations each equipped with the infinite capacity queue. There is one dispatcher which routes jobs, arriving one by one, to servers. The dispatcher does not have a queue to store the jobs and, thus, the routing decision must be made on the fly. No jockeying between servers is allowed and jobs cannot be rejected. For a job, there is the soft deadline (maximum waiting time in the queue). If the deadline is violated, a fixed cost is incurred and the job remains in the system and must be served. The goal is to find the job allocation policy which minimizes both the job’s stationary response time and probability of job’s deadline violation. Based on simulation results, it is demonstrated that the goal may be achieved (to some extent) by adopting a mixed policy, i.e. a proper dispatching rule and the service discipline in the server.

Keywords: parallel service; dispatching policy; service discipline; sojourn time; deadline violation

DOI: 10.14357/19922264190409

Acknowledgments

The research was partly supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 18-07-00692).

References

1. Kleinrock, L., and R. R. Muntz. 1972. Processor sharing queueing models of mixed scheduling disciplines for time shared system. *J. ACM* 19(3):464–482.
2. Aalto, S., and U. Ayesta. 2008. Optimal scheduling of jobs with a DHR tail in the $M/G/1$ queue. *3rd Conference (International) on Performance Evaluation Methodologies and Tools Proceedings*. Brussels, Belgium. doi: 10.4108/ICST.VALUETOOLS2008.4335.
3. Wu, R., and D. G. Down. Scheduling multi-server systems using foreground-background processing. Available at: <http://www.cas.mcmaster.ca/~down/fbbspaper5.pdf> (accessed October 3, 2019).
4. Hyytiä, E., and R. Righter. 2016. Routing jobs with deadlines to heterogeneous parallel servers. *Operations Research Lett.* 44(4):507–513.
5. Avi-Itzhak, B., and S. Halfin. 1989. Expected response times in a non-symmetric time sharing queue with a limited number of service positions. *12th Teletraffic Congress (International) Proceedings*. Torino. Art. ID: 5.4B.2. 7 p.
6. Schroeder, B., M. Harchol-Balter, A. Iyengar, E. Nahum, and A. Wierman. 2006. How to determine a good multi-programming level for external scheduling. *22nd Conference (International) on Data Engineering Proceedings*. Atlanta, GA. 60.
7. Konovalov, M. G. 2007. *Metody adaptivnoy obrabotki informatsii i ikh prilozheniya* [Methods of adaptive information processing and their applications]. Moscow: IPI RAN. 212 p.
8. Konovalov, M. G., and R. V. Razumchik. 2015. Obzor modeley i algoritmov razmeshcheniya zadaniy v sistemakh s paralel'nym obsluzhivaniem [Methods and algorithms for job scheduling in systems with parallel service: A survey]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 9(4):56–67.
9. Konovalov, M. G., and R. V. Razumchik. 2019. Minimizatsiya srednego vremeni prebyvaniya v nenablyudaemykh sistemakh s paralel'nym obsluzhivaniem i distsiplinoy spravedlivogo razdeleniya protsessora v serverakh [Minimizing mean response time in non-observable distributed processing systems with nodes, operating under egalitarian processor sharing policy]. *Informatsionnye protsessy* [Information Processes] 19(3):327–338.
10. Konovalov, M. G., and R. V. Razumchik. 2019. Minimizing mean response time in non-observable distributed systems with processor sharing nodes. *Commun. ECMS* 33(1):456–461.

Received October 10, 2019

Contributors

Konovalov Mikhail G. (b. 1950) — Doctor of Science in technology, principal scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; mkonovalov@ipiran.ru

Razumchik Rostislav V. (b. 1984) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, leading scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; associate professor, Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya Str., Moscow 117198, Russian Federation; rrazumchik@ipiran.ru

СИСТЕМА МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ $Geo/G/1/\infty$ С ИНВЕРСИОННЫМ ПОРЯДКОМ ОБСЛУЖИВАНИЯ И РЕСАМПЛИНГОМ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ*

Л. А. Мейханаджян¹, Р. В. Разумчик²

Аннотация: Рассматривается задача нахождения оценки для фактического стационарного среднего времени пребывания в дискретной однолинейной системе с геометрическим входящим потоком известной интенсивности, циклической дисциплиной обслуживания и неточной априорной информацией о временах обслуживания. Показано, что новой оценкой может служить значение стационарного среднего времени пребывания в дискретной однолинейной системе с инверсионным порядком обслуживания и дисциплиной ресамплинга, предполагающей, что каждая поступающая в непустую систему заявка назначает новое остаточное время обслуживания заявке на приборе. Для случая погрешности мультипликативного типа и геометрически распределенного фактического времени обслуживания найдены легко проверяемые на практике условия, при которых предлагаемая оценка является наилучшей из известных оценок сверху для фактического среднего времени пребывания во всем диапазоне возможных значений загрузки.

Ключевые слова: дискретное время; инверсионный порядок обслуживания; неточное время обслуживания; дисциплина циклического обслуживания; ресамплинг

DOI: 10.14357/19922264190410

1 Введение

Рассмотрим дискретную систему массового обслуживания (СМО) $Geo/G/1-RR$ с вероятностью a поступления заявки на одном такте и дисциплиной циклического обслуживания [1]. Дискретное время вводится обычным образом [2], и все изменения состояния СМО происходят в конце такта. Распределение времени \hat{S} обслуживания заявок является произвольным дискретным. Стационарное среднее время пребывания заявки в такой системе рассчитывается по формуле (см. (1) в [3]):

$$v_{\hat{S}} = \frac{\bar{a}E\hat{S}}{1 - aE\hat{S}}. \quad (1)$$

Если в информации о распределении случайной величины (с.в.) \hat{S} содержится ошибка (погрешность)³, т.е. распределение фактического времени S обслуживания другое, причем $E\hat{S} \neq ES$, то прогнозируемое среднее время обслуживания и фактическое не совпадают. При $E\hat{S} > (<)ES$ значение $v_{\hat{S}}$ служит оценкой сверху (снизу) для фактического, неизвестного среднего v_S . В связи с этим обстоятельством возникает следующий вопрос: возможно

ли только на основе информации о значении a и распределении \hat{S} получать более точные оценки, чем $v_{\hat{S}}$? Оказывается, что в некоторых случаях ответ на этот вопрос положителен. В этой статье показано, что при $E\hat{S} > ES$ и некоторых других ограничениях на распределение \hat{S} , существует v_* такое, что

$$v_S \leq v_* \leq v_{\hat{S}} \quad (2)$$

при любых (допустимых) значениях загрузки, и это v_* совпадает со стационарным средним временем пребывания в СМО $Geo/G/1$ с ресамплингом и инверсионным порядком обслуживания (далее — $Geo/G/1-Re$) с вероятностью a поступления заявки на одном такте и временем обслуживания, распределенном как \hat{S} (см. формулу (14) ниже). Доказательству неравенства (2) и обсуждению связанных с ним вопросов посвящен последний раздел статьи. В предваряющих его разделах дается подробное описание СМО $Geo/G/1-Re$ и анализ ее основных стационарных характеристик.

Отметим, что по тематике СМО со специальными дисциплинами обслуживания имеется обширная литература (см., например, [4–14] и ссылки

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-37-00283).

¹ Финансовый университет при Правительстве РФ, lamejkhadzhyan@fa.ru

² Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук; Российский университет дружбы народов, rrazumchik@ipiran.ru

³ В этом случае \hat{S} можно трактовать как прогнозируемое время обслуживания, т.е. число тактов, которое, как ожидается, потребуется затратить на обслуживание заявки.

в них). Поэтому некоторые из приводимых ниже аналитических результатов для СМО Geo/G/1-Re, по-видимому, могут получаться как следствия уже известных¹.

2 Описание системы

Рассмотрим функционирующую в дискретном времени однолинейную СМО с очередью неограниченной емкости, в которую поступает геометрический поток заявок с вероятностью a поступления заявки на одном такте². Распределение времени обслуживания заявки является произвольным дискретным с вероятностью $b_i, i \geq 0$, того, что обслуживание заявки продлится i тактов (предполагается, что $b_0 = 0$).

Далее будем использовать следующие обозначения:

$\bar{a} = 1 - a$ — вероятность непоступления заявки на такте;

$B_i = \sum_{j=i}^{\infty} b_j, i \geq 1$, — вероятность того, что длина заявки не менее i ;

$\beta(z) = \sum_{i=1}^{\infty} z^i b_i$ — производящая функция (ПФ) длины заявки.

В системе реализована дисциплина ресамплинга с инверсионным порядком обслуживания. Предполагается, что в любой момент времени для каждой заявки, находящейся в системе, известна остаточная длина (т. е. число тактов, необходимое для окончания обслуживания заявки). Если новая заявка поступает в непустую систему, то она прерывает обслуживание заявки на приборе и назначает ей новую остаточную длину (в соответствии с распределением $\{b_i, i \geq 0\}$). Далее заявка, обслуживание которой было прервано, возвращается на прибор и продолжает обслуживаться (с новой остаточной длиной), а новая становится на первое место в очереди. Как только длина заявки на приборе становится равной нулю, она моментально покидает систему. Если очередь пуста, то заявка из первого места в очереди поступает на прибор; остальная очередь сдвигается на единицу.

Всюду в дальнейшем будем предполагать, что выполнено необходимое и достаточное условие существования стационарного режима, которое для рассматриваемой системы имеет вид:

$$\beta(\bar{a}) > \bar{a}(1 + \bar{a})^{-1}.$$

¹Это замечание относится только к формулам (6)—(8) и (12).

²Будем считать, что сначала систему покидает заявка на приборе, если закончилось ее обслуживание, затем в систему принимается поступившая заявка, если таковая имеется, и, наконец, выбирается на обслуживание заявка из очереди, если очередь пуста.

³Заметим, что это условие не зависит от моментов длины заявки какого-либо порядка, т. е. для любого распределения длины заявки при достаточно малой вероятности a поступления заявки на такте существует стационарное распределение.

Действительно, свяжем с рассматриваемой системой процесс Гальтона—Ватсона, где первоначально имеется одна частица, которая в конце жизни производит случайное число потомков в соответствии с распределением $\{g_k, k \geq 0\}$:

$$g_0 = \beta(\bar{a});$$

$$g_k = \frac{\beta(\bar{a})(1 - \beta(\bar{a}))(\bar{a} - \beta(\bar{a}))^{k-1}}{\bar{a}^k}, \quad k \geq 1.$$

Заметим, что число заявок, обслуженных рассматриваемой системой за период занятости, равно общему числу частиц, появившихся во введенном процессе Гальтона—Ватсона до его вырождения. Последнее же имеет место с вероятностью единица (за конечное среднее время) тогда и только тогда, когда среднее число $\sum_{k=1}^{\infty} k g_k$ потомков от одной частицы меньше единицы, что равносильно приведенному выше условию³.

Наконец, заметим, что для рассматриваемой системы справедлив закон стационарной очереди Хинчина (см. [2, п. 4.1.1]); это свойство используется при описании выходящего из системы потока.

3 Стационарное распределение очереди

Найдем стационарное распределение числа заявок в системе. Введем обозначения:

p_0 — стационарная вероятность того, что непосредственно после очередного такта система будет пуста;

$p_n(i), i \geq 1$, — стационарная вероятность того, что непосредственно после очередного такта в системе будет n заявок и до окончания обслуживания заявки на приборе останется i тактов.

Заметим, что $p_n = \sum_{i=1}^{\infty} p_n(i), n \geq 1$. Используя метод исключения состояний, приходим к следующей системе уравнений равновесия:

$$p_1(i) = (p_0 + p_1) a b_i + p_1(i+1) \bar{a}, \quad i \geq 1; \quad (3)$$

$$p_n(i) = (p_{n-1} - p_{n-1}(1)) a b_i + p_n(i+1) \bar{a} + p_n a b_i, \quad n \geq 2, \quad i \geq 1, \quad (4)$$

к которой необходимо добавить условие нормировки

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1.$$

Для решения этой системы воспользуемся аппаратом ПФ. Введем обозначение:

$$P(z, u) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} u^n z^i p_n(i), \quad 0 \leq u, z \leq 1.$$

Умножая левые и правые части (3) и (4) на $u^n z^i$ в соответствующих степенях и суммируя по всем возможным значениям n и i , получаем:

$$P(z, u) = \frac{z}{z - \bar{a}} \sum_{n=1}^{\infty} u^n (p_n(1)\bar{a}(\beta(z) - 1) + a\beta(z)p_n), \quad (5)$$

откуда по теореме Руше следует, что

$$p_n(1) = \frac{p_n a \beta(\bar{a})}{\bar{a}(1 - \beta(\bar{a}))}, \quad n \geq 1.$$

Воспользовавшись этим соотношением, условием нормировки и уравнениями локального баланса, которые для данной системы имеют вид:

$$p_0 a = \bar{a} p_1(1); \quad (p_n - p_n(1))a = \bar{a} p_{n+1}(1), \quad n \geq 1,$$

путем элементарных преобразований получаем:

$$p_n = \left(\frac{\bar{a} - \beta(\bar{a})}{\bar{a}\beta(\bar{a})} \right)^{n-1} \frac{1 - \beta(\bar{a})}{\beta(\bar{a})} p_0, \quad n \geq 1; \quad (6)$$

$$p_0 = \frac{\bar{a}\beta(\bar{a}) - \bar{a} + \beta(\bar{a})}{\beta(\bar{a})}. \quad (7)$$

Таким образом, стационарное распределение общего числа заявок в системе определяется начиная с p_1 геометрической прогрессией, что упрощает нахождение моментов. Например, среднее число N заявок в системе равно

$$N = \frac{\bar{a}^2(1 - \beta(\bar{a}))}{\bar{a}\beta(\bar{a}) - \bar{a} + \beta(\bar{a})}.$$

Наконец, из (5), приравнявая коэффициенты при $u^n z^i$ в левой и правой частях, находим выражение для совместного стационарного распределения $p_n(i)$:

$$p_n(i) = p_n \sum_{j=i}^{\infty} \frac{a(\bar{a})^{j-i}}{1 - \beta(\bar{a})} b_j, \quad n \geq 1, i \geq 1.$$

В заключение раздела отметим, что если нагрузка системы близка к критической, т. е.

$$\beta(\bar{a}) \downarrow \bar{a}(1 + \bar{a})^{-1},$$

то общее число заявок в системе, нормированное величиной $(\bar{a}\beta(\bar{a}) - \bar{a} + \beta(\bar{a}))^{-1}$, имеет экспоненциальное распределение с параметром $(1 + \bar{a})(\bar{a})^{-2}$. Этот результат следует (по методу из [15]) из анализа явной формулы для ПФ распределения $\{p_n, n \geq 0\}$, задаваемого (6) и (7).

4 Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе

Время пребывания заявки в рассматриваемой системе складывается из двух независимых с.в.: времени ожидания начала обслуживания и времени пребывания на приборе. Ввиду инверсионного порядка обслуживания время пребывания в очереди совпадает с длительностью периода занятости (ПЗ) системы, которая в терминах ПФ имеет вид:

$$u(z) = \frac{(\bar{a} - a\beta(\bar{a}z))(1 - \bar{a}z) - \sqrt{D}}{2a(\bar{a}z - \beta(\bar{a}z))}, \quad (8)$$

где

$$D = (\bar{a} - a\beta(\bar{a}z))^2(1 - \bar{a}z)^2 - 4a\bar{a}\beta(\bar{a}z)(\bar{a}z - \beta(\bar{a}z))(1 - \bar{a}z).$$

Для нахождения времени пребывания заявки на приборе поступим следующим образом. Обозначим через $w_j(i)$ вероятность того, что длительность пребывания на приборе поступающей на него заявки равно i тактам и за это время в систему поступит j новых заявок. По формуле полной вероятности имеем:

$$w_0(i) = \bar{a}^i b_i, \quad i \geq 0; \quad (9)$$

$$w_1(i) = \sum_{n=1}^{i-1} \bar{a}^{n-1} a B_{n+1} w_0(i-n) + \bar{a}^{i-1} a b_i, \quad i \geq 1; \quad (10)$$

$$w_j(i) = \sum_{n=1}^{i-j+1} \bar{a}^{n-1} a B_{n+1} w_{j-1}(i-n), \quad i \geq j, j \geq 2. \quad (11)$$

Тогда распределение времени пребывания заявки на приборе с учетом возможных прерываний есть $\{\sum_{j=0}^{\infty} w_j(i), i \geq 1\}$ и, с учетом (9)–(11), в терминах ПФ имеет вид:

$$\psi(z) = \frac{(1 - \bar{a}z)\beta(\bar{a}z)}{(1 - z)\bar{a} + a\beta(\bar{a}z)}. \quad (12)$$

Замечая теперь, что с вероятностью

$$p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n(1) = \frac{2\beta(\bar{a}) - \bar{a}}{\beta(\bar{a})}$$

поступающая заявка сразу занимает прибор, а с дополнительной вероятностью занимает место в очереди, получаем вид ПФ стационарного времени пребывания произвольной заявки в системе:

$$\chi(z) = \frac{2\beta(\bar{a}) - \bar{a}}{\beta(\bar{a})} \psi(z) + \frac{\bar{a} - \beta(\bar{a})}{\beta(\bar{a})} u(z)\psi(z). \quad (13)$$

Дифференцируя (13) по z в точке $z = 1$, с учетом формул (8) и (12) нетрудно определять моменты времени пребывания заявки в системе. В частности, среднее¹ время пребывания равно:

$$v = \frac{\bar{a}^2(1 - \beta(\bar{a}))}{a(\bar{a}\beta(\bar{a}) - \bar{a} + \beta(\bar{a}))}. \quad (14)$$

Замечая, что $av = N$, убеждаемся, что для рассматриваемой системы выполняется закон Литтла.

Вопрос поведения стационарного распределения времени пребывания заявки в системе в условиях большой загрузки остается открытым. Применение общих принципов асимптотического анализа не дает содержательных результатов (см. [17; 18, Remark 2.6]).

5 Выходящий поток

В стационарном режиме выходящий из системы поток не является геометрическим. Единственное исключение составляет случай, когда распределение $\{b_i, i \geq 0\}$ является геометрическим. Поскольку доказательство этого факта в основных чертах повторяет доказательство для непрерывного случая, изложенного в [19], здесь оно не приводится. Таким образом, в общем случае промежутки между последовательными окончаниями обслуживания являются зависимыми величинами.

Совместное стационарное распределение длительностей двух последовательных промежутков в терминах ПФ имеет вид:

$$D_2(z_1, z_2) = \psi(z_2) \left(\psi(z_1) - \left(\frac{(1 - z_1)\psi(z_1)}{1 - z_1\bar{a}} + \frac{az_1(1 - z_2)\beta(\bar{a}z_1)}{(1 - z_1\bar{a})(1 - z_2\bar{a})} \right) p_0 - \frac{(1 - z_2)\beta(\bar{a}z_1)}{1 - z_2\bar{a}} p_1 \right).$$

По свойствам ПФ нетрудно получить выражения для основных характеристик выходящего потока:

$$El = \frac{1}{a}, \quad El(l - 1) = \frac{2\bar{a}(\beta(\bar{a}) - a\bar{a}\beta'(\bar{a}))}{(a\beta(\bar{a}))^2};$$

$$\text{Cov}(l_1, l_2) = \frac{a\bar{a}\beta'(\bar{a}) + \beta(\bar{a})^2 - \beta(\bar{a})}{a^2\beta(\bar{a})} p_0.$$

Заметим, что при большой загрузке выходящий поток становится практически некоррелированным.

¹Заметим, что $v = \bar{a}u'(1)$. Таким образом, в отличие от непрерывного случая, в котором стационарное среднее время пребывания заявки в системе равно средней длине ПЗ системы [16, Corollary 2], в дискретном случае среднее время пребывания в \bar{a}^{-1} раз меньше.

²О практических основаниях для предположения о мультипликативной, а не аддитивной погрешности см. [20, Section 6.3] и [21].

³Это условие (см. [22]) выполняется для распределений типа НХСС («новое хуже старого в среднем»), «новое хуже старого» и распределений с убывающей функцией интенсивности (см. [23; 24, с. 35; 25]). В последнем случае удобный критерий проверки для монотонных функций приводится в [26, Proposition 1].

⁴Примечательно, что область стационарности Geo/G/1-Re шире, чем Geo/G/1-RR с неточным временем обслуживания.

6 Оценка сверху для среднего времени пребывания

Предположим, что прогнозное время обслуживания \hat{S} представимо в виде² $\hat{S} = SX$, где S — фактическое время обслуживания, а X — некоторая положительная целочисленная с.в. (ошибка), причем с.в. S и X независимы и $EX > 1$.

Зафиксируем произвольным образом среднее значение ES и, взяв вероятность a поступления заявки на такте за независимую переменную, проиллюстрируем (2) при следующих предположениях о распределениях S и X :

- S имеет геометрическое распределение, а X — логарифмическое, т.е. $P(S = k) = b(1 - b)^{k-1}$, $k \geq 1$, $P(X = k) = -p^k/(k \ln(1 - p))$, $k \geq 1$ (рис. 1);
- S имеет дискретное распределение Вейбулла с «легким хвостом», а X — логарифмическое, т.е. $P(S = k) = q^{(k-1)^\beta} - q^{k^\beta}$, $k \geq 1$, $0 < q < 1$, $\beta > 1$ (рис. 2);
- S и X имеют одинаковое дискретное распределение Вейбулла с «тяжелым хвостом», т.е. $0 < \beta < 1$ (рис. 3).

На рис. 1–3 кривые 1 — v_S , 2 — v_{SX} ; 3 — v_* . Во всех примерах $ES = 5$.

Допуская некоторую вольность речи, результаты численных экспериментов можно резюмировать следующим образом: (2) не выполняется, когда SX имеет либо «легкий хвост», либо слишком «тяжелый хвост».

Нетрудно показать, что если распределение с.в. SX таково, что для любого $i \geq 0$ выполняется условие³

$$\sum_{j=i}^{\infty} P(SX > j) \geq E(SX) (1 - (E(SX))^{-1})^i,$$

то правое неравенство в (2) имеет место всегда, когда система Geo/G/1-RR с неточным временем обслуживания стационарна⁴ (т.е. при $0 < a < (E(SX))^{-1}$). В противном случае оценка v_* для среднего времени пребывания хуже значения, рас-

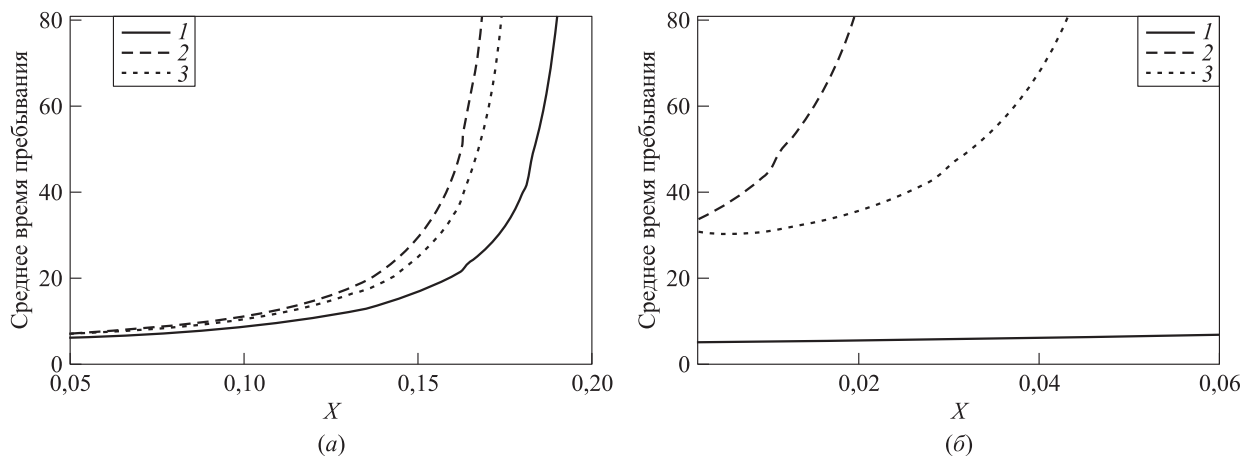


Рис. 1 Случай, когда S имеет геометрическое распределение с параметром $b^{-1} = ES = 5$, X — логарифмическое распределение с параметром $p = 0,2$ ($EX \approx 1,12$) (а) и $p = 0,95$ ($EX \approx 6,34$) (б)

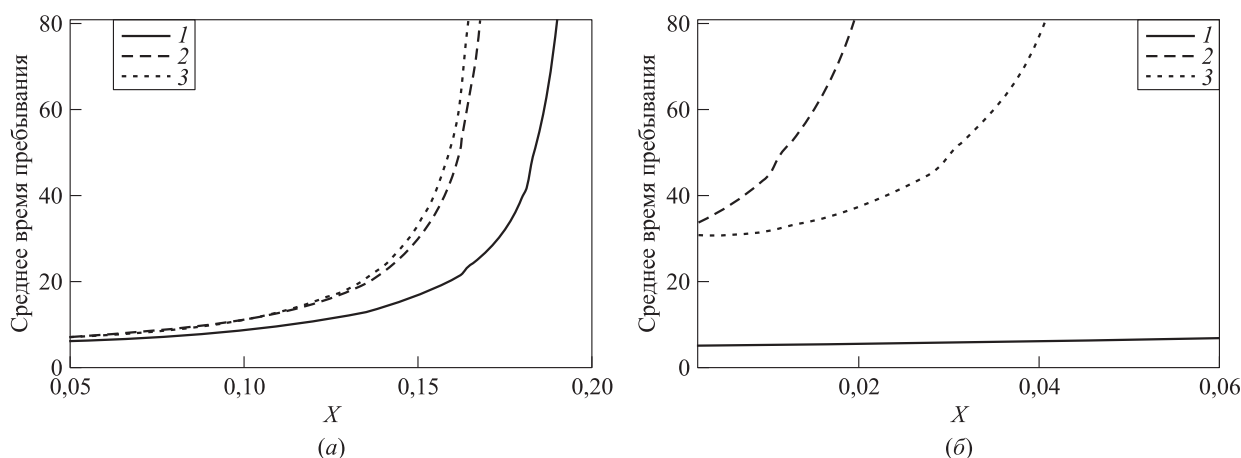


Рис. 2 Случай, когда S имеет дискретное распределение Вейбулла с параметрами $\beta = 1,1$, $q \approx 0,8316$ ($ES \approx 5$), X — логарифмическое распределение с параметром $p = 0,2$ (а) и $p = 0,95$ (б)

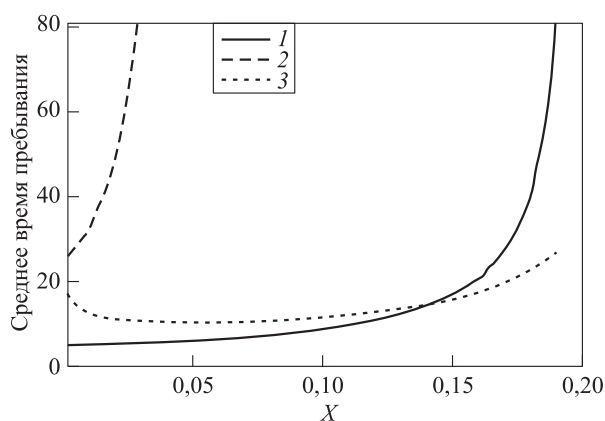


Рис. 3 Случай, когда S и X имеют одинаковое дискретное распределение Вейбулла с параметрами $\beta = 0,38$, $q \approx 0,3834$ ($ES = EX \approx 5$)

считываемого по формуле (1), т. е. $v_* > v_{SX} \geq v_X$ (см. рис. 2, а).

Проверка левого неравенства в (2) невозможна без дополнительной информации¹ о распределениях с.в. S и X , так как, как видно на рис. 3, даже если с.в. SX имеет НХСС-распределение, то (2) может и не выполняться.

В связи с этим интересен (и остается открытым) вопрос о выборе подходящей для дискретного времени модели неточного времени обслуживания² или, другими словами, вопрос построения дискретного аналога непрерывной модели из [16].

В отличие от случая непрерывного времени, где мультипликативной модели удастся придать наблюдаемые на практике черты³, в дискретном времени это трудноосуществимо.

¹ Отметим, что если с.в. S имеет геометрическое распределение, то левое неравенство в (2) выполняется всегда, вне зависимости от значения параметра геометрического распределения и вида распределения X .

² Укажем на работы [27, 28], модели из которых могут оказаться плодотворными.

³ Более подробное обсуждение этого вопроса можно найти в [20, Section 6.3].

Литература

1. *Daduna H., Schassberger R.* A discrete-time round-Robin queue with Bernoulli input and general arithmetic service time distributions // *Acta Inform.*, 1981. Vol. 15. Iss. 3. P. 251–263.
2. *Печинкин А. В., Разумчик Р. В.* Системы массового обслуживания в дискретном времени. — М.: Физматлит, 2018. 432 с.
3. *Schassberger R.* On the response time distribution in a discrete round-robin queue // *Acta Inform.*, 1981. Vol. 16. Iss. 1. P. 57–62.
4. *Таташев А. Г.* Одна инверсионная дисциплина обслуживания в одноканальной системе с разнотипными заявками // *Автомат. и телемех.*, 1999. № 7. С. 177–181.
5. *Таташев А. Г.* Система обслуживания с инверсионной дисциплиной, двумя типами заявок и марковским входящим потоком // *Автомат. и телемех.*, 2003. № 11. С. 122–127.
6. *Fiems D., Steyaert B., Bruneel H.* Discrete-time queues with generally distributed service times and renewal-type server interruptions // *Perform. Eval.*, 2004. Vol. 55. Iss. 3-4. P. 277–298.
7. *Walraevens J., Flems D., Bruneel H.* The discrete-time preemptive repeat identical priority queue // *Queueing Sy.*, 2006. Vol. 53. Iss. 4. P. 231–243.
8. *Pechinkin A., Shorgin S.* The discrete-time queueing system with inverse service order and probabilistic priority // 3rd Conference (International) on Performance Evaluation Methodologies and Tools Proceedings. — Brussels: ICST, 2008. Art. No. 20. 6 p.
9. *Милованова Т. А.* Система $MAR/G/1$ с инверсионным порядком обслуживания и вероятностным приоритетом // *Автомат. и телемех.*, 2009. № 5. С. 155–168.
10. *Печинкин А. В., Стальченко И. В.* Система $MAR/G/1/\infty$ с инверсионным порядком обслуживания и вероятностным приоритетом, функционирующая в дискретном времени // *Вестник РУДН. Сер.: Математика. Информатика. Физика*, 2010. № 2. С. 26–36.
11. *Милованова Т. А., Печинкин А. В.* Стационарные характеристики системы обслуживания с инверсионным порядком обслуживания, вероятностным приоритетом и гистерезисной политикой // *Информатика и её применения*, 2013. Т. 7. Вып. 1. С. 22–35.
12. *Мейханаджян Л. А.* Стационарные вероятности состояний в системе обслуживания конечной емкости с инверсионным порядком обслуживания и обобщенным вероятностным приоритетом // *Информатика и её применения*, 2016. Т. 10. Вып. 62. С. 123–131.
13. *Афанасьева Л. Г., Ткаченко А. В.* Условия стабильности систем с очередью и регенерирующим процессом прерываний обслуживания // *Теория вероятн. и её примен.*, 2018. Т. 63. Вып. 4. С. 623–653.
14. *Razumchik R.* Two-priority queueing system with LCFS service, probabilistic priority and batch arrivals // *AIP Conf. Proc.*, 2019. Vol. 2116. Iss. 1. P. 090011-1–090011-3.
15. *Печинкина О. А.* Асимптотическое распределение длины очереди в системе $M/G/1$ с инверсионной вероятностной дисциплиной обслуживания // *Вестник РУДН. Сер.: Прикладн. матем. и информ.*, 1995. № 1. С. 87–100.
16. *Horváth I., Razumchik R., Telek M.* The resampling $M/G/1$ non-preemptive LIFO queue and its application to systems with uncertain service time // *Perform. Evaluation*, 2019. Vol. 134. Art. ID: 102000. 13 p.
17. *Limic V.* A LIFO queue in heavy traffic // *Ann. Appl. Probab.*, 2001. Vol. 11. Iss. 2. P. 301–331.
18. *Asmussen S., Glynn P. W.* On preemptive-repeat LIFO queues // *Queueing Sy.*, 2017. Vol. 87. Iss. 1-2. P. 1–22.
19. *Finch P. D.* The output process of the queueing system $M/G/1$ // *J. Roy. Stat. Soc. B Met.*, 1959. Vol. 21. Iss. 2. P. 375–380.
20. *Dell'Amico M., Carra D., Michiardi P.* PSBS: Practical size-based scheduling // *IEEE T. Comput.*, 2016. Vol. 65. Iss. 7. P. 2199–2212.
21. *Milovanova T. A., Meykhanadzhyan L. A., Razumchik R. V.* Bounding moments of Sojourn time in $M/G/1$ FCFS queue with inaccurate job size information and additive error: Some observations from numerical experiments // *CEUR Workshop Proceedings*, 2018. Vol. 2236. P. 24–30.
22. *Klefsjö B.* A useful ageing property based on the Laplace transform // *J. Appl. Probab.*, 1983. Vol. 20. Iss. 3. P. 615–626.
23. *Барлоу Р., Прошан Ф.* Математическая теория надежности / Пер. с англ. под ред. Б. В. Гнеденко. — М.: Советское радио, 1969. 488 с. (*Barlow R., Proschan F.* Mathematical theory of reliability. — New York, NY, USA: Wiley, 1965. 274 p.)
24. *Штойян Д.* Качественные свойства и оценки стохастических моделей / Пер. с нем. — М.: Мир, 1979. 268 с. (*Stoyan D.* Qualitative Eigenschaften und Abschätzungen stochastischer Modelle. — Berlin: Akademie-Verlag, 1977. 198 p.)
25. *Klefsjö B.* The hnbue and hnwue classes of life distributions // *Nav. Res. Log.*, 1982. Vol. 29. Iss. 2. P. 331–344.
26. *Conti P. L. J.* An asymptotic test for a geometric process against a lattice distribution with monotone hazard // *Ital. Stat. Soc.*, 1997. Vol. 6. Iss. 3. P. 213–231.
27. *Artakis T., Voudouri A., Malliaris M.* Certain selecting and underreporting processes // *Math. Comput. Model.*, 1994. Vol. 20. Iss. 1. P. 103–106.
28. *Королев В. Ю., Корчагин А. Ю., Зейфман А. И.* Теорема Пуассона для схемы испытаний Бернулли со случайной вероятностью успеха и дискретный аналог распределения Вейбулла // *Информатика и её применения*, 2016. Т. 10. Вып. 4. С. 11–20.

Поступила в редакцию 15.10.19

DISCRETE-TIME $Geo/G/1/\infty$ LIFO QUEUE WITH RESAMPLING POLICY

L. A. Meykhanadzhyan¹ and R. V. Razumchik^{2,3}

¹Financial University under the Government of the Russian Federation, 49 Leningradsky Prosp., Moscow 125993, Russian Federation

²Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

³Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya Str., Moscow 117198, Russian Federation

Abstract: Consideration is given to the problem of estimation of the true stationary mean response time in the discrete-time single-server queue of infinite capacity, with Bernoulli input, round-robin scheduling, and inaccurate information about the service time distribution which is considered to be general arithmetic. It is shown that the upper bound for the true value may be provided by the mean response time in the discrete-time single-server queue with LIFO (last in, first out) service discipline and resampling policy. The latter implies that a customer arriving to the nonidle system assigns new remaining service time for the customer in the server. For the case when the true service time distribution is geometric and the error in the service times is of multiplicative type, conditions are provided which, when satisfied, guarantee that the proposed method yields the upper bound across all possible values of the system’s load.

Keywords: discrete time; inverse service order; inaccurate service time; round robin scheduling; resampling policy

DOI: 10.14357/19922264190410

Acknowledgments

The reported study was partly supported by the Russian Foundation for Basic Research according to the research project No. 18-37-00283.

References

1. Daduna, H., and R. Schassberger. 1981. A discrete-time round-Robin queue with Bernoulli input and general arithmetic service time distributions. *Acta Inform.* 15(3):251–263.
2. Pechinkin, A. V., and R. V. Razumchik. 2018. *Sistemy massovogo obsluzhivaniya v diskretnom vremeni* [Discrete time queuing systems]. Moscow: Fizmatlit. 432 p.
3. Schassberger, R. 1981. On the response time distribution in a discrete round-Robin queue. *Acta Inform.* 16(1):57–62.
4. Tatashev, A. G. 1999. On an inverse servicing discipline in a queue with customers of different types. *Automat. Rem. Contr.* 60(7):1050–1053.
5. Tatashev, A. G. 2003. A queueing system with inverse discipline, two types of customers, and Markov input flow. *Automat. Rem. Contr.* 64(11):1755–1759.
6. Fiems, D., B. Steyaert, and H. Bruneel. 2004. Discrete-time queues with generally distributed service times and renewal-type server interruptions. *Perform. Eval.* 55(3-4):277–298.
7. Walraevens, J., D. Fiems, and H. Bruneel. 2006. The discrete-time preemptive repeat identical priority queue. *Queueing Sy.* 53(4):231–243.
8. Pechinkin, A., and S. Shorgin. 2008. The discrete-time queueing system with inversive service order and probabilistic priority. *3rd Conference (International) on Performance Evaluation Methodologies and Tools Proceedings*. Brussels: ICST. Art. No. 20. 6 p.
9. Milovanova, T. A. 2009. BMAP/G/1/∞ system with last come first served probabilistic priority. *Automat. Rem. Contr.* 70(5):885–896.
10. Pechinkin, A. V., and I. V. Stalchenko. 2010. Sistema MAP/G/1/∞ s inversionnym poryadkom obsluzhivaniya i veroyatnostnym prioritetom, funktsioniruyushchaya v diskretnom vremeni [The MAP/G/1/∞ discrete-time queueing system with inversive service order and probabilistic priority]. *Vestnik Rossiyskogo Universiteta Druzhyby Narodov. Ser. Matematika. Informatika. Fizika* [Bulletin of Peoples’ Friendship University of Russia. Ser. Mathematics. Information Sciences. Physics] 2:26–36.
11. Milovanova, T. A., and A. V. Pechinkin. 2013. Statsionarnye kharakteristiki sistemy obsluzhivaniya s inversionnym poryadkom obsluzhivaniya, veroyatnostnym prioritetom i gisterezisnoy politikoy [Stationary characteristics of queueing system with an inversion procedure service probabilistic priority and hysteresis policy]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 7(1):22–35.
12. Meykhanadzhyan, L. A. 2016. Statsionarnye veroyatnosti sostoyaniy v sisteme obsluzhivaniya konechnoy emkosti s inversionnym poryadkom obsluzhivaniya i obobshchen-

- nym veroyatnostnym prioritetom [Stationary characteristics of the finite capacity queueing system with inverse service order and generalized probabilistic priority]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 10(62):123–131.
13. Afanaseva, L. G., and A. W. Tkachenko. 2019. Stability conditions for queueing systems with regenerative flow of interruptions. *Theor. Probab. Appl.* 63(4):507–531.
 14. Razumchik, R. 2019. Two-priority queueing system with LCFS service, probabilistic priority and batch arrivals. *AIP Conf. Proc.* 2116(1):090011-1–090011-3.
 15. Pechinkina, O. A. 1995. Asimptoticheskoe raspredelenie dliny ocheredi v sisteme $M/G/1$ s inversionnoy veroyatnostnoy distsiplinoy obsluzhivaniya [Queue size asymptotic distribution for $M/G/1$ system with inverse probabilistic service discipline]. *Vestnik Rossiyskogo Universiteta Druzhy Narodov. Ser. Matematika. Informatika. Fizika* [Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Ser. Mathematics. Information Sciences. Physics] 1:87–100.
 16. Horváth, I., R. Razumchik, and M. Telek. 2019. The resampling $M/G/1$ non-preemptive LIFO queue and its application to systems with uncertain service time. *Perform. Evaluation* 134:102000. 13 p.
 17. Limic, V. 2001. A LIFO queue in heavy traffic. *Ann. Appl. Probab.* 11(2):301–331.
 18. Asmussen, S., and P. W. Glynn. 2017. On preemptive-repeat LIFO queues. *Queueing Sy.* 87(1-2):1–22.
 19. Finch, P. D. 1959. The output process of the queueing system $M/G/1$. *J. Roy. Stat. Soc. B Met.* 21(2):375–380.
 20. Dell'Amico, M., D. Carra, and P. Michiardi. 2016. PSBS: Practical size-based scheduling. *IEEE T. Comput.* 65(7):2199–2212.
 21. Milovanova, T. A., L. A. Meykhanadzhyan, and R. V. Razumchik. 2018. Bounding moments of Sojourn time in $M/G/1$ FCFS queue with inaccurate job size information and additive error: Some observations from numerical experiments. *CEUR Workshop Proceedings* 2236:24–30.
 22. Klefsjö, B. 1983. A useful ageing property based on the Laplace transform. *J. Appl. Probab.* 20(3):615–626.
 23. Barlow, R., and F. Proschan. 1965. *Mathematical theory of reliability*. New York, NY: Wiley. 274 p.
 24. Stoyan, D. 1977. *Qualitative Eigenschaften und Abschätzungen stochastischer Modelle*. Berlin: Akademie-Verlag. 198 p.
 25. Klefsjö, B. 1982. The hnbue and hnwue classes of life distributions. *Nav. Res. Log.* 29(2):331–344.
 26. Conti, P. L. J. 1997. An asymptotic test for a geometric process against a lattice distribution with monotone hazard. *Ital. Stat. Soc.* 6(3):213–231.
 27. Artikis, T., A. Voudouri, and M. Malliaris. 1994. Certain selecting and underreporting processes. *Math. Comput. Model.* 20(1):103–106.
 28. Korolev, V. Yu., A. Yu. Korchagin, and A. I. Zeifman. 2016. Teorema Puassona dlya skhemy ispytaniy Bernulli so sluchaynoy veroyatnost'yu uspekha i diskretnyy analog raspredeleniya Veybulla [The Poisson theorem for Bernoulli trials with a random probability of success and a discrete analog of the Weibull distribution]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 10(4):11–20.

Received October 15, 2019

Contributors

Meykhanadzhyan Lusine A. (b. 1990) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, associate professor, Department of Data Analysis, Decision-Making and Financial Technology, Financial University under the Government of the Russian Federation, 49 Leningradsky Prosp., Moscow 125993, Russian Federation; lamejkhanadzhyan@fa.ru

Razumchik Rostislav V. (b. 1984) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, leading scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; associate professor, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya Str., Moscow 117198, Russian Federation; rrazumchik@ipiran.ru

ЧИСЛЕННЫЕ СХЕМЫ ФИЛЬТРАЦИИ МАРКОВСКИХ СКАЧКООБРАЗНЫХ ПРОЦЕССОВ ПО ДИСКРЕТИЗОВАННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ I: ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОЧНОСТИ*

А. В. Борисов¹

Аннотация: Статья является первой частью цикла, посвященного проблеме численного решения задачи оптимальной фильтрации состояний марковских скачкообразных процессов (МСП) по наблюдениям в присутствии аддитивных и мультипликативных винеровских шумов. Данная задача решается путем временной дискретизации наблюдений и их последующей обработки. Как оптимальные, так и субоптимальные оценки в этом случае выражаются через многомерные интегралы гауссовских плотностей по некоторым смешивающим распределениям. В данной работе исследуется влияние точности схем численного интегрирования на качество получаемых приближенных оценок. Задача сводится к характеристике близости случайных последовательностей, порождаемых некоторыми рекуррентными соотношениями. В статье представлена псевдометрика, описывающая это расстояние, а также доказано утверждение о ее влиянии на локальную и глобальную точность аппроксимации решения исходной задачи фильтрации.

Ключевые слова: марковский скачкообразный процесс; оптимальная фильтрация; аддитивные и мультипликативные шумы в наблюдениях; стохастическое дифференциальное уравнение; аналитическая и численная аппроксимация

DOI: 10.14357/19922264190411

1 Введение

Задача фильтрации состояний *марковского скачкообразного процесса* по косвенным непрерывным зашумленным наблюдениям была решена в [1] для класса систем наблюдения с аддитивными винеровскими шумами. Это означает, что интенсивность шумов в наблюдениях является лишь детерминированной функцией времени. В [2] представлено обобщение этого результата на наблюдения с мультипликативными шумами: их интенсивность теперь является функцией оцениваемого состояния системы. В обоих случаях системы стохастических дифференциальных уравнений, описывающих фильтр, относятся к классу уравнений Кушнера–Стратоновича, проблемному с точки зрения их численного решения. Дело в том, что эти нелинейные уравнения описывают эволюцию во времени условного распределения состояния системы по имеющимся наблюдениям. Стандартные численные схемы их решения [3] могут терять свойства нормировки и неотрицательности. В статье [4] была предложена концепция построения численных методов путем перехода к дискретизованным по времени наблюдениям и последующему решению на их основе задачи оптимальной фильтрации.

Предложенные оценки вычисляются рекурсивно как некоторая дробь, числитель и знаменатель которой представляют собой бесконечные суммы интегралов от гауссовских плотностей по некоторым смешивающим распределениям. Было предложено ограничить суммирование в числителе и знаменателе некоторым порогом, назвав такие приближения *аналитическими* аппроксимациями. Для них в [4] были получены показатели локальной и глобальной точности, т. е. определена величина расхождения оптимальной оценки и ее аппроксимации за один или несколько шагов рекурсии. К сожалению, для аналитических аппроксимаций не существует явных формул, определяющих значение интегралов — слагаемых в числителе и знаменателе.

Целью данного цикла является исследование влияния замены интегралов их приближениями в виде конечных сумм на общую точность аппроксимации, а также сравнительный анализ различных численных схем, используемых при решении задачи фильтрации по наблюдениям как с аддитивными, так и с мультипликативными шумами. Первая статья посвящена определению влияния точности схем численного интегрирования на итоговую точность приближения задачи оптимальной фильтрации состояний МСП по дискретизованным

* Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 19-07-00187 А).

¹ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, aborisov@frccsc.ru

наблюдениям. Статья организована следующим образом. В разд. 2 дана постановка задачи оптимальной фильтрации. Совокупность определений и результатов работы [4], используемых в данной статье, представлена в разд. 3. В разд. 4 предлагается аппроксимировать интегралы в аналитических аппроксимациях с помощью интегральных сумм общего вида. Подобные аппроксимации названы *численными*. Предложены локальный и глобальный показатели близости аналитических и численных аппроксимаций: они определяют величину расхождения аналитической и численной аппроксимации за один или несколько шагов. Основное утверждение статьи позволяет оценить эти показатели с помощью аналитической характеристики — интегральной ошибки. Эта же оценка дает возможность определить точность решения исходной задачи фильтрации с учетом ошибок, вносимых аналитической аппроксимацией и ее численным приближением с помощью той или иной численной схемы. Заключительные замечания представлены в разд. 5.

2 Постановка задачи фильтрации

На вероятностном базисе с фильтрацией $(\Omega^X \times \Omega^W, \mathcal{F}^X \times \mathcal{F}^W, \mathcal{P}^X \times \mathcal{P}^W, \{\mathcal{F}_t^X \times \mathcal{F}_t^W\}_{t \geq 0})$ рассматривается система наблюдения

$$X_t = X_0 + \int_0^t \Lambda^\top X_s ds + \mu_t;$$

$$Y_r = \int_{(r-1)h}^{rh} f X_s ds + \int_{(r-1)h}^{rh} \sum_{n=1}^N X_s^n g_n^{1/2} dW_s, \quad r \in \mathbb{N},$$

где

- $X_t \stackrel{d}{=} \text{col}(X_t^1, \dots, X_t^N) \in \mathbb{S}^N$ — ненаблюдаемое состояние системы — однородный МСП с конечным множеством состояний $\mathbb{S}^N \stackrel{d}{=} \{e_1, \dots, e_N\}$ (\mathbb{S}^N — множество единичных векторов евклидова пространства \mathbb{R}^N), матрицей интенсивностей переходов Λ и начальным распределением π ;
- $\mu_t \stackrel{d}{=} \text{col}(\mu_t^1, \dots, \mu_t^N) \in \mathbb{R}^N$ — \mathcal{F}_t -согласованный мартингал;
- $\{Y_r\}_{r \in \mathbb{N}} : Y_r \stackrel{d}{=} \text{col}(Y_r^1, \dots, Y_r^M) \in \mathbb{R}^M$ — последовательность дискретизованных наблюдений, доступных в известные равноотстоящие моменты времени $\{rh\}_{r \in \mathbb{N}}$;
- $W_t \stackrel{d}{=} \text{col}(W_t^1, \dots, W_t^M) \in \mathbb{R}^M$ является \mathcal{F}_t -согласованным стандартным винеровским процессом, f — $(M \times N)$ -мерная матрица,

а $\{g_n\}_{n=1, \dots, N}$ — симметрические положительные определенные матрицы; процессы X и W независимы.

Задача оптимальной фильтрации состояния X по дискретизованным наблюдениям Y заключается в нахождении условного математического ожидания (УМО)

$$\hat{X}_r \stackrel{d}{=} \mathbf{E} \{X_{t_r} | \mathcal{O}_r\}, \quad (1)$$

где $\mathcal{O}_r \stackrel{d}{=} \sigma\{Y_\ell : 1 \leq \ell \leq r\}$ — σ -алгебра, порожденная наблюдениями, полученными до момента времени rh включительно; $\mathcal{O}_0 \stackrel{d}{=} \{\emptyset, \Omega\}$.

Необходимость нахождения оценки (1) очевидным образом возникает при численной реализации оптимальной фильтрации состояний МСП по непрерывным наблюдениям в присутствии винеровских шумов. С одной стороны, измерительная информация практически во всех реальных системах формируется в дискретные моменты времени, а модели с непрерывными наблюдениями являются лишь удобной, хотя и адекватной, идеализацией. С другой стороны, средства вычислительной техники также способны обрабатывать только сигналы, дискретизованные по времени. Поэтому можно считать, что в процесс фильтрации состояний МСП по непрерывным наблюдениям в качестве первого необходимого шага включена процедура временной дискретизации наблюдений, или изначально наблюдения поступают в дискретизованном виде.

3 Необходимые сведения об оптимальном решении и аналитических аппроксимациях

Рекуррентные соотношения, определяющие оценку (1), были получены в статье [4]. В данном разделе представлены те ее термины и результаты, которые будут использованы в настоящей статье для определения точности предлагаемых численных аппроксимаций. Эти обстоятельства объясняют появление рассматриваемой задачи оценивания.

Пусть $N_r^X(\omega)$ — число скачков процесса X , произошедших на отрезке $[(r-1)h, rh]$, а $\tau_r \stackrel{d}{=} \int_0^t X_s ds$ — случайный вектор времени пребывания процесса X в различных состояниях на отрезке $[(r-1)h, rh]$.

Оптимальная оценка \hat{X}_r (1) определяется рекуррентной процедурой [4]

$$\hat{X}_0 = \pi;$$

$$\begin{aligned} \widehat{X}_r^j &= \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^N \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(Y_r, fu, \sum_{p=1}^N u^p g_p \right) \widehat{X}_{r-1}^n \times \right. \\ &\times \rho^{n,j,m}(du) \Big/ \left(\sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{k,i=1}^N \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(Y_r, fv, \sum_{q=1}^N v^q g_q \right) \times \right. \\ &\left. \left. \times \widehat{X}_{r-1}^k \rho^{k,i,\ell}(dv) \right) \right), \quad j = \overline{1, N}, \quad (2) \end{aligned}$$

где

- $\mathcal{D} \stackrel{\text{d}}{=} \{t = \text{col}(t^1, \dots, t^N) \in \mathbb{R}^N : t^n \geq 0, n = \overline{1, N}, \sum_{n=1}^N t^n = h\}$ – носитель распределения вектора τ_r ;
- $\mathcal{N}(y, m, K) \stackrel{\text{d}}{=} (2\pi)^{-M/2} \det^{-1/2} K \times \exp\{-\|y - m\|_{K^{-1}}^2/2\}$ – M -мерная плотность гауссовского распределения с математическим ожиданием m и невырожденной ковариационной матрицей K ;
- $\rho^{n,j,m}(\cdot)$ – распределение вектора $\tau_r X_{t_r}^j \mathbf{I}_{\{m\}}(N_r^X)$ при условии $X_{t_{r-1}} = e_k$, т. е. для любого $\mathcal{G} \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^M)$ верно равенство:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \left\{ \mathbf{I}_{\mathcal{G}}(\tau_r) X_{t_r}^j \mathbf{I}_{\{m\}}(N_r^X) \mid X_{t_{r-1}} = e_k \right\} &= \\ &= \int_{\mathcal{G}} \rho^{k,j,m}(du). \end{aligned}$$

Формула (2) вычисления оптимальной оценки на каждом шаге представляет собой обобщенный вариант формулы Байеса со счетным набором гипотез $H_r^m = \{\omega \in \Omega : N_r^X(\omega) = m\}$. Она содержит в числителе и знаменателе бесконечные суммы, которые не могут быть вычислены аналитически. Поэтому были предложены *аналитические* аппроксимации $\overline{X}_r(s, Y_1, \dots, Y_r)$ порядка s (далее в тексте зависимость оценок и их аппроксимаций от порядка s и наблюдений Y будет опущена в тех местах, где это не мешает изложению материала):

$$\overline{X}_0 = \pi;$$

$$\begin{aligned} \overline{X}_r^j &= \left(\sum_{m=0}^s \sum_{n=1}^N \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(Y_r, fu, \sum_{p=1}^N u^p g_p \right) \overline{X}_{r-1}^n \times \right. \\ &\times \rho^{n,j,m}(du) \Big/ \left(\sum_{\ell=0}^s \sum_{k,i=1}^N \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(Y_r, fv, \sum_{q=1}^N v^q g_q \right) \times \right. \\ &\left. \left. \times \overline{X}_{r-1}^k \rho^{k,i,\ell}(dv) \right) \right), \quad j = \overline{1, N}. \quad (3) \end{aligned}$$

Оценки, обладающие п. н. неотрицательными компонентами и удовлетворяющие условиям нормировки, называются *устойчивыми*. Легко видеть, что оценка \overline{X}_r (3) относится к этому классу.

Далее в статье предполагается, что шаг h и порядок аппроксимации s выбраны таким образом, что

$$\frac{(\overline{\lambda}h)^{s+1}}{(s+1)!} < \frac{1}{2},$$

где $\overline{\lambda} \stackrel{\text{d}}{=} \max_{1 \leq n \leq N} |\lambda_{nn}|$.

Для предложенных аппроксимаций верны неравенства, характеризующие локальный (одношаговый) и глобальный (многошаговый) показатели точности:

$$\sigma(s) \stackrel{\text{d}}{=} \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \|\widehat{X}_1 - \overline{X}_1\|_1 \right\} \leq 2 \frac{(\overline{\lambda}h)^{s+1}}{(s+1)!}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_r(s) &\stackrel{\text{d}}{=} \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \|\widehat{X}_r - \overline{X}_r\|_1 \right\} \leq \\ &\leq 2 - 2 \left(1 - \frac{(\overline{\lambda}h)^{s+1}}{(s+1)!} \right)^r, \quad (5) \end{aligned}$$

где $\Pi \stackrel{\text{d}}{=} \{\text{col}(\pi^1, \dots, \pi^N) : \pi^n \geq 0, n = \overline{1, N}, \sum_{n=1}^N \pi^n = 1\}$ – вероятностный симплекс.

Аналитическая аппроксимация \overline{X}_r может быть записана в явном виде:

$$\overline{X}_r = (\mathbf{1} \Xi_{1,r}^\top \pi)^{-1} \Xi_{1,r}^\top \pi \quad (6)$$

и в виде рекурсии:

$$\overline{X}_r = (\mathbf{1} \xi_r^\top \overline{X}_{r-1})^{-1} \xi_r^\top \overline{X}_{r-1}, \quad (7)$$

где $\mathbf{1} = \text{row}(1, \dots, 1)$ – вектор-строка подходящей размерности,

$$\Xi_{q,p} = \begin{cases} \xi_q \xi_{q+1} \dots \xi_p, & \text{если } q \leq p; \\ I & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

а $\xi_q \stackrel{\text{d}}{=} \|\xi^{ij}(Y_q)\|_{i,j=\overline{1,N}} - (N \times N)$ -мерные случайные матрицы – функции наблюдений Y_q :

$$\xi^{ij}(y) \stackrel{\text{d}}{=} \sum_{m=0}^s \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(y, fu, \sum_{p=1}^N u^p g_p \right) \rho^{i,j,m}(du). \quad (8)$$

4 Точность численных аппроксимаций

Предложенная рекуррентная схема приближенного оценивания (7) предполагает вычисление интегралов ξ_r^{ij} (8), для которых не существует явного аналитического представления. Это обстоятельство

влечет за собой необходимость использования схем численного интегрирования, а значит, появление дополнительных методических ошибок, которые необходимо учитывать. Исследуем в общем случае аппроксимации этих интегралов и представим утверждение о влиянии точности их вычисления на итоговую точность аппроксимации оценок оптимальной фильтрации.

Обычно значения интегралов $\xi^{ij}(y)$ приближенно вычисляются в виде интегральных сумм:

$$\left. \begin{aligned} \xi^{ij}(y) &\approx \psi^{ij}(y) \stackrel{d}{=} \sum_{\ell=1}^L \mathcal{N}\left(y, fw_{\ell}, \sum_{p=1}^N w_{\ell}^p g_p\right) \varrho_{\ell}^{ij}; \\ \psi(y) &\stackrel{d}{=} \|\psi^{ij}(y)\|_{i,j=\overline{1,N}}, \end{aligned} \right\} (9)$$

определяемых набором пар $\{(w_{\ell}, \varrho_{\ell}^{ij})\}_{\ell=\overline{1,L}}$. Здесь $\varrho_{\ell}^{ij} \geq 0$ ($\ell = \overline{1,L}$) — веса, $\sum_{\ell=1}^L \varrho_{\ell}^{ij} \leq 1$, а $w_{\ell} \stackrel{d}{=} \text{col}(w_{\ell}^1, \dots, w_{\ell}^N) \in \mathcal{D}$ — точки. Аналогично матрицам $\Xi_{q,r}$ строятся их аппроксимации:

$$\Psi_{q,p} = \begin{cases} \psi_q \psi_{q+1} \dots \psi_p, & \text{если } q \leq p; \\ I & \text{в противном случае} \end{cases}$$

и $\psi_q \stackrel{d}{=} \|\psi^{ij}(Y_q)\|_{i,j=\overline{1,N}}$.

По построению ψ_q^{ij} являются положительными случайными величинами, поэтому приближенная оценка \tilde{X}_r , вычисляемая рекурсивно

$$\tilde{X}_r \stackrel{d}{=} \left(\mathbf{1} \psi_r^{\top} \tilde{X}_{r-1} \right)^{-1} \psi_r^{\top} \tilde{X}_{r-1}, \quad r \geq 1, \quad \tilde{X}_0 = \pi, \quad (10)$$

обладает свойством устойчивости.

Обозначим ошибки аппроксимации интегралов и их абсолютные значения следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma^{kj} &\stackrel{d}{=} \psi^{kj} - \xi^{kj}, \quad \bar{\gamma}_r \stackrel{d}{=} \|\gamma^{kj}(Y_r)\|_{k,j=\overline{1,N}}; \\ \bar{\gamma}^{kj} &\stackrel{d}{=} |\gamma^{kj}|, \quad \bar{\gamma}_r \stackrel{d}{=} \|\bar{\gamma}^{kj}(Y_r)\|_{k,j=\overline{1,N}}. \end{aligned}$$

Рекуррентная схема вычисления \bar{X}_r (6) заменяется на схему (10), при этом обе рекурсии стартуют из одного и того же начального условия π .

Рассмотрим случайные события $a_q \stackrel{d}{=} \{\omega \in \Omega : N_q^X(\omega) \leq s\}$, заключающиеся в том, что на $[t_{q-1}, t_q]$ произошло не более s скачков состояния X , а также $A_r \stackrel{d}{=} \prod_{q=1}^r a_q$. Обе рекурсии, (6) и (10), строились в расчете на выполнение события A_r , поэтому точность аппроксимации схемы (6) схемой (10) следует определять с учетом ограничения на число скачков состояния.

В качестве локального показателя близости оценок \bar{X} и \tilde{X} будем рассматривать псевдометрику

$$\begin{aligned} \varepsilon(s) &\stackrel{d}{=} \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \mathbf{I}_{a_1}(\omega) \|\tilde{X}_1 - \bar{X}_1\|_1 \right\} = \\ &= \sup_{\pi \in \Pi} \sum_{j=1}^N \mathbf{E} \left\{ \mathbf{I}_{a_1}(\omega) |\tilde{X}_1^j - \bar{X}_1^j| \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Глобальный показатель близости определяется аналогично:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_r(s) &\stackrel{d}{=} \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \mathbf{I}_{A_r}(\omega) \|\tilde{X}_r - \bar{X}_r\|_1 \right\} = \\ &= \sup_{\pi \in \Pi} \sum_{n=1}^N \mathbf{E} \left\{ \mathbf{I}_{A_r}(\omega) |\tilde{X}_r^n - \bar{X}_r^n| \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Он характеризует расхождение алгоритмов (7) и (10) за один и r шагов при отсутствии превышения числом скачков состояния фиксированного порога s на одном или на каждом из r шагов.

Для оценивания $\varepsilon(s)$ и $\mathcal{E}_r(s)$ потребуются некоторые вспомогательные результаты.

Рассмотрим неотрицательную интегрируемую функцию $\phi_1 = \phi_1(y) : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}_+$ и \mathcal{O}_1 -измеримую случайную величину

$$\begin{aligned} \Phi_1 &\stackrel{d}{=} \frac{\phi_1(Y_1)}{\mathbf{1}_{\xi_1^{\top}}(Y_1)\pi} = \\ &= \phi_1(Y_1) / \left(\sum_{i,j=1}^N \sum_{m=0}^s \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N}\left(Y_1, fu, \sum_{p=1}^N u^p g_p\right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \rho^{i,j,m}(du) \pi_i \right) \end{aligned}$$

и найдем $\mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{a_1} \Phi_1 \}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{a_1} \Phi_1 \} &= \int_{\mathbb{R}^M} \int_{\mathcal{D}} \phi_1(y) \times \\ &\times \sum_{k,\ell=1}^N \sum_{m=0}^s \mathcal{N}\left(y, fv, \sum_{q=1}^N v^q g_q\right) \rho^{k,\ell,n}(dv) \pi_k / \\ &\left(\sum_{i,j=1}^N \sum_{m=0}^s \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N}\left(y, fu, \sum_{p=1}^N u^p g_p\right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \rho^{i,j,m}(du) \pi_i \right) dy = \\ &= \int_{\mathbb{R}^M} \phi_1(y) \sum_{k,\ell=1}^N \sum_{m=0}^s \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N}\left(y, fv, \sum_{q=1}^N v^q g_q\right) \rho^{k,\ell,n}(dv) \times \end{aligned}$$

$$\times \pi_k / \left(\sum_{i,j=1}^N \sum_{m=0}^s \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(y, fu, \sum_{p=1}^N u^p g_p \right) \times \right. \\ \left. \times \rho^{i,j,m}(du) \pi_i \right) dy = \int_{\mathbb{R}^M} \phi_1(y) dy. \quad (13)$$

Рассмотрим неотрицательную интегрируемую функцию $\phi_2 = \phi_1(y_1, y_2) : \mathbb{R}^{2M} \rightarrow \mathbb{R}_+$ и \mathcal{O}_2 -измеримую случайную величину

$$\Phi_2 \stackrel{d}{=} \frac{\phi_1(Y_1, Y_2)}{\mathbf{1}\Xi_{1,2}^\top(Y_1, Y_2)\pi} = \\ \left(\sum_{i,i_2,j=1}^N \sum_{m_1,m_2=0}^s \int_{\mathcal{D}} \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(Y_1, fu_1, \sum_{p_1=1}^N u^{p_1} g_{p_1} \right) \times \right. \\ \left. \times \mathcal{N} \left(Y_2, fu_2, \sum_{p_2=1}^N u^{p_2} g_{p_2} \right) \times \right. \\ \left. \times \rho^{i,i_2,m_1}(du_1) \rho^{i_2,j,m_2}(du_2) \pi_i \right)^{-1} \phi_2(Y_1, Y_2)$$

и найдем $\mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{A_2} \Phi_2 \}$:

$$\mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{A_2} \Phi_2 \} = \int_{\mathbb{R}^M} \int_{\mathbb{R}^M} \phi_2(y_1, y_2) \times \\ \times \sum_{k,k_2,\ell=1}^N \sum_{n_1,n_2=0}^s \int_{\mathcal{D}} \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(y_1, fv_1, \sum_{q_1=1}^N v^{q_1} g_{q_1} \right) \times \\ \times \mathcal{N} \left(y_2, fv_2, \sum_{q_2=1}^N v^{q_2} g_{q_2} \right) \rho^{k,k_2,n_1}(dv_1) \times \\ \times \rho^{k_2,\ell,n_2}(dv_2) \pi_i / \\ \left(\sum_{i,i_2,j=1}^N \sum_{m_1,m_2=0}^s \int_{\mathcal{D}} \int_{\mathcal{D}} \mathcal{N} \left(y_1, fu_1, \sum_{p_1=1}^N u^{p_1} g_{p_1} \right) \times \right. \\ \left. \times \mathcal{N} \left(y_2, fu_2, \sum_{p_2=1}^N u^{p_2} g_{p_2} \right) \rho^{i,i_2,m_1}(du_1) \times \right. \\ \left. \times \rho^{i_2,j,m_2}(du_2) \pi_i \right) dy_2 dy_1 = \int_{\mathbb{R}^M} \int_{\mathbb{R}^M} \phi_2(y_1, y_2) dy_2 dy_1.$$

Рассмотрим неотрицательную интегрируемую функцию $\phi_r = \phi_1(y_1, y_2, \dots, y_r) : \mathbb{R}^{rM} \rightarrow \mathbb{R}_+$ и \mathcal{O}_r -измеримую случайную величину

$$\Phi_r \stackrel{d}{=} \frac{\phi_r(Y_1, Y_2, \dots, Y_r)}{\mathbf{1}\Xi_{1,r}^\top(Y_1, Y_2, \dots, Y_r)\pi}.$$

Выполняя выкладки, аналогичные предыдущим, можно получить выражение для математического ожидания

$$\mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{A_r} \Phi_r \} = \\ = \int_{\mathbb{R}^M} \dots \int_{\mathbb{R}^M} \phi_r(y_1, y_2, \dots, y_r) dy_r \dots dy_2 dy_1, \quad (14)$$

позволяющее доказать следующую теорему — основной результат данной статьи.

Теорема 1. Если для схемы (9) приближенного вычисления интеграла (8) выполняется неравенство

$$\max_{i=1,N} \sum_{j=1}^N \int_{\mathbb{R}^M} |\psi^{ij}(y) - \xi^{ij}(y)| dy < \delta, \quad (15)$$

то локальный показатель близости ограничен следующим образом:

$$\varepsilon(s) \leq 2\delta, \quad (16)$$

а для глобального показателя верно неравенство

$$\mathcal{E}_r(s) \leq 2r\delta. \quad (17)$$

Доказательство теоремы 1 приведено в приложении.

Примечательно, что условие (15) касается только аналитических свойств схемы интегрирования (9), и этого оказывается достаточно, чтобы оценивать вероятностные характеристики расстояния между стохастическими последовательностями, порожденными рекурсивными схемами (8), (7) и (10), (9) соответственно. Также важно, что с ростом числа шагов схемы глобальная ошибка растет линейно.

Следует подчеркнуть, что рекурсия (10) совместно с алгоритмом приближенного интегрирования (9) может быть непосредственно численно реализована. Неравенства (4), (5), (11) и (12), а также $\mathbf{P} \{ \bar{\alpha}_1 \} \leq 2((\bar{\lambda}h)^{s+1})/((s+1)!)$ позволяют оценить сверху локальный показатель близости оптимальной оценки \hat{X}_1 и ее аппроксимации \tilde{X}_1 . Если выполняются условия теоремы 1, то

$$\begin{aligned} \bar{\tau}(s) &\stackrel{d}{=} \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \{ \|\hat{X}_1 - \tilde{X}_1\|_1 \} \leq \\ &\leq \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \mathbf{I}_{\alpha_1}(\omega) \|\tilde{X}_1 - \bar{X}_1 + \bar{X}_1 - \hat{X}_1\|_1 + \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{I}_{\bar{\alpha}_1}(\omega) \|\tilde{X}_1 - \bar{X}_1\|_1 \right\} \leq \\ &\leq 2\mathbf{P} \{ \bar{\alpha}_1 \} + \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \|\bar{X}_1 - \hat{X}_1\|_1 \right\} + \\ &\quad + \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \mathbf{I}_{\alpha_1}(\omega) \|\tilde{X}_1 - \bar{X}_1\|_1 \right\} = \\ &= 2\mathbf{P} \{ \bar{\alpha}_1 \} + \sigma(s) + \varepsilon(s) \leq 4 \frac{(\bar{\lambda}h)^{s+1}}{(s+1)!} + 2\delta. \end{aligned}$$

Итоговый глобальный показатель близости оценок $\widehat{X}_r \stackrel{d}{=} \mathbf{E} \{X_r | \mathcal{O}_r\}$ и \widetilde{X}_r может быть ограничен сверху аналогичным образом:

$$\begin{aligned} \overline{T}(s) &\stackrel{d}{=} \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \|\widehat{X}_r - \widetilde{X}_r\|_1 \right\} \leq \\ &\leq 4 \left[1 - \left(1 - \frac{(\overline{\lambda}h)^{s+1}}{(s+1)!} \right)^r \right] + 2r\delta. \end{aligned}$$

В общем случае шаг дискретизации по времени h , порядок аналитической аппроксимации s и показатель точности численного интегрирования δ не связаны между собой. Тем не менее при разработке эффективных алгоритмов численного решения задачи фильтрации состояний МСП по непрерывным наблюдениям эти параметры нуждаются в совместном оптимальном выборе. Зафиксируем некоторый момент времени T и порядок аналитической аппроксимации s . Будем увеличивать число шагов $r \rightarrow \infty$, а значит уменьшать шаг дискретизации $h = T/r \rightarrow 0$. В этом случае в силу неравенства Бернулли

$$\begin{aligned} \sup_{\pi \in \Pi} \mathbf{E} \left\{ \|\widetilde{X}_{T/h} - \widehat{X}_{T/h}\|_1 \right\} &\leq \\ &\leq 4 \left[1 - \left(1 - \frac{(\overline{\lambda}h)^{s+1}}{(s+1)!} \right)^r \right] + 2r\delta \leq \\ &\leq 4r \frac{(\overline{\lambda}h)^{s+1}}{(s+1)!} + 2r\delta = 4\overline{\lambda}T \frac{(\overline{\lambda}h)^s}{(s+1)!} + 2r\delta = \\ &= 2T \left(2\overline{\lambda} \frac{(\overline{\lambda}h)^s}{(s+1)!} + \frac{\delta}{h} \right). \quad (18) \end{aligned}$$

Из этого неравенства можно легко заключить, что при фиксированных порядке s и шаге дискретизации h схема численного интегрирования должна обеспечивать такую точность, чтобы $\delta \sim (\overline{\lambda}h)^{s+1}/\overline{\lambda}$. В случае, если δ будет больше, ошибка численного интегрирования будет снижать точность аналитической аппроксимации, определенную парой (s, h) . Это означает, что добавление дополнительных слагаемых в рекуррентную схему и учет большего числа возможных скачков состояния на интервале дискретизации оказываются бесполезными. В то же время если δ будет меньше, то высокая точность численного интегрирования будет бесполезной из-за ее несоответствия точности аналитической аппроксимации, обеспечиваемой выбором пары (s, h) .

Обычно для стандартных схем численного интегрирования (схемы прямоугольников, трапеций, Симпсона и пр.) интегралы в правой части (15) могут быть оценены сверху на основе анализа остаточного члена в формуле Тейлора.

Неравенство (18) также позволяет сделать вывод, что итоговая ошибка аппроксимации решения

задачи оптимальной фильтрации выбранной схемой численного интегрирования растет со временем не быстрее, чем линейно.

5 Заключение

В первой части цикла для практического решения задачи фильтрации состояния МСП по дискретизованным наблюдениям представлен целый класс численных алгоритмов. Все они отличаются выбором схем приближенного интегрирования. Была предложена некоторая достаточно легко вычисляемая (или оцениваемая сверху) характеристика близости аналитических аппроксимаций и их численных реализаций. Она в итоге позволила оценить величину методической ошибки приближения искомой оценки фильтрации выбранной численной схемой. Эта ошибка складывается из двух составляющих. Первая порождена тем, что в используемом алгоритме оценивания не учитывается возможность превышения числом скачков N^X выбранного порога s . Вторая возникает из-за неточного вычисления интегралов.

В следующих статьях полученные результаты будут использованы для сравнительного анализа различных численных схем, применяемых для приближенного решения задач фильтрации состояний МСП по наблюдениям как с аддитивными, так и с мультипликативными шумами.

Приложение

Доказательство теоремы 1. Итак, $\widetilde{X}_1 = (\mathbf{1}\psi_1^\top \pi)^{-1} \psi_1^\top \pi$, $\overline{X}_1 = (\mathbf{1}\xi_1^\top \pi)^{-1} \xi_1^\top \pi$ и $\Delta_1 = \widetilde{X}_1 - \overline{X}_1$. Используя свойства матричных операций, легко показать, что $[\gamma^\top \pi \mathbf{1} - \mathbf{1}\gamma^\top \pi I] \gamma^\top \pi = 0$. Для обеих оценок \widetilde{X}_1 и \overline{X}_1 выполняется условие нормировки; следовательно, $\|\widetilde{X}_1\|_1 = \|\overline{X}_1\|_1 = 1$. Поэтому верна следующая цепочка неравенств:

$$\begin{aligned} \|\Delta_1\|_1 &= \frac{1}{\mathbf{1}\psi_1^\top \pi \mathbf{1}\xi_1^\top \pi} \|\mathbf{1}\xi_1^\top \pi \psi_1^\top \pi - \mathbf{1}\psi_1^\top \pi \xi_1^\top \pi\|_1 = \\ &= \frac{1}{\mathbf{1}\psi_1^\top \pi \mathbf{1}\xi_1^\top \pi} \|\mathbf{1}\xi_1^\top \pi \gamma_1^\top \pi - \mathbf{1}\gamma_1^\top \pi \xi_1^\top \pi\|_1 = \\ &= \frac{1}{\mathbf{1}\psi_1^\top \pi \mathbf{1}\xi_1^\top \pi} \|[\gamma_1^\top \pi \mathbf{1} - \mathbf{1}\gamma_1^\top \pi I] \xi_1^\top \pi\|_1 = \\ &= \frac{1}{\mathbf{1}\psi_1^\top \pi \mathbf{1}\xi_1^\top \pi} \|[\gamma_1^\top \pi \mathbf{1} - \mathbf{1}\gamma_1^\top \pi I][\xi_1^\top \pi + \gamma_1^\top \pi]\|_1 = \\ &= \frac{1}{\mathbf{1}\xi_1^\top \pi} \|[\gamma_1^\top \pi \mathbf{1} - \mathbf{1}\gamma_1^\top \pi I] \widetilde{X}_1\|_1 \leq \\ &\leq \frac{1}{\mathbf{1}\xi_1^\top \pi} \|[\gamma_1^\top \pi \mathbf{1} - \mathbf{1}\gamma_1^\top \pi I]\|_1 \|\widetilde{X}_1\|_1 \leq 2 \frac{\overline{\gamma}_1^\top \pi}{\mathbf{1}\xi_1^\top \pi} = \\ &= \sum_{i=1}^N \pi_i \frac{\sum_{j=1}^N \overline{\gamma}_1^{ij}}{\sum_{k,\ell=1}^N \xi_1^{k\ell} \pi_k}. \end{aligned}$$

Используя последнее неравенство, условие (15) и формулу (13), можно показать, что

$$\mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{a_1}(\omega) \|\Delta_1\|_1 \} \leq 2 \sum_{i=1}^N \pi_i \int_{\mathbb{R}^M} \sum_{i=1}^N \bar{\gamma}^{ij}(y) dy \leq 2\delta.$$

Истинность неравенства (16) следует из того, что неравенство сверху выполняется для произвольного $\pi \in \Pi$.

Оценим сверху норму ошибки $\Delta_r = \tilde{X}_r - \bar{X}_r$. Проводя выкладки, аналогичные выкладкам для Δ_1 , получаем, что

$$\|\Delta_r\|_1 \leq \frac{1}{\mathbf{1}\Xi_{1,r}^\top \pi} \|\Gamma_{1,r}^\top \pi \mathbf{1} - \mathbf{1}\Gamma_{1,r}^\top \pi I\|_1 \stackrel{d}{=} \mathcal{I}_1, \quad (19)$$

где

$$\Gamma_{1,r} \stackrel{d}{=} \Psi_{1,r} - \Xi_{1,r} = \sum_{t=1}^r \Psi_{1,t-1} \gamma_t \Psi_{t+1,r}. \quad (20)$$

Для оценки вклада каждого слагаемого (20) в (19) используем формулу (14). Рассмотрим неотрицательную функцию $\phi(y_1, y_2, y_3) : \mathbf{R}^{3M} \rightarrow \mathbf{R}_+$:

$$\phi(y_1, y_2, y_3) = \mathbf{1}\psi^\top(y_3) \bar{\gamma}^\top(y_2) \psi^\top(y_1) \pi,$$

O_3 -измеримую случайную величину

$$\Phi \stackrel{d}{=} \frac{\phi(Y_1, Y_2, Y_3)}{\mathbf{1}\Xi_{1,3}^\top(Y_1, Y_2, Y_3) \pi}$$

и оценим сверху следующее математическое ожидание:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{A_3}(\omega) \Phi \} &= \\ &= \int_{\mathbb{R}^M} \int_{\mathbb{R}^M} \int_{\mathbb{R}^M} \sum_{i,j,k,m=1}^N \pi_i \psi^{ij}(y_1) \bar{\gamma}^{jk}(y_2) \psi^{km}(y_3) dy_3 dy_2 dy_1 = \\ &= \sum_{i,j,k,m=1}^N \pi_i \sum_{\ell,n=1}^L \varrho_\ell^{ij} \varrho_n^{km} \int_{\mathbb{R}^M} \bar{\gamma}^{jk}(y_2) dy_2 \leq \\ &\leq \delta \sum_{i,j=1}^N \pi_i \sum_{\ell=1}^L \varrho_\ell^{ij} \leq \delta. \end{aligned}$$

Продолжим цепочку неравенств (19):

$$\mathcal{I}_1 \leq 2 \sum_{t=1}^r \frac{1}{\mathbf{1}\Xi_{1,r}^\top \pi} \mathbf{1}\Psi_{t+1,r}^\top \bar{\gamma}_t^\top \Psi_{1,t-1}^\top \pi. \quad (21)$$

Применяя выкладки, аналогичные использованным при оценке $\mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{A_3}(\omega) \Phi \}$, можно оценить сверху математические ожидания слагаемых в правой части (21):

$$\mathbf{E} \left\{ \mathbf{I}_{A_r}(\omega) \frac{\mathbf{1}\Psi_{t+1,r}^\top \bar{\gamma}_t^\top \Psi_{1,t-1}^\top}{\mathbf{1}\Xi_{1,r}^\top \pi} \right\} \leq \delta.$$

Тогда окончательно $\mathbf{E} \{ \mathbf{I}_{A_r}(\omega) \|\Delta_r\|_1 \} \leq 2r\delta$ и истинность неравенства (17) следует из того, что последнее неравенство выполняется для произвольного $\pi \in \Pi$.

Теорема 1 доказана.

Литература

1. *Wonham W.* Some applications of stochastic differential equations to optimal nonlinear filtering // SIAM J. Control. Optim., 1964. Vol. 2. No. 3. P. 347–369. doi: 10.1137/0302028.
2. *Борисов А.* Фильтрация Вонэма по наблюдениям с мультипликативными шумами // Автоматика и телемеханика, 2018. № 1. С. 52–65.
3. *Kloeden P., Platen E.* Numerical solution of stochastic differential equations. — Berlin: Springer, 1992. 636 p. doi: 10.1007/978-3-662-12616-5.
4. *Борисов А.* Фильтрация состояний марковских скачкообразных процессов по дискретизованным наблюдениям // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 3. С. 115–121. doi: 10.14357/19922264180316.

Поступила в редакцию 18.09.19

NUMERICAL SCHEMES OF MARKOV JUMP PROCESS FILTERING GIVEN DISCRETIZED OBSERVATIONS I: ACCURACY CHARACTERISTICS

A. V. Borisov

Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation

Abstract: The note is the initial in the series of the papers devoted to the numerical realization of the optimal state filtering of Markov jump processes given the indirect observations corrupted by the additive and/or multiplicative Wiener noises. This problem is solved by the time discretization of the observations with their subsequent processing. Both the optimal and suboptimal estimations are expressed in terms of multiple integrals of the Gaussian densities with some mixing distributions. In the article, the author presents the investigation of various numerical integration

schemes' influence on the accuracy of the approximating estimates. The problem turns into the characterization of distance between stochastic sequences generated by some recursions. The paper introduces a pseudometric describing the distance and presents a proposition determining the influence of the characteristic on both the local and global accuracy of the filtering estimate approximation.

Keywords: Markov jump process; optimal filtering; additive and multiplicative observation noises; stochastic differential equation; analytical and numerical approximation

DOI: 10.14357/19922264190411

Acknowledgments

The work was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 19-07-00187 A).

References

1. Wonham, W. 1964. Some applications of stochastic differential equations to optimal nonlinear filtering. *SIAM J. Control. Optim.* 2(3):347–369. doi: 10.1137/0302028.
2. Borisov, A. 2018. Wonham filtering by observations with multiplicative noises. *Automat. Rem. Contr.* 79(1):39–50. doi: 10.1134/S0005117918010046.
3. Kloeden, P., and E. Platen. 1992. *Numerical solution of stochastic differential equations*. Berlin: Springer. 636 p. doi: 10.1007/978-3-662-12616-5.
4. Borisov, A. 2018. Filtratsiya sostoyaniy markovskikh skachkoobraznykh protsessov po diskretizovannym nablyudeniyam [Filtering of Markov jump processes by discretized observations]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(3):115–121. doi: 10.14357/19922264180316.

Received September 18, 2019

Contributor

Borisov Andrey V. (b. 1965) — Doctor of Science in physics and mathematics, principal scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; aborisov@frcsc.ru

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ГАММА-ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО И ОБОБЩЕННОГО ОТРИЦАТЕЛЬНОГО БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ*

А. А. Кудрявцев¹

Аннотация: Более полутора столетий распределения гамма-типа показывают свою адекватность при моделировании реальных процессов и явлений. С течением времени конструкции, использующие распределения из гамма-семейства, все более усложняются с целью улучшения применимости математических моделей к актуальным аспектам жизнедеятельности. В работе приводятся ряд результатов как обобщающих, так и упрощающих некоторые классические формы, применяемые при анализе масштабных и структурных смесей обобщенных гамма-законов. Вводится в рассмотрение гамма-экспоненциальное распределение, описываются его характеристики. Приводится явный вид для интегральных представлений частных вероятностей обобщенного отрицательного биномиального распределения. Результаты формулируются в терминах гамма-экспоненциальной функции. Полученные результаты могут найти широкое применение в моделях, использующих для описания процессов и явлений масштабные и структурные смеси распределений с положительным неограниченным носителем.

Ключевые слова: гамма-экспоненциальная функция; обобщенное гамма-распределение; обобщенное отрицательное биномиальное распределение; гамма-экспоненциальное распределение; смешанные распределения

DOI: 10.14357/19922264190412

1 Введение

История применения распределений гамма-типа в приложениях обширна и разнообразна. Уже во второй половине XIX в. такого рода распределения активно использовались в теории колебаний и газовой термодинамике. В 1920-х гг. итальянский экономист Л. Аморозо описал четырехпараметрическое распределение [1], плотность которого может быть представлена для $m \in \mathbb{R}$, $v, \theta \neq 0$, $q > 0$ в виде

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(q)} \left| \frac{v}{\theta} \right| \left(\frac{x-m}{\theta} \right)^{vq-1} \exp \left\{ - \left(\frac{x-m}{\theta} \right)^v \right\},$$

$$\begin{cases} x > m, & \text{если } \theta > 0; \\ x < m, & \text{если } \theta < 0. \end{cases} \quad (1)$$

Распределение (1) приобрело широкую известность в своем одностороннем несмещенном варианте при $\theta > 0$ и $m = 0$:

$$f(x) = \frac{|v|x^{vq-1}e^{-(x/\theta)^v}}{\theta^{vq}\Gamma(q)}, \quad v \neq 0, \quad q > 0, \quad x > 0, \quad (2)$$

под названием обобщенное гамма-распределение и ассоциируется с именем американского исследо-

вателя Э. Стейси [2], хотя применялось и ранее, например в работах С. Крицкого и М. Менкеля [3, 4], и использовалось в гидрологии.

Гамма-класс распределений достаточно широк и включает, в частности: экспоненциальное распределение; χ^2 -распределение; распределение Эрланга; гамма-распределение; полунормальное распределение, или распределение максимума процесса броуновского движения; распределение Рэлея; распределение Максвелла–Больцмана; χ -распределение; m -распределение Накагами; распределение Вильсона–Хильферти; распределение Вейбулла–Гнеденко; обобщенное распределение Вейбулла; псевдовейбулловское распределение; распределение Пирсона третьего и пятого типа; распределение Леви; распределение Фреше, а также их обратные и масштабированные аналоги.

В настоящее время популярность гамма-класса в приложениях обуславливается не только его гибкостью и многообразием, но и возможностью использовать его представителей в качестве адекватных асимптотических аппроксимаций во многих предельных схемах, в частности в гамма-семействе присутствуют безгранично делимые и устойчивые законы [5].

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 17-07-00577).

¹Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, nubigena@mail.ru

Дискретный аналог гамма-распределения представляет собой смешанное пуассоновское распределение со структурным гамма-распределением и носит название отрицательного биномиального распределения, частные вероятности которого при $n = 0, 1, \dots$ имеют вид:

$$P(N = n) = \int_0^\infty \frac{\lambda^{n+q-1} e^{-(1+1/\theta)\lambda}}{\theta^q \Gamma(q) n!} d\lambda = \frac{\Gamma(n+q)}{\Gamma(n+1)\Gamma(q)} \left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)^n \left(\frac{1}{\theta+1}\right)^q. \quad (3)$$

Естественным обобщением распределения (3) служит смешанное пуассоновское распределение, структура которого задается плотностью (2). Такие распределения носят названия обобщенных отрицательных биномиальных распределений и широко применяются в страховании, финансовой математике, физике и других областях [6].

Важную роль в приложениях играют масштабные смеси распределений гамма-типа, к частному случаю которых относится обобщенное бета-распределение второго рода и, как следствие, распределения Бурра, Сингх–Маддала, Дагума, Ломакса, Фишера–Снедекора и др. [7], применяемые в эконометрике, статистике, теории массового обслуживания, страховании и пр. В терминах масштабных смесей распределений из гамма-класса описываются модели баланса, в частности байесовские модели повышения надежности и массового обслуживания [8].

Далее рассматриваются некоторые механизмы обобщения и упрощения при работе с распределениями из гамма-семейства и их структурными и масштабными смесями.

2 Гамма-экспоненциальная функция

Приведем ряд вспомогательных инструментов.

Определение 1. Назовем функцию вида

$$Ge_{\alpha, \beta}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \Gamma(\alpha k + \beta), \quad 0 \leq \alpha < 1, \beta > 0, x \in \mathbb{R}, \quad (4)$$

гамма-экспоненциальной функцией [9].

Функция (4) обобщает на случай $\beta \neq 1$ преобразование, введенное Леруа [10] для исследования производящих функций специального вида. Кроме того, функцию (4) можно рассматривать (при некоторых допущениях) как частный случай функции

Сривастава–Томовски [11], обобщающей функцию Миттаг–Леффлера [12].

Определение 2. Интегральной гамма-экспоненциальной функцией [13] назовем функцию

$$Gi(r, s, t; x) = \frac{1}{t\Gamma(s)\Gamma(t)} \int_0^x Ge_{r, tr+s}(-z^{1/t}) dz,$$

где $0 \leq r < 1, s, t > 0$.

Будем обозначать обобщенное гамма-распределение с плотностью (2) через $GG(v, q, \theta)$.

В работе [7] был доказан ряд соотношений, который приведем в виде следующих вспомогательных утверждений.

Лемма 1. Пусть $\alpha, \theta > 0, a, r, u, v \neq 0$ имеют один знак. Тогда

$$\int_0^\infty y^{r-1} e^{-(y/\alpha)^u - (y/\theta)^v} dy = \begin{cases} \frac{\theta^r}{|v|} Ge_{u/v, r/v} \left(-\left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^u\right), & |v| > |u|; \\ \frac{\alpha^r}{|u|} Ge_{v/u, r/u} \left(-\left(\frac{\alpha}{\theta}\right)^v\right), & |u| > |v|; \\ \frac{\Gamma(r/u)}{|u|(\alpha^{-u} + \theta^{-u})^{r/u}}, & u = v. \end{cases}$$

Лемма 2. Пусть независимые случайные величины λ и μ имеют соответственно распределения $GG(v, q, \theta)$ и $GG(u, p, \alpha)$, причем $uv > 0$. Тогда их отношение $\rho = \lambda/\mu$ при $x > 0$ имеет плотность

$$f_\rho(x) = \begin{cases} \frac{|v| \alpha^{vq} x^{vq-1}}{\theta^{vq} \Gamma(p) \Gamma(q)} Ge_{v/u, vq/u+p} \left(-\left(\frac{\alpha x}{\theta}\right)^v\right), & |u| > |v|; \\ \frac{|u| \theta^{up} x^{-up-1}}{\alpha^{up} \Gamma(p) \Gamma(q)} Ge_{u/v, up/v+q} \left(-\left(\frac{\alpha x}{\theta}\right)^{-u}\right), & |v| > |u|, \end{cases}$$

функцию распределения

$$F_\rho(x) = \begin{cases} Gi\left(\frac{v}{u}, p, q; \left(\frac{\alpha x}{\theta}\right)^{vq}\right), & u > v > 0; \\ 1 - Gi\left(\frac{v}{u}, p, q; \left(\frac{\alpha x}{\theta}\right)^{vq}\right), & u < v < 0; \\ 1 - Gi\left(\frac{u}{v}, q, p; \left(\frac{\alpha x}{\theta}\right)^{-up}\right), & v > u > 0; \\ Gi\left(\frac{u}{v}, q, p; \left(\frac{\alpha x}{\theta}\right)^{-up}\right), & v < u < 0, \end{cases}$$

и при $z \in \mathbb{R}$ имеет место соотношение

$$E\rho^z = \frac{(\theta/\alpha)^z \Gamma(q + z/v) \Gamma(p - z/u)}{\Gamma(q) \Gamma(p)},$$

$$q + \frac{z}{v} > 0, \quad p - \frac{z}{u} > 0.$$

3 Гамма-экспоненциальное распределение

Лемма 2 дает возможность ввести в рассмотрение следующее понятие и сформулировать ряд утверждений.

Определение 3. Будем говорить, что случайная величина ζ имеет гамма-экспоненциальное (GE) распределение с параметрами $0 \leq r < 1, \nu \neq 0, s, t, \delta > 0$, если ее плотность при $x > 0$ задается соотношением

$$g_E(x) = \frac{|\nu| x^{t\nu-1}}{\delta^{t\nu} \Gamma(s) \Gamma(t)} \text{Ge}_{r, tr+s} \left(- \left(\frac{x}{\delta} \right)^\nu \right),$$

где $E = (r, \nu, s, t, \delta)$.

Утверждение 1. Пусть независимые случайные величины λ и μ имеют соответственно распределения $\text{GG}(v, q, \theta)$ и $\text{GG}(u, p, \alpha)$, $uv > 0$. Тогда распределение λ совпадает с $\text{GE}(0, v, \cdot, q, \theta)$; распределение λ/μ при $|u| > |v|$ совпадает с $\text{GE}(v/u, v, p, q, \theta/\alpha)$; распределение λ/μ при $|v| > |u|$ совпадает с $\text{GE}(u/v, -u, q, p, \theta/\alpha)$.

Утверждение 1 демонстрирует, в частности, что гамма-экспоненциальное распределение можно рассматривать как обобщение распределения (2).

Лемма 2 также позволяет определить гамма-экспоненциальное распределение следующим образом.

Определение 4. Случайная величина ζ имеет гамма-экспоненциальное распределение с параметрами $0 \leq r < 1, \nu \neq 0, s, t, \delta > 0$, если ее функция распределения при $x > 0$ задается соотношением:

$$G_E(x) = \begin{cases} \text{Gi} \left(r, s, t; \left(\frac{x}{\delta} \right)^{\nu t} \right), & \nu > 0; \\ 1 - \text{Gi} \left(r, s, t; \left(\frac{x}{\delta} \right)^{\nu t} \right), & \nu < 0, \end{cases}$$

где $E = (r, \nu, s, t, \delta)$.

Исходя из свойства инвариантности гамма-экспоненциальной функции относительно интегрального преобразования [7], можно упростить при некоторых значениях параметров представление функции распределения $G_E(x)$.

Утверждение 2. При $x > 0$

$$G_E(x) = \begin{cases} \frac{rx^{\nu t}}{\delta^{\nu t} \Gamma(t)} \text{Ge}_{r, rt} \left(- \left(\frac{x}{\delta} \right)^\nu \right), & \nu > 0, s = 1; \\ 1 - \frac{1}{\Gamma(s)} \text{Ge}_{r, s} \left(- \left(\frac{x}{\delta} \right)^\nu \right), & \nu < 0, t = 1. \end{cases}$$

Для нахождения моментов распределения $\text{GE}(r, \nu, s, t, \delta)$ воспользуемся леммой 2 и утверждением 1. Заметим, что $g_E(x)$ при $E = (r, \nu, s, t, \delta)$ и $0 < r < 1$ — плотность отношения независимых случайных величин с распределениями $\text{GG}(\nu, t, \delta)$ и $\text{GG}(\nu/r, s, 1)$. Таким образом, справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть случайная величина ζ имеет распределение $\text{GE}(r, \nu, s, t, \delta)$. Тогда

$$E\zeta^z = \frac{\delta^z \Gamma(t + z/\nu) \Gamma(s - zr/\nu)}{\Gamma(t) \Gamma(s)},$$

$$t + \frac{z}{\nu} > 0, \quad s - \frac{zr}{\nu} > 0.$$

4 Обобщенное отрицательное биномиальное распределение

В приложениях смешанные пуассоновские распределения прежде всего используются для описания характеристик проекций структурной смеси стандартного пуассоновского процесса $N_1(t)$ и некоторой неотрицательной случайной величины Λ , имеющей смысл (при фиксированном элементарном исходе) интенсивности процесса. Таким образом, для проекции смешанного пуассоновского процесса $N(t)$ в точке $t > 0$ справедливо для $n = 0, 1, \dots$

$$P(N(t) = n) = P(N_1(\Lambda t) = n) = \int_0^\infty e^{-ty} \frac{(ty)^n}{n!} dP(\Lambda < y). \quad (5)$$

По аналогии с (3) в случае, когда независимая от процесса $N_1(t)$ случайная величина Λ имеет распределение $\text{GG}(v, q, \theta)$ с плотностью (2), говорят [6], что проекции процесса $N(t)$ имеют обобщенное отрицательное биномиальное распределение. Везде далее будем использовать дополнительный параметр $t > 0$, имеющий смысл момента времени. Для получения характеристик «классического» обобщенного отрицательного биномиального распределения достаточно положить $t = 1$.

Из леммы 1 и соотношения (5) следует утверждение.

Теорема 2. Одномерные распределения смешанного пуассоновского процесса со структурным распределением $GG(v, q, \theta)$ при $t > 0$ для $n = 0, 1, \dots$ задаются вероятностями

$$P(N_1(\Lambda t) = n) = \frac{vt^n}{\theta^{vq}\Gamma(q)n!} \times \begin{cases} \left(\frac{1}{t}\right)^{vq+n} \text{Ge}_{v, vq+n}(-(\theta t)^{-v}), & 0 < v < 1; \\ \frac{\theta^{vq+n}}{v} \text{Ge}_{1/v, n/v+q}(-\theta t), & v > 1; \\ (t + \theta^{-1})^{-(n+q)}\Gamma(n + q), & v = 1. \end{cases}$$

Замечание 1. В теореме 2 при $v = 1$ получаем одномерное распределение процесса Пойа, соответствующее отрицательному биномиальному распределению (3).

Теорема 2 дает возможность ввести в рассмотрение следующие понятия.

Определение 5. Будем говорить, что случайная величина $\xi(t)$, $t > 0$, имеет обобщенное отрицательное биномиальное распределение первого рода с параметрами $v > 1$, $q, \theta > 0$, если

$$P(\xi(t) = n) = \frac{(\theta t)^n}{\Gamma(q)n!} \text{Ge}_{1/v, n/v+q}(-\theta t), \quad n = 0, 1, \dots$$

Определение 6. Будем говорить, что случайная величина $\eta(t)$, $t > 0$, имеет обобщенное отрицательное биномиальное распределение второго рода с параметрами $0 < v < 1$, $q, \theta > 0$, если

$$P(\eta(t) = n) = \frac{v \text{Ge}_{v, vq+n}(-(\theta t)^{-v})}{(\theta t)^{vq}\Gamma(q)n!}, \quad n = 0, 1, \dots$$

Данные представления дают возможность изучать характеристики обобщенного отрицательного биномиального распределения не только в интегральном виде, но и посредством гамма-экспоненциальной функции.

5 Заключение

В работе представлены утверждения и соотношения, позволяющие обобщить и упростить ряд известных характеристик обобщенных гамма-распределений и их структурных и масштабных смесей за счет использования гамма-экспоненциальной функции. Результаты работы могут найти

применение при исследовании моделей, в которых применяются смешивающие распределения с неограниченным неотрицательным носителем.

Литература

1. Amoroso L. Ricerche intorno alla curva dei redditi // Ann. Mat. Pur. Appl. Ser. 4, 1925. Vol. 21. P. 123–159.
2. Stacy E. W. A generalization of the gamma distribution // Ann. Math. Stat., 1962. Vol. 33. P. 1187–1192.
3. Крицкий С. Н., Менкель М. Ф. О приемах исследования случайных колебаний речного стока // Труды НИУ ГУГМС. Сер. IV, 1946. Вып. 29. С. 3–32.
4. Крицкий С. Н., Менкель М. Ф. Выбор кривых распределения вероятностей для расчетов речного стока // Известия АН СССР. Отд. техн. наук, 1948. № 6. С. 15–21.
5. Закс Л. М., Королев В. Ю. Обобщенные дисперсионные гамма-распределения как предельные для случайных сумм // Информатика и её применения, 2013. Т. 7. Вып. 1. С. 105–115.
6. Королев В. Ю., Зейфман А. И. Generalized negative binomial distributions as mixed geometric laws and related limit theorems, 2018. <https://arxiv.org/pdf/1703.07276.pdf>.
7. Кудрявцев А. А. Априорное обобщенное гамма-распределение в байесовских моделях баланса // Информатика и её применения, 2019. Т. 13. Вып. 3. С. 20–26.
8. Кудрявцев А. А. Байесовские модели баланса // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 3. С. 18–27.
9. Кудрявцев А. А., Титова А. И. Гамма-экспоненциальная функция в байесовских моделях массового обслуживания // Информатика и её применения, 2017. Т. 11. Вып. 4. С. 104–108.
10. Le Roy É. Sur les séries divergentes et les fonctions définies par un développement de Taylor // Ann. Faculté Sci. Toulouse 2 Sér., 1900. Vol. 2. No. 3. P. 317–384.
11. Srivastava H. M., Tomovski Ž. Fractional calculus with an integral operator containing a generalized Mittag-Leffler function in the kernel // Appl. Math. Comput., 2009. Vol. 211. P. 198–210.
12. Gorenflo R., Kilbas A. A., Mainardi F., Rogosin S. V. Mittag-Leffler functions, related topics and applications. — Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2014. 443 p.
13. Кудрявцев А. А., Палионная С. И., Шоргин В. С. Априорное обобщенное распределение Фреше в байесовских моделях баланса // Системы и средства информатики, 2019. Т. 29. № 2. С. 39–45.

Поступила в редакцию 22.09.19

ON THE REPRESENTATION OF GAMMA-EXPONENTIAL AND GENERALIZED NEGATIVE BINOMIAL DISTRIBUTIONS

A. A. Kudryavtsev

Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskiye Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation

Abstract: For more than a century and a half, gamma-type distributions have shown their adequacy in modeling real processes and phenomena. Over time, designs using distributions from the gamma family are becoming more complex in order to improve the applicability of mathematical models to relevant aspects of life. The paper presents a number of results both generalizing and simplifying some classical forms used in the analysis of large-scale and structural mixtures of generalized gamma laws. The gamma-exponential distribution is introduced and its characteristics are described. An explicit form for integral representations of partial probabilities of the generalized negative binomial distribution is given. The results are formulated in terms of the gamma exponential function. The obtained results can be widely used in models that use scale and structural mixtures of distributions with positive unrestricted support to describe processes and phenomena.

Keywords: gamma exponential function; generalized gamma distribution; generalized negative binomial distribution; gamma-exponential distribution; mixed distributions

DOI: 10.14357/19922264190412

Acknowledgments

The work was partly supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 17-07-00577).

References

1. Amoroso, L. 1925. Ricerche intorno alla curva dei redditi. *Ann. Mat. Pur. Appl. Ser. 4* 21:123–159.
2. Stacy, E. W. 1962. A generalization of the gamma distribution. *Ann. Math. Stat.* 33:1187–1192.
3. Kritsky, S. N., and M. F. Menkel. 1946. O priemakh issledovaniya sluchaynykh kolebaniy rechnogo stoka [Methods of investigation of random fluctuations of river flow]. *Trudy NIU GUGMS Ser. IV* [Proceedings of GUGMS research institutions, Ser. IV] 29:3–32.
4. Kritsky, S. N., and M. F. Menkel. 1948. Vychor krivykh raspredeleniya veroyatnostey dlya raschetov rechnogo stoka [Selection of probability distribution curves for river flow calculations]. *Izvestiya AN SSSR. Otd. tekhn. nauk* [Herald of the Russian Academy of Sciences. Technical Sciences] 6:15–21.
5. Zaks, L. M., and V. Yu. Korolev. 2013. Obobshchennye dispersionnyye gamma-raspredeleniya kak predel'nye dlya sluchaynykh summ [Generalized dispersion gamma distributions as limiting for random sums]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 7(1):105–115.
6. Korolev, V. Yu., and A. I. Zeifman. 2018. Generalized negative binomial distributions as mixed geometric laws and related limit theorems. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1703.07276.pdf> (accessed September 22, 2019).
7. Kudryavtsev, A. A. 2019. Apriornoe obobshchennoe gamma-raspredelenie v bayesovskikh modelyakh balansa [*A priori* generalized gamma distribution in Bayesian balance models]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 13(3):20–26.
8. Kudryavtsev, A. A. 2019. Bayesovskie modeli balansa [Bayesian balance models]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(3):18–27.
9. Kudryavtsev, A. A., and A. I. Titova. 2017. Gamma-eksponentsial'naya funktsiya v bayesovskikh modelyakh massovogo obsluzhivaniya [Gamma-exponential function in Bayesian queuing models]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 11(4):104–108.
10. Le Roy, É. 1900. Sur les séries divergentes et les fonctions définies par un développement de Taylor. *Ann. Faculté Sci. Toulouse 2 Sér.* 2(3):317–384.
11. Srivastava, H. M., and Ž. Tomovski. 2009. Fractional calculus with an integral operator containing a generalized Mittag-Leffler function in the kernel. *Appl. Math. Comput.* 211:198–210.
12. Gorenlo, R., A. A. Kilbas, F. Mainardi, and S. V. Rogosin. 2014. *Mittag-Leffler functions, related topics and applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag. 443 p.
13. Kudryavtsev, A. A., S. I. Palionnaia, and V. S. Shorgin. 2019. Apriornoe obobshchennoe raspredelenie Freshe v bayesovskikh modelyakh balansa [*A priori* generalized Frechet distribution in Bayesian balance models]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 29(2):39–45.

Received September 22, 2019

Contributor

Kudryavtsev Alexey A. (b. 1978) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, associate professor, Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, 1-52 Leninskiye Gory, GSP-1, Moscow 119991, Russian Federation; nubigena@mail.ru

ФОРМИРОВАНИЕ КОНЦЕПТОВ НА ОСНОВЕ МАЛЫХ ВЫБОРОК*

А. А. Грушо¹, М. И. Забейайло², Н. А. Грушо³, Е. Е. Тимонина⁴

Аннотация: Системы мониторинга информационной безопасности информационно-вычислительных систем получают информацию в виде цепочек коротких сообщений, которые можно считать цепочками малых выборок. Часто в силу инерционности информационных систем эти цепочки отражают близкие состояния вычислительной системы или сети. Предполагается, что работу системы можно представить в виде конечного набора режимов, которые называются концептами. Нарушения безопасности выявляются с помощью аномалий, которые ассоциируются с появлением новых концептов. Известные технологии выявления аномалий основаны на построении модели нормального поведения системы. Концепты соответствуют нормальным типам поведения системы. В работе рассмотрена задача построения концептов на основе машинного обучения, опирающегося на цепочки малых выборок. Построен алгоритм формирования концептов и доказана его эффективность.

Ключевые слова: мониторинг информационной безопасности; малые выборки; обучение на малых выборках; формирование концептов

DOI: 10.14357/19922264190413

1 Введение

Многие системы мониторинга информационной безопасности [1, 2] и других аспектов работы информационно-вычислительных систем получают информацию в виде коротких сообщений, которые можно считать малыми выборками. В силу инерционности информационных систем часто эти сообщения поступают сериями, отражая близкие состояния вычислительной системы или сети.

Целью работы мониторинговых систем ставится выявление аномалий в работе отслеживаемых объектов. Известны технологии выявления аномалий, основанные на построении моделей нормального поведения [3]. Однако поступающие сообщения не всегда имеют простую структуру [4]. Не всегда методы регрессии [3] можно применять: например, когда сеть изменяет свое поведение, происходит изменение многих параметров функционирования сети. Если устройство демонстрирует несколько режимов работы, их описание необходимо строить на основе анализа поступающих малых выборок с помощью процедур машинного обучения.

В последнее время методы машинного обучения получили большое развитие (см., например, [5, 6]). Методы машинного обучения на основе малых выборок также подробно изучались [7]. Один из

главных сценариев в таком обучении основан на Concept Learning. Цель этого подхода состоит в распознавании концептов по небольшому числу малых выборок на основе ранее наблюдаемых концептов. Вторая цель этого подхода состоит в формировании множества концептов. В дальнейшем будет использована терминология теории обучения на малых выборках, где под концептами понимаются классы выборок, принадлежность к которым необходимо определять для вновь поступающих малых выборок.

Далее будем предполагать, что данные поступают с помощью цепочек малых выборок. Каждая цепочка однозначно связана с некоторым концептом. При этом число концептов неизвестно, но оно конечно. Каждый концепт будет описываться множеством выборок. Как отмечалось в обзоре [7], наиболее сложная задача состоит в формировании концептов.

В статье построен и описан алгоритм формирования концептов и доказана его эффективность.

2 Математическая модель

Будем считать, что каждая малая выборка есть слово длины N в алфавите из m букв. Каждая це-

* Работа частично поддержана РФФИ (проект 18-29-03081).

¹ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, grusho@yandex.ru

² Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, m.zabzhailo@yandex.ru

³ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, info@itake.ru

⁴ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, eltimon@yandex.ru

почка малых выборок конечна, и для простоты все цепочки имеют одинаковую длину n . Концепты формируются с помощью кластеров.

Цель работы — построение корректного алгоритма определения числа концептов и самих концептов.

Примем следующие условия.

1. Каждая малая выборка относится к одному и только к одному концепту.
2. Концепты не пересекаются между собой.
3. Любая цепочка малых выборок относится только к одному концепту.

Поскольку концепты будут формироваться постепенно на основании текущей кластерной структуры, то все изолированные кластеры будем называть *промежуточными концептами*. Каждый промежуточный концепт состоит из:

- *видимого концепта*, т. е. малых выборок, которые в него вошли;
- *невидимого концепта*, т. е. малых выборок, которые можно было бы отнести к данному промежуточному концепту, но они ранее не встретились;
- *запретов*, т. е. малых выборок, которые в принципе не могут входить в данный концепт.

Из сделанных ранее предположений вытекают следующие выводы.

1. Если в цепочке есть хотя бы одна малая выборка из существующего промежуточного концепта, то вся цепочка относится к этому промежуточному концепту, хотя почти все ее элементы могут быть невидимыми для данного промежуточного концепта.
2. Если в цепочке встретились по крайней мере две малые выборки, принадлежащие разным промежуточным концептам, то эти два промежуточных концепта объединяются в единый промежуточный концепт. При этом остальные элементы цепочки принадлежат этому объединенному промежуточному концепту.
3. Если в полученной цепочке нет ни одной малой выборки, принадлежащей одному из существующих промежуточных концептов, то такая цепочка образует новый промежуточный концепт. При этом надо помнить, что эта цепочка может состоять из невидимых элементов какого-то существующего промежуточного концепта.

Указанные шаги 1–3 фактически формируют алгоритм обработки цепочек малых выборок и преобразования промежуточных концептов.

Предположим, что существует некоторое семейство концептов M_1, \dots, M_k такое, что каждая малая

выборка из пространства возможных малых выборок принадлежит одному из этих концептов.

Покажем, что предложенный алгоритм позволяет определить число концептов и определить их содержание. Для простоты будем считать, что $n = 2$. Выбор цепочек осуществляется случайно следующим образом. Сначала выбирается концепт, из которого выбирается цепочка для простоты в соответствии с равномерным распределением на множестве целых чисел $\{1, \dots, k\}$. По условию каждая цепочка выбирается из одного концепта.

Обозначим через $|M_i| = s_i$, $i = 1, \dots, k$. При равномерном выборе малой выборки из концепта M_i получим, что вероятность

$$P(x_1, x_2) = \frac{1}{s_i(s_i - 1)},$$

где $x_1, x_2 \in M_i$. Тогда $1 - 1/(s_i(s_i - 1))$ — вероятность того, что данная цепочка не встретится на фиксированном месте в последовательности выбора цепочек из M_i , $i = 1, \dots, k$.

Пусть в последовательности длины t выбранных из M_i цепочек ни разу не встретится цепочка (x_1, x_2) . Вероятность такого события равна $(1 - 1/(s_i(s_i - 1)))^t$.

Из леммы Бореля–Кантелли и полученных выше оценок следует, что в бесконечной последовательности выборок из множества M_i появление цепочки (x_1, x_2) произойдет бесконечное число раз. Кроме того, из той же леммы следует, что с вероятностью 1 существует бесконечная последовательность появления концепта M_i в указанной выше вероятностной схеме.

Рассмотрим бесконечную схему преобразования данных в кластеры с целью построения концептов. Пусть время дискретно и в данный момент сформированы кластеры K_1, \dots, K_r промежуточных концептов. Пусть получена очередная цепочка (x_1, x_2) . Тогда:

- (1) если x_1 и x_2 принадлежат некоторому кластеру K_i , то кластерная структура не изменяется;
- (2) если один элемент x_1 или x_2 ранее не встречался, а второй элемент принадлежит промежуточному концепту K_i , то кластер K_i увеличивается на один ранее не встречавшийся элемент;
- (3) если элемент x_1 принадлежит некоторому кластеру K_i , а элемент x_2 принадлежит некоторому кластеру K_j , $i \neq j$, то в новой кластерной структуре вместо кластеров K_i и K_j появляется новый кластер $K_i \cup K_j$;
- (4) если ни один из элементов цепочки (x_1, x_2) ранее не встречался и не принадлежит ни одному

кластеру, то элементы этой цепочки образуют новый кластер.

Пусть первая цепочка, полученная для построения концептов, — (x_1, x_2) , где $x_1, x_2 \in M_1$. Тогда для каждого элемента $x_3 \in M_1$ пара (x_1, x_3) встречается с вероятностью 1. Поскольку концепт M_1 по определению конечен, то элемент x_1 встретится в сочетании со всеми элементами M_1 с вероятностью 1. Таким образом, концепт M_1 будет однозначно восстановлен. Так как каждый из концептов выбирается в бесконечной последовательности бесконечное число раз, то с вероятностью 1 будут восстановлены все другие концепты.

Докажем, что полученная структура не может быть противоречивой. Пусть цепочка (x_1, x_2) такова, что $x_1 \in M_1$, а $x_2 \in M_2$. Это противоречит условию, что каждая цепочка выбирается из одного концепта.

Докажем, что ни одна выборка x_1 не может быть пропущена в результате работы алгоритма. Пусть элемент x_2 принадлежит тому же концепту, что и x_1 . Тогда, как было показано выше, цепочка (x_1, x_2) появляется с вероятностью 1 в последовательности цепочек из M_1 . Если при этом известно, что $x_2 \in M_1$, то и $x_1 \in M_1$, т.е. x_1 не может быть пропущен.

3 Эффективность алгоритма построения концептов

Рассмотрим задачу определения того, что кластерная структура соответствует структуре концептов. Определим граф G с ребрами (x_i, x_j) , которые соответствуют появившимся цепочкам малых выборок. После того как все концепты $M_i, i = 1, \dots, k$, определены, граф G представляет собой k компонентов связности, каждый из которых является полным графом. Таким образом, появление полных графов в кластерной структуре компонентов связности служит признаком (недостаточным) того, что концепты построены. Изоляция кластеров, которые являются полными графами, — признак восстановления структуры концептов.

Число ребер в графе, соответствующем концепту M_i , равно $\binom{s_i}{2}$. Минимальное число цепочек, которое необходимо для появления признаков формирования концептов, равно

$$R = \sum_{i=1}^k \binom{s_i}{2}.$$

Устойчивость структуры восстановленных концептов будет видна, когда число цепочек станет

равным rR , где $r > 1$. Таким образом, получена нижняя оценка сложности алгоритма восстановления концептов, и она имеет квадратичный порядок.

4 Заключение

Построен алгоритм формирования концептов, не использующий семантический анализ содержания малых выборок. Это делает алгоритм универсальным в подобных задачах.

Условие принадлежности малой выборки одному концепту можно заменить на меру близости, связанной с содержанием малой выборки. Тогда при построении концептов возможны ошибки. Однако предложенный контроль при построении полного графа может скомпенсировать эти ошибки.

В данной работе не рассмотрена задача снижения сложности алгоритма построения концептов. Возможно, что рассмотренную выше идею можно реализовать с меньшей сложностью.

Литература

1. Грушо А., Грушо Н., Тимонина Е., Шоргин С. Возможности построения безопасной архитектуры для динамически изменяющейся информационной системы // Системы и средства информатики, 2015. Т. 25. № 3. С. 78–93.
2. Grusho A., Grusho N., Timonina E. The bans in finite probability spaces and the problem of small samples // Distributed computer and communication networks / Eds. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, D. V. Kozyrev. — Lecture notes in computer science ser. — Springer, 2019. Vol. 11965. P. 578–590.
3. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдений. Разведочный анализ приложения / Пер. с англ. — М.: Мир, 1981. 694 с. (Tukey J. W. Exploratory data analysis. — Addison Wesley, 1977. 711 p.)
4. Grusho A., Grusho N., Timonina E. Detection of anomalies in non-numerical data // 8th Congress (International) on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops Proceedings. — Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2016. P. 273–276.
5. Jordan M. I., Mitchell T. M. Machine learning: Trends, perspectives, and prospects // Science, 2015. Vol. 349. Iss. 6245. P. 255–260.
6. Bramley N. R. Constructing the world: Active causal learning in cognition. — London: University College London, 2017. PhD thesis. 361 p.
7. Shu J., Zongben X., Deyu M. Small sample learning in big data era // arXiv.org, 2018. 76 p. arXiv:1808.04572v3 [cs.LG].

Поступила в редакцию 30.09.19

CONCEPTS FORMING ON THE BASIS OF SMALL SAMPLES

A. A. Grusho, M. I. Zabezhailo, N. A. Grusho, and E. E. Timonina

Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation

Abstract: Monitoring systems of information security of information systems obtain information in the form of chains of short messages which can be considered as chains of small samples. Often, owing to an inertance of information systems, these chains reflect close statuses of the computing system or network. In the paper, it is supposed that work of the system can be presented in the form of a finite set of modes which are called concepts. Violations of security are detected by means of anomalies that are associated with emergence of new concepts. The known technologies of identification of anomalies are based on creation of a model of a normal system’s behavior. Concepts correspond to normal types of a system’s behavior. In the paper, the problem of creation of concepts on the basis of machine learning based on chains of small samples is considered. The algorithm of concepts forming is constructed and its efficiency is proved.

Keywords: information security monitoring; small samples; small sample learning; concepts forming

DOI: 10.14357/19922264190413

Acknowledgments

The paper was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 18-29-03081).

References

1. Grusho, A., N. Grusho, E. Timonina, and S. Shorgin. 2015. Vozmozhnosti postroeniya bezopasnoy arkhitektury dlya dinamicheskoy izmenyayushchey informatsionnoy sistemy [Possibilities of secure architecture creation for dynamically changing information systems]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 25(3):78–93.
2. Grusho, A., N. Grusho, and E. Timonina. 2019. The bans in finite probability spaces and the problem of small samples. *Distributed computer and communication networks*. Eds. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, and D. V. Kozyrev. Lecture notes in computer science ser. Springer. 11965:578–590.
3. Tukey, J. W. 1977. *Exploratory data analysis*. Addison Wesley. 711 p.
4. Grusho, A., N. Grusho, and E. Timonina. 2016. Detection of anomalies in non-numerical data. *8th Congress (International) on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops Proceedings*. Piscataway, NJ: IEEE. 273–276.
5. Jordan, M. I., and T. M. Mitchell. 2015. Machine learning: Trends, perspectives, and prospects. *Science* 349(6245): 255–260.
6. Bramley, N. R. 2017. *Constructing the world: Active causal learning in cognition*. London: University College London. PhD Thesis. 361 p.
7. Shu, J., X. Zongben, and M. Deyu. 2018. Small sample learning in big data era. Available at: <https://arxiv.org/abs/1808.04572> (accessed October 9, 2019).

Received September 30, 2019

Contributors

Grusho Alexander A. (b. 1946) — Doctor of Science in physics and mathematics, professor, principal scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; grusho@yandex.ru

Zabezhailo Michael I. (b. 1956) — Doctor of Science in physics and mathematics, principal scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; m.zabezhailo@yandex.ru

Grusho Nikolai A. (b. 1982) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, senior scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; info@itake.ru

Timonina Elena E. (b. 1952) — Doctor of Science in technology, professor, leading scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; eltimon@yandex.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТАДААННЫХ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ТРЕБОВАНИЙ ПОЛИТИКИ БЕЗОПАСНОСТИ MLS*

А. А. Грушо¹, Н. А. Грушо², Е. Е. Тимонина³

Аннотация: Рассматривается распределенная информационная система, объекты которой содержат как ценную информацию (или сами являются ценными), так и открытую (не ценную) информацию. Для защиты ценной информации используется политика безопасности (ПБ) MLS (Multilevel Security), которая запрещает информационные потоки от объектов с ценной информацией к объектам с открытой информацией. Объекты с ценной информацией образуют класс объектов уровня High, а объекты с открытой информацией образуют класс объектов уровня Low. Метаданные (МД) создаются для управления соединениями в сетях. Метаданные являются упрощением математических моделей бизнес-процессов и служат основой разрешительной системы для соединений хостов в распределенной информационно-вычислительной системе (РИВС). В работе сформулированы правила ПБ MLS и на основе инфраструктуры, связанной с МД, показана возможность реализации этой ПБ в РИВС. Единственный доверенный процесс, необходимый для реализации ПБ MLS, функционирует на уровне управления соединениями. Этот уровень не связан с плоскостью передачи данных и может быть изолирован с целью обеспечения его информационной безопасности.

Ключевые слова: политика безопасности MLS; информационные потоки; метаданные

DOI: 10.14357/19922264190414

1 Введение

Политика безопасности в компьютерной системе и сети — это набор требований по ограничению доступа, хранению и распределению информации [1]. Обычно ПБ определяет требования по защите конфиденциальности, целостности и доступности информации. Политика безопасности опирается на четкую классификацию ценных информационных ресурсов и открытых информационных ресурсов.

Один из общих подходов к описанию требований информационной безопасности к конкретному информационному ресурсу — это неотделимая привязка к информационному объекту вектора характеристик, определяющих обращение с этой информацией. Каждый такой вектор содержит результаты классификации объекта, а именно: требования по конфиденциальности, целостности и доступности информации.

Для простоты будем классифицировать информацию как конфиденциальную и как открытую. Объекты, содержащие конфиденциальную инфор-

мацию (ценную информацию), будем помечать символом (*). Это ограничение не умаляет общности, так как легко обобщается на требования защиты целостности и доступности.

Для защиты конфиденциальности широко используется политика MLS [1], которая запрещает информационные потоки от объектов (*) к объектам, не помеченным (*). Объекты с меткой (*) образуют класс объектов уровня High, а объекты без метки образуют класс объектов уровня Low.

Метаданные создаются для управления соединениями в сетях [2]. Как правило, МД являются упрощением математических моделей бизнес-процессов и служат основой разрешительной системы для соединений хостов в РИВС. Разрешительная система строится на основе порядка взаимодействий задач, реализующих бизнес-процесс. Для ее работы вводятся две специальные задачи \mathcal{M} и \mathcal{N} . Задача \mathcal{M} распределяет задачи по хостам, т. е. определяет бинарное отношение $H(A)$, где A — задача, а H — хост сети. Задача \mathcal{N} реализует разрешительную систему, которая разрешает и организует соединения хостов $H(A)$ и $H(B)$, если в МД отра-

* Работа частично поддержана РФФИ (проект 18-07-00274).

¹ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, grusho@yandex.ru

² Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, info@itake.ru

³ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, eltimon@yandex.ru

жена необходимость инициализации или взаимодействия задач A и B .

Как было показано в [3, 4], МД не несут информации о значениях данных. Поэтому требования ПБ в МД отражаются косвенно, т. е. МД могут содержать только информацию о том, куда нельзя направлять информационный поток.

Как правило, информационная технология (ИТ) представима в виде составной задачи [5], а также может описываться DAG (Directed Acyclic Graph) [6], в котором вершины — это задачи ИТ, а дуги указывают направления информационных потоков, передающих исходные данные следующим задачам ИТ. В таком представлении возможно существование дуг извне DAG как некоторых внешних информационных потоков с исходными данными и дуг, выходящих из DAG, но не входящих в задачи ИТ (внешнее распределение информации). Передача ценных информационных ресурсов также осуществляется через дуги DAG. Поэтому передача ценного информационного ресурса соответствует метке (*) на соответствующей дуге.

2 Отражение требований MLS в графах задач и метаданных

Правила MLS могут быть выражены следующим образом. Если в вершину входит хоть одна дуга, помеченная (*), то эта вершина уже имеет метку (*) и далее все дуги, выходящие из этой вершины, приобретают метку (*). Возможно, что ценная информация может порождаться в результате решения задачи. Тогда эта задача помечается (*).

Справедливо следующее утверждение.

Утверждение 1. При выполнении правил расстановки меток (*) в данной ИТ выполняется политика MLS.

Доказательство. Допустим, что существует информационный поток с уровня High на уровень Low. Тогда вершина, из которой исходит данный поток, имеет метку (*). По определению любая дуга, выходящая из вершины, помеченной (*), также имеет метку (*). Но такая дуга может входить только в вершину, которая уже помечена (*). Но вершины уровня Low не могут иметь таких меток. Следовательно, предположение о существовании информационного потока с уровня High на уровень Low неверно. Утверждение 1 доказано.

Метаданные содержат порядок решения задач, определяемый DAG. Поэтому если задачи в этом порядке используют или порождают ценную информацию, то они имеют метку (*). Тогда все дальнейшие задачи также имеют такую метку. При

таком дополнении МД несут информацию о требованиях ПБ.

Ясно, что появление ценной информации означает дополнительные требования к хосту, на котором решается эта задача. Поэтому хост, на котором решается задача с меткой (*), также должен иметь метку (*). Задача должна иметь метку (*), если она будет содержать ценную информацию. Отметим, что протокол управления соединениями в РИВС основан на криптографии [7] и является безопасным.

Особенности хоста с меткой (*) основаны на том, что на такой хост должен быть загружен «чистый» образ операционной системы, безопасный агент хоста для связи с задачей \mathcal{N} , «чистое» программное обеспечение для задач с метками (*), и на нем реализована процедура доверенной загрузки. В MLS разрешены информационные потоки от уровня Low к уровню High. Для предотвращения попадания на хост H^* вредоносного кода с уровня Low необходимо обеспечить безопасный односторонний канал [8] с уровня Low на уровень High. Ясно, что на хосте H^* могут решаться различные (доверенно загруженные) задачи с меткой (*).

Рассмотрим процедуру решения задачи A на уровне Low. В этом случае возможны два варианта:

- (1) задача M устанавливает задачу A на хосте, к которому не допускается ни один информационный поток с меткой (*);
- (2) на хосте $H^*(A^*)$ реализуется ИТ очистки от информации с меткой (*) (новая доверенная загрузка).

3 Отражение требований MLS в инфраструктуре метаданных

Поскольку ИТ может использовать информацию с меткой (*), то в МД задача имеет метку (*). Если ИТ не использует информацию, помеченную (*), то в МД отсутствуют задачи с такой меткой.

Как было отмечено ранее, для передачи ценной информации задаче она должна иметь метку (*). Тогда хост, на котором находится эта задача, также должен иметь метку (*). Отсюда получается простейшее решение задачи M , обеспечивающее выполнение ПБ MLS. Так как заранее известны все задачи с меткой (*), то задача M размещает их на хостах, помеченных (*), и по правилам MLS задача \mathcal{N} реализует разрешительную систему на данных хостах. Это означает, что в задаче \mathcal{N} выделяется подзадача \mathcal{N}_H , реализующая взаимодействие только на хостах с меткой (*). Остальные хосты относятся

к уровню Low, и задача \mathcal{N} реализует разрешительную систему только этих хостов. Таким образом, в задаче \mathcal{N} выделяется независимая подзадача \mathcal{N}_L , реализующая разрешительную систему взаимодействия хостов на уровне Low.

Отметим, что задачи \mathcal{N}_H и \mathcal{N}_L могут рассматриваться как два экземпляра задачи \mathcal{N} , функционирующие на непересекающихся доменах РИВС.

Наиболее сложный вопрос состоит в безопасной передаче информации с уровня Low на уровень High. Согласно модели Bell-LaPadula [9], такую передачу можно осуществить только с помощью доверенного процесса, реализующего однонаправленный канал с уровня Low на уровень High. Такой однонаправленный канал можно реализовать на базе задачи \mathcal{N} . Этот доверенный канал может быть организован на основе инфраструктуры метаданных следующим образом.

Пусть задача A запрашивает соединение с задачей B^* через задачу \mathcal{N}_L . Исходя из метаданных, задача \mathcal{N} определяет необходимость передачи исходных данных из задачи A в задачу B^* . При получении разрешения эти данные передаются из задачи A в задачу \mathcal{N}_L . После проверки их безопасности данные из задачи \mathcal{N}_L передаются в задачу \mathcal{N}_H для дальнейшей передачи данных в задачу B^* . Отметим, что непосредственного соединения хоста уровня Low с хостом уровня High не происходит. Отсюда следует утверждение.

Утверждение 2. Пусть выполняются следующие условия:

- (1) сформирована подсистема РИВС уровня High с помощью задач и хостов с метками (*) и разрешительная система на основе МД и задачи \mathcal{N}_H ;
- (2) сформирована подсистема РИВС уровня Low с помощью задач и хостов без меток (*) и разрешительная система на основе метаданных и задачи \mathcal{N}_L ;
- (3) взаимодействие уровней Low и High осуществляется только через однонаправленное взаимодействие задач \mathcal{N}_L и \mathcal{N}_H .

Тогда в РИВС выполняется политика MLS.

Доказательство. Метаданные и задача \mathcal{N}_H не допускают взаимодействия уровня High с уровнем Low. Аналогично МД и задача \mathcal{N}_L не допускают непосредственного взаимодействия уровня Low с уровнем High. Безопасный интерфейс уровня Low с уровнем High реализован однонаправленным каналом между задачами \mathcal{N}_L и \mathcal{N}_H . Функционал, реализующий этот канал, как и вся задача \mathcal{N} , могут быть изолированы от остального функционала РИВС и поэтому могут считаться доверенным субъ-

ектом. Таким образом, все условия реализации политики MLS выполнены. Утверждение 2 доказано.

4 Поиск информации с уровня High на уровне Low

Для решения задач с меткой (*) может возникнуть необходимость дополнительного поиска информации в памяти о предшествующих задачах. Метаданные сохраняют информацию о цепочке решенных задач, и обращение к ним на уровне High не представляет сложности.

Если задаче A^* необходимо найти дополнительную информацию на уровне Low, то тогда также можно использовать доверенное взаимодействие между задачами \mathcal{N}_H и \mathcal{N}_L . Задача \mathcal{N}_H обращается к задаче \mathcal{N}_L с запросом на поиск данных в решенных на уровне Low задачах. Задача \mathcal{N}_L , используя обратный обзор решенных на уровне Low задач, ищет искомую информацию. В данном случае возможен скрытый канал с уровня High на уровень Low в задании поиска информации на уровне Low [8]. Этот канал можно перекрыть с помощью последовательного опроса задач на уровне Low и выявления признаков искомой информации уже на уровне задачи \mathcal{N}_L . В случае появления необходимых признаков задача \mathcal{N}_L передает задаче \mathcal{N}_H данные для задачи A^* .

Данный способ не является доказательством перекрытия скрытого канала. Однако обращение с уровня High на уровень Low считается запрещенным информационным потоком в политике MLS, и реализация такого поиска с учетом возможности скрытого канала является сложной задачей [10].

5 Заключение

В работе рассмотрена РИВС, в которой управление соединениями осуществляется с помощью МД. Показана возможность реализации ПБ MLS в рассматриваемой РИВС на основе инфраструктуры, связанной с МД. Единственный доверенный процесс, необходимый для реализации ПБ MLS, функционирует на уровне управления соединениями. Этот уровень не связан с плоскостью передачи данных и может быть изолирован с целью обеспечения его информационной безопасности.

В работе рассмотрена только одна ИТ, для которой необходимо выполнить требования политики безопасности MLS. Однако рассмотренный метод легко обобщается на случай множества ИТ.

Литература

1. Department of Defense trusted computer system evaluation criteria. — U.S. National Institute of Standards and Technology, Department of Defense, 1985. <http://csrc.nist.gov/publications/history/dod85.pdf>.
2. Grusho A., Grusho N., Zabezhailo M., Zatsarinny A., Timonina E. Information security of SDN on the basis of meta data // Computer network security / Eds. J. Rak, J. Bay, I. Kotenko, et al. — Lecture notes in computer science ser. — Springer, 2017. Vol. 10446. P. 339–347. doi: 10.1007/978-3-319-65127-9_27.
3. Грушо А. А., Грушо Н. А., Левыкин М. В., Тимонина Е. Е. Методы идентификации захвата хоста в распределенной информационно-вычислительной системе, защищенной с помощью метаданных // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 4. С. 41–45.
4. Grusho A. A., Grusho N. A., Timonina E. E. Information flow control on the basis of meta data // Distributed computer and communication networks / Eds. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, D. V. Kozyrev. — Lecture notes in computer science ser. — Springer, 2019. Vol. 11965. P. 548–562.
5. Грушо А. А., Тимонина Е. Е., Шоргин С. Я. Иерархический метод порождения метаданных для управления сетевыми соединениями // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 2. С. 44–49.
6. Грушо А. А., Зацаринный А. А., Тимонина Е. Е. Электронная бухгалтерская книга на базе ситуационных центров для цифровой экономики // Системы и средства информатики, 2019. Т. 29. № 2. С. 4–11.
7. Grusho A. A., Timonina E. E., Shorgin S. Ya. Modelling for ensuring information security of the distributed information systems // 31th European Conference on Modelling and Simulation Proceedings. — Dudweiler, Germany: Digitaldruck Pirrot GmbH, 2017. P. 656–660. http://www.scs-europe.net/dlib/2017/ecms2017acceptedpapers/0656-probstat_ECMS2017_0026.pdf.
8. Тимонина Е. Е. Анализ угроз скрытых каналов и методы построения гарантированно защищенных распределенных автоматизированных систем: Дис. . . . д-ра техн. наук. — М., 2004. 204 с.
9. Грушо А. А., Применко Э. А., Тимонина Е. Е. Теоретические основы компьютерной безопасности. — М.: Академия, 2009. 272 с.
10. Grusho A. A., Grusho N. A., Zabezhailo M. I., Timonina E. E. Protection of valuable information in public information space // Communications of the ECMS: 33th European Conference on Modelling and Simulation Proceedings. — Dudweiler, Germany: Digitaldruck Pirrot GmbH, 2019. Vol. 33. No. 1. P. 451–455. http://www.scs-europe.net/dlib/2019/ecms2019acceptedpapers/0451_pstat_ecms2019_0018.pdf.

Поступила в редакцию 13.10.19

USING METADATA TO IMPLEMENT MULTILEVEL SECURITY POLICY REQUIREMENTS

A. A. Grusho, N. A. Grusho, and E. E. Timonina

Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation

Abstract: A distributed information computing system which objects contain both valuable information (or are themselves valuable) and open (non-valuable) information is considered. To protect valuable information, multilevel security (MLS) policy is used that prohibits information flows from objects with valuable information to objects with open information. Objects with valuable information form a class of high-level objects, and objects with open information form a class of low-level objects. Metadata is created to manage network connections. Metadata is a simplification of mathematical models of business processes and is the basis of a permission system for host connections in a distributed information computing system. The paper constructs MLS security policy rules, and based on metadata-related infrastructure, shows the ability to implement this security policy in the distributed information computing system. The only trusted process required to implement the MLS security policy is at the connection management level. This layer is unrelated to the data plane and can be isolated to ensure its information security.

Keywords: MLS security policy; information flows; metadata

DOI: 10.14357/19922264190414

Acknowledgments

The paper was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 18-07-00274).

References

1. U.S. National Institute of Standards and Technology, Department of Defence. 1985. Department of Defense trusted computer system evaluation criteria. Available at: <http://csrc.nist.gov/publications/history/dod85.pdf> (accessed October 6, 2019).
2. Grusho, A., N. Grusho, M. Zabezhailo, A. Zatsarinny, and E. Timonina. 2017. Information security of SDN on the basis of meta data. *Computer network security*. Eds. J. Rak, J. Bay, I. Kotenko, *et al.* Lecture notes in computer science ser. Springer. 10446:339–347. doi: 10.1007/978-3-319-65127-9_27.
3. Grusho, A. A., N. A. Grusho, M. V. Levykin, and E. E. Timonina. 2018. Metody identifikatsii zakhvata khosta v raspredelennoy informatsionno-vychislitel'noy sisteme, zashchishchennoy s pomoshch'yu metadannykh [Methods of identification of host capture in the distributed information system which is protected on the base of meta data]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(4):41–45.
4. Grusho, A. A., N. A. Grusho, and E. E. Timonina. 2019. Information flow control on the basis of meta data. *Distributed computer and communication networks*. Eds. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, and D. V. Kozyrev. Lecture notes in computer science ser. Springer. 11965:548–562.
5. Grusho, A. A., E. E. Timonina, and S. Ya. Shorgin. 2018. Ierarkhicheskiy metod porozhdeniya metadannykh dlya upravleniya setevymi soedineniyami [Hierarchical method of meta data generation for control of network connections]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(2):44–49.
6. Grusho, A. A., A. A. Zatsarinny, and E. E. Timonina. 2019. Elektronnaya bukhgalterskaya kniga na baze situatsionnykh tsentrov dlya tsifrovoy ekonomiki [The electronic ledger on the basis of the situational centers for digital economy]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 29(2):4–11.
7. Grusho, A. A., E. E. Timonina, and S. Ya. Shorgin. 2017. Modelling for ensuring information security of the distributed information systems. *31th European Conference on Modelling and Simulation Proceedings*. Dudweiler, Germany: Digitaldruck Pirrot GmbH. 656–660. Available at: http://www.scs-europe.net/dlib/2017/ecms2017acceptedpapers/0656-probstat_ECMS2017_0026.pdf (accessed October 6, 2019).
8. Timonina, E. E. 2004. Analiz ugroz skrytykh kanalov i metody postroeniya garantirovanno zashchishchennykh raspredelennykh avtomatizirovannykh sistem [The analysis of threats of covert channels and methods of creation of guaranteed protected distributed automated systems]. Moscow. D.Sc. Diss. 204 p.
9. Grusho, A., E. Primenko, and E. Timonina. 2009. *Teoreticheskie osnovy komp'yuternoy bezopasnosti* [Theoretical bases of computer security]. Moscow: Academy. 272 p.
10. Grusho, A. A., N. A. Grusho, M. I. Zabezhailo, and E. E. Timonina. 2019. Protection of valuable information in public information space. *Communications of the ECMS: 33th European Conference on Modelling and Simulation Proceedings*. Dudweiler, Germany: Digitaldruck Pirrot GmbH. 33(1):451–455. Available at: http://www.scs-europe.net/dlib/2019/ecms2019acceptedpapers/0451_pstat_ecms2019_0018.pdf (accessed October 6, 2019).

Received October 13, 2019

Contributors

Grusho Alexander A. (b. 1946) — Doctor of Science in physics and mathematics, professor, principal scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; grusho@yandex.ru

Grusho Nikolai A. (b. 1982) — Candidate of Science (PhD) in physics and mathematics, senior scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; info@itake.ru

Timonina Elena E. (b. 1952) — Doctor of Science in technology, professor, leading scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation; eltimon@yandex.ru

ТЕМПОРАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ В ЛЕКСИКОГРАФИЧЕСКИХ БАЗАХ ЗНАНИЙ*

А. А. Гончаров¹, И. М. Зацман², М. Г. Кружков³

Аннотация: Рассматривается подход к проектированию лексикографической базы знаний (ЛБЗ), обеспечивающей решение двух взаимосвязанных задач: (1) целенаправленного создания и развития лингвистических типологий; (2) формирования и обновления электронных двуязычных словарей с использованием создаваемых типологий. Часть полей ЛБЗ, которые предназначены для представления лексикографами нового знания о значениях (= концептах) слов и их переводах, являются темпоральными. Содержание этих полей зависит от времени, поскольку в процессе работы лексикографы могут вносить изменения. Изменение концептов и содержания полей ЛБЗ с их описанием (= дефиницией) может повлечь за собой изменение структуры словарной статьи формируемого двуязычного словаря. Последовательное фиксирование подобных изменений — одна из функций ЛБЗ. Несмотря на то что первоначальная структура словарной статьи является исходной информацией для проектирования ЛБЗ, после завершения проектирования, в процессе развития лингвистических типологий и формирования словарных статей, она также может изменяться одновременно с эволюцией концептов во времени. Цель работы состоит в описании темпоральной структуры словарной статьи и подхода к проектированию ЛБЗ с темпоральными данными, которая позволит решить обе поставленные задачи. Предлагаемый подход иллюстрируется на примере темпоральной структуры словарной статьи немецко-русского словаря.

Ключевые слова: лексикографическая база знаний; темпоральная структура словарной статьи; двуязычные словари; лингвистические типологии; параллельные тексты; эволюция концептов

DOI: 10.14357/19922264190415

1 Введение

Разработка информационной технологии (ИТ), которая обеспечивает создание и развитие лингвистических типологий⁴ как форм представления и систематизации нового знания о лексическом составе естественных языков, является одной из задач проекта по гранту РФФИ, который в настоящее время выполняется в Институте проблем информатики ФИЦ ИУ РАН. Проектируемая ИТ предназначена для решения двух взаимосвязанных задач:

- (1) целенаправленного создания и развития лингвистических типологий на основе контрастного анализа текстов параллельных корпусов [1, 2], содержащих исследуемые языковые единицы;
- (2) формирования и обновления электронных двуязычных словарей с использованием создаваемых типологий.

Ключевым компонентом ИТ является ЛБЗ, обеспечивающая решение этих задач.

Часть полей ЛБЗ, которые предназначены для представления лексикографами нового знания о значениях (= концептах) слов и их переводах, являются темпоральными, т. е. их содержание зависит от момента времени, когда концепт (который в общем случае может модифицироваться) был описан лексикографом. Эти моменты времени и соответствующие им значения хранятся в ЛБЗ. Содержание таких полей будем называть темпоральными данными. Эти данные отражают этапы эволюции концептов, что является одной из функций ЛБЗ. При этом могут изменяться не только концепты и, соответственно, их описания (= дефиниции) в полях ЛБЗ, но также и структура словарной статьи формируемого двуязычного словаря.

Исходной информацией для проектирования ЛБЗ является структура словарной статьи, обусловленная требованиями лексикографов [3]. Однако

* Работа выполнена в Институте проблем информатики ФИЦ ИУ РАН при поддержке РФФИ (проект 18-07-00192).

¹ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, a.gonch48@gmail.com

² Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, izatsman@yandex.ru

³ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, magnit75@yandex.ru

⁴ В лингвистике типологии используются, как правило, для описания сходств и различий между языками. В статье этот термин используется в другом значении: для описания связей лемм с их значениями и переводными эквивалентами.

после завершения проектирования, в процессе развития лингвистических типологий и формирования словарных статей, эта структура может меняться.

Цель работы состоит в описании структуры словарной статьи и подхода к проектированию ЛБЗ с темпоральными данными, которая позволит решить обе поставленные задачи. Предлагаемый подход иллюстрируется примером темпоральной структуры словарной статьи немецко-русского словаря [4].

2 Контрастивный анализ и создание типологий

Одна из функций проектируемой ЛБЗ — обеспечение контрастивного анализа параллельных текстов в целях извлечения имплицированных знаний о переводных соответствиях (примеры знаний, имплицированных в текстах, рассмотрены в работе [5]), создания и развития на их основе лингвистических типологий (т.е. решение первой поставленной задачи). Процесс извлечения из параллельных текстов имплицированных знаний, создания и развития на их основе лингвистических типологий включает несколько повторяемых стадий, описанию которых посвящены работы [6, 7]. Реализуемость этого процесса была проверена на примере описания новых значений немецких модальных глаголов. Была разработана иерархическая трехуровневая структура (см. [7, рис. 1]) пополняемой типологии немецких модальных глаголов и их переводных эквивалентов на русском языке [8, 9].

Отметим, что решение первой задачи, описанное в работах [2, 5–7], обеспечивается надкорпусной базой данных (НБД) с нетемпоральными полями, в которых описываются только последние актуальные значения слов без отражения динамики их эволюции. Такие НБД имеют широкую сферу применения: исследование различных категорий языковых единиц методами контрастивной лингвистики [10–14], анализ профессиональных и машинных переводных соответствий [15, 16], создание и развитие лингвистических типологий [17].

Помимо перечисленных сфер применения НБД способны поддерживать решение отдельных лексикографических задач, например фиксировать в форме аннотаций переводные соответствия между употреблениями немецких модальных глаголов и их переводами на русский язык [3, 7]. Однако одновременное решение двух вышеперечисленных задач, включая обеспечение работ лексикографов по формированию электронных двуязычных словарей с использованием создаваемых типологий,

обусловило проектирование ЛБЗ с темпоральными данными на основе решений, опробованных при разработке НБД.

3 Структура словарной статьи

На сегодняшний день двуязычные электронные словари нередко представляют собой лишь оцифрованную версию их бумажных оригиналов, т.е. содержательные различия отсутствуют: меняется лишь материальный носитель [18]. Отметим ряд ограничений, с которыми сталкиваются пользователи таких словарей:

- (1) сложность навигации при работе с объемными (часто многотомными) словарями;
- (2) отставание словарей от текущей языковой ситуации;
- (3) отсутствие возможности внесения изменений в словарь (за исключением переизданий);
- (4) в случае воплощения оригинальных концепций словаря — малый объем описанного материала [18, 19].

Эти ограничения касаются как пользователей словарей, так и их составителей, особенно ввиду современных тенденций развития двуязычной лексикографии, заключающихся «в сближении принципов словарного и собственно научного описания лексических единиц» [20, с. 35]. Методы компьютерной лингвистики по представлению знаний в сочетании с методами и средствами информатики, в частности НБД и ЛБЗ, используемые в процессе формирования и развития словарей, позволяют удовлетворить гораздо более широкий спектр потребностей пользователей по сравнению с бумажными словарями и их оцифрованными версиями и в той или иной мере снять перечисленные ограничения.

Также следует учитывать, что в процессе формирования словарных статей необходимо описывать и такие языковые единицы, для которых характерна ярко выраженная полисемия («наличие у языкового знака более чем одного значения» [20, с. 59]). Анализу этой проблемы посвящены два раздела книги «Беседы о немецком слове»: на русском [20, с. 59–73] и на немецком языке [20, с. 73–106].

К многозначным единицам относятся и немецкие модальные глаголы: для некоторых из них сейчас описано более 10 значений [4, 8, 9]. Необходимо не только иметь возможность уточнять описания, во-первых, значений (= концептов) и, во-вторых, функционирования модальных глаголов немецкого языка и их русскоязычных соответствий, но и видеть ретроспективу этих изменений (что должно

позволить детально описать механизмы составления словарных статей и эволюции их структуры). Для этого средствами ЛБЗ с темпоральными данными предлагается фиксировать динамику изменения концептов, включая случаи извлечения из параллельных текстов новых значений модальных глаголов.

Прежде всего (до описания нового функционала ЛБЗ) следует рассмотреть структуру словарной статьи в немецко-русском словаре [4]. Модель его словарной статьи для удобства можно представить в табличной форме (табл. 1), причем не все включенные в таблицу зоны (= компоненты) обязательны для каждой статьи словаря. Используемые в таблице термины подробно рассмотрены в [20, 21].

В словарях, формируемых средствами традиционной лексикографии, зоны словарной статьи часто недостаточно четко отделены друг от друга. Беляева отмечает: «Особую сложность представляет собственно установление границ компонентов, поскольку в “бумажных” словарях они не всегда вы-

деляются и/или маркируются специальными символами, и соотнесение выделенных компонентов с параметрами описания» [19].

Статьи в разных словарях могут быть структурированы по-разному. Поэтому до начала формирования того или иного электронного словаря с помощью ЛБЗ создается модель именно его статьи. Использование таких моделей дает возможность эксплицировать границы всех компонентов словарной статьи. Те из них, которые являются темпоральными, отмечены в табл. 1 знаком (t). Число значений слова (N) и подзначений (M_1, \dots, M_N) также может меняться во времени.

Контрастивный анализ текстов параллельного немецко-русского корпуса, при проведении которого найденные употребления модальных глаголов распределяются по их значениям в соответствии со структурой словарной статьи, может повлечь за собой внесение тех или иных изменений в первоначально созданную структуру. Как показали первые результаты контрастивного анализа, эти изменения пока не касаются зон I–IV из табл. 1, по крайней

Таблица 1 Структура словарной статьи, используемая в словаре [4]

Заглавное слово (= лемма, = лексический вход) и его варианты				
I	Зона этимологии			
II	Зона фонетической транскрипции			
III	Зона грамматической информации о лемме в целом			
IV	Зона стилистических помет, относящихся к лемме в целом			
V	Зона значения	Значение 1	Грамматическая информация о лемме в значении 1 (t)	
			Стилистические пометы, относящиеся к лемме в значении 1 (t)	
			Толкование леммы в значении 1 (t)	
			Варианты перевода леммы в значении 1 (t)	
			Примеры употребления леммы в значении 1 (t)	
			Подзначение 1	Грамматическая информация о лемме в данном подзначении (t)
				Стилистические пометы, относящиеся к лемме в данном подзначении (t)
				Толкование леммы в данном подзначении (t)
				Варианты перевода леммы в данном подзначении (t)
				Примеры употребления леммы в данном подзначении (t)
		Подзначение 2	...	
		
		Подзначение M_1 (t)	...	
		Грамматическая фразеология с использованием леммы в значении 1 (t)		
...	...			
Значение N (t)	Подзначение 1	...		
	Подзначение 2	...		
		
	Подзначение M_N (t)	...		
	Грамматическая фразеология с использованием леммы в значении N (t)			
VI	Зона идиоматики (t)			

Таблица 2 Виды изменений в словарных статьях

ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЯ	Зона значения						
	Все зоны одного значения	Зоны внутри одного из значений					
		Грамматическая информация	Стилистические пометы	Толкование	Варианты перевода	Примеры употребления	Грамматическая фразеология
Перемещение						+	
Изменение содержания			+	+		+	
Добавление		+		+	+	+	+
Удаление	+	+				+	

мере применительно к модальным глаголам. При этом зоны V и VI могут затрагиваться изменениями в высокой степени.

Виды изменений, вносимых в словарную статью, резюмируются в табл. 2 на примере одной из зон — зоны значения. Что касается случаев внесения изменений в то или иное подзначение, то они в данной таблице для удобства рассматриваются как изменения соответствующих компонентов того значения, в рамках которого выделено данное подзначение. Для иллюстрации описываемых положений табл. 2 была заполнена на основании изменений, внесенных в процессе контрастивного анализа в словарную статью немецкого глагола *wollen*. Типы изменений, внесенных в статью хотя бы один раз, отмечены знаком «+».

4 Представление темпоральных данных в лексикографических базах знаний

Функции регистрации истории изменений в словарных статьях планируется впервые реализовать в ЛБЗ с темпоральными данными, проектируемой на основе НБД аннотаций употреблений немецких модальных глаголов [3]. Предлагаемый подход к реализации этих функций включает в себя три составляющие.

Во-первых, для всех таблиц, отражающих лексикографическую информацию, создаются таблицы-дубликаты, автоматически заполняющиеся при внесении изменений в словарные статьи. Особенность этих таблиц заключается в том, что данные из них никогда не будут удаляться, они будут лишь пополняться в соответствии с изменениями в исходных таблицах. Таблицы-дубликаты включают те же поля, что и исходные таблицы, но, кроме того, они дополнены несколькими новыми полями, с помощью которых можно будет отслеживать

историю изменений. Предполагается использовать следующие дополнительные поля:

- Тип изменения — это поле имеет три варианта значения: «создание», «изменение», «удаление»; значения будут заполняться в соответствии с тем, какие операции осуществляются с исходными таблицами;
- Дата изменения — это поле в совокупности с предыдущим позволит восстанавливать лексикографическую информацию на любой заданный момент времени, а также отслеживать историю изменений;
- Идентификатор комплексной операции (см. ниже);
- Идентификатор пользователя, внесшего изменение.

Во-вторых, в ЛБЗ формируется таблица, в которой будут регистрироваться «комплексные операции». Необходимость в такой таблице обусловлена тем, что обычно лексикографические изменения происходят не обособленно, а в рамках некоего комплекса изменений, одновременно затрагивающих разные компоненты словарных статей. Например, если для некоторого модального глагола создается новое значение под номером 3, то номера всех последующих значений, существовавших до этого времени, также изменяются (как правило, увеличиваются на 1).

Кроме того, из одного значения в другое нередко одновременно могут перемещаться разные компоненты словарной статьи, такие как толкование, варианты перевода, грамматическая информация, примеры и т. д. Эти изменения могут затрагивать различные таблицы и разные строки в этих таблицах. При независимой регистрации таких изменений в таблицах-дубликатах задача объединения этих изменений в комплекс логически связанных изменений может оказаться нетривиальной. Поэтому в целях их экспликации предлагается использовать специальную таблицу «комплексные опера-

ции». В этой таблице будет содержаться явное вербальное описание логически связанных изменений, производимых в словарных статьях.

Наконец, для отражения в ЛБЗ темпоральных изменений в соответствии с табл. 2 предлагается использовать еще одну дополнительную таблицу «элементарные операции», которая, с одной стороны, будет связана с таблицей «комплексные операции», а с другой — с конкретными строками в таблицах-дубликатах. Среди полей этой таблицы будут следующие: идентификатор комплексной операции, характер изменения (см. табл. 2) и компонент (зона) изменения (грамматическая информация, толкование, варианты перевода, примеры и т. д.). Данная таблица позволит дополнить информацию, содержащуюся в таблицах-дубликатах, и вербальное описание изменений, данное в таблице «комплексные операции», более четким структурированным описанием составляющих их операций.

5 Заключение

В процессе создания и развития электронных двуязычных словарей структура их статей может изменяться в тех случаях, когда лексикографы уточняют значения слов или обнаруживают их новые значения и включают соответствующие толкования в словарные статьи. Использование НБД для информационно-компьютерного обеспечения этого процесса позволяет регистрировать такие изменения и тем самым фиксировать выявление новых и изменения в описаниях уже известных значений слов [3, 7–9], но хранится в НБД только последний вариант описания.

Основное отличие ЛБЗ с темпоральными данными от НБД состоит в том, что дополнительно появляется возможность увидеть всю ретроспективу подобных изменений. При этом и в ЛБЗ, и в НБД каждое уточнение значения слова или описание его нового значения иллюстрируется примерами его употребления, извлекаемыми лексикографами из параллельных текстов в процессе контрастивного анализа. Таким образом, ЛБЗ позволяет не только получить систематизированное знание о словах, проиллюстрированное примерами, включаемыми в словарные статьи, но и проследить историю систематизации этого знания.

Литература

1. Добровольский Д. О., Кретов А. А., Шаров С. А. Корпус параллельных текстов // Научно-техническая информация. Сер. 2: Информационные процессы и системы, 2005. № 6. С. 27–42.
2. Гончаров А. А., Зацман И. М. Информационные трансформации параллельных текстов в задачах извлечения знаний // Системы и средства информатики, 2019. Т. 29. № 1. С. 180–193.
3. Добровольский Д. О., Зализняк Анна А. Немецкие конструкции с модальными глаголами и их русские соответствия: проект надкорпусной базы данных // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: по мат-лам Междунар. конф. «Диалог». — М.: РГГУ, 2018. Вып. 17(24). С. 172–184.
4. Немецко-русский словарь: актуальная лексика / Под ред. Д. О. Добровольского. — М.: Лексрус, 2019 (в печати).
5. Зацман И. М. Имплицированные знания: основания и технологии извлечения // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 3. С. 74–82.
6. Зацман И. М. Стадии целенаправленного извлечения знаний, имплицированных в параллельных текстах // Системы и средства информатики, 2018. Т. 28. № 3. С. 175–188.
7. Зацман И. М. Целенаправленное развитие систем лингвистических знаний: выявление и заполнение лагун // Информатика и её применения, 2019. Т. 13. Вып. 1. С. 91–98.
8. Zatsman I. Goal-oriented creation of individual knowledge: Model and information technology // 19th European Conference on Knowledge Management Proceedings. — Reading: Academic Publishing International Ltd., 2018. Vol. 2. P. 947–956.
9. Zatsman I. Finding and filling lacunas in knowledge systems // 20th European Conference on Knowledge Management Proceedings. — Reading: Academic Publishing International Ltd., 2019. Vol. 2. P. 1143–1151.
10. Krzhkov M. G., Buntman N. V., Loshchilova E. Ju., Sitchinava D. V., Zalizniak Anna A., Zatsman I. M. A database of Russian verbal forms and their French translation equivalents // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: по мат-лам Междунар. конф. «Диалог». — М.: РГГУ, 2014. Вып. 13(20). С. 275–287.
11. Зализняк Анна А. Лингвоспецифичные единицы русского языка в свете контрастивного корпусного анализа // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: по мат-лам Междунар. конф. «Диалог». — М.: РГГУ, 2015. Вып. 14(21). С. 683–695.
12. Инькова О. Ю., Кружков М. Г. Надкорпусные русско-французские базы данных глагольных форм и коннекторов // Lingue slave a confronto / Eds. O. Inkova, A. Trovesi. — Bergamo: Bergamo University Press, 2016. P. 365–392.
13. Зацман И. М., Инькова О. Ю., Кружков М. Г., Попкова Н. А. Представление кросс-языковых знаний о коннекторах в надкорпусных базах данных // Информатика и её применения, 2016. Т. 10. Вып. 1. С. 106–118.
14. Зализняк Анна А., Кружков М. Г. База данных безличных глагольных конструкций русского языка //

- Информатика и её применения, 2016. Т. 10. Вып. 4. С. 132–141.
15. Nuriev V., Buntman N., Inkova O. Machine translation of Russian connectives into French: Errors and quality failures // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 2. С. 105–113.
 16. Бунтман Н. В., Гончаров А. А., Зацман И. М., Нуриев В. А. Количественный анализ результатов машинного перевода с использованием надкорпусных баз данных // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 4. С. 100–109.
 17. Zatsman I. M., Inkova O. Yu., Nuriev V. A. The construction of classification schemes: Methods and technologies of expert formation // Automat. Doc. Math. Linguist., 2017. Vol. 51. No. 1. P. 27–41.
 18. Селегей В. П. Компьютерная лексикография. <https://www.abbyy.com/ru-ru/science/technologies/lexicography>.
 19. Беляева Л. Н. Потенциал автоматизированной лексикографии и прикладная лингвистика // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена, 2010. № 134. С. 70–79.
 20. Добровольский Д. О. Беседы о немецком слове. — М.: Языки славянской культуры, 2013. 744 с.
 21. Баранов А. Н. Введение в прикладную лингвистику. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. 360 с.

Поступила в редакцию 01.10.19

TEMPORAL DATA IN LEXICOGRAPHIC DATABASES

A. A. Goncharov, I. M. Zatsman, and M. G. Kruzhekov

Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation

Abstract: The paper describes an approach to design of the Lexicographic Knowledge Base (LKB), which aims to fulfill two interrelated tasks: (*i*) goal-oriented development of linguistic typologies; and (*ii*) creation and updating of electronic bilingual dictionaries based on the developed typologies. In the LKB, some of the fields assigned by lexicographers to represent new knowledge on words’ meanings (concepts) and translations are temporal. The content of these fields is time-dependent because lexicographers can change description of concepts with time. These changes may involve not only changes to existing concepts and appropriate fields with their descriptions (definitions), but also the changes to structure of individual dictionary entries of a bilingual dictionary. One of the LKB’s goals is to provide a method to describe these changes consistently. Although the LKB’s initial design relies on the existing structure of dictionary entries, this structure may evolve along with the appropriate concepts as the underlying linguistic typologies and dictionary entries evolve with time. The goal of this paper is to describe the temporal structure of a dictionary entry and the approach to design of the LKB with temporal data that will be able to fulfill both of the specified tasks. The proposed approach is illustrated by an example of the temporal dictionary entry structure of a German–Russian dictionary.

Keywords: lexicographic knowledge base; temporal structure of a dictionary entry; bilingual dictionaries; linguistic typologies; parallel texts; evolution of concepts

DOI: 10.14357/19922264190415

Acknowledgments

The work was carried out at the Institute of Informatics Problems (FRC CSC RAS) funded by the Russian Foundation for Basic Research according to research project No. 18-07-00192.

References

1. Dobrovolskiy, D. O., A. A. Kretov, and S. A. Sharov. 2005. Corpus of parallel texts. *Automatic Information Math. Linguistics* 6:16–27.
2. Goncharov, A. A., and I. M. Zatsman. 2019. Informatsionnye transformatsii parallel’nykh tekstov v zadachakh izvlecheniya znaniy [Information transformations of parallel texts in knowledge extraction]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 29(1):180–193.
3. Dobrovolskiy, D. O., and A. A. Zaliznyak. 2018. Nemetskie konstruksii s modal’nymi glagolami i ikh russkiye sootvetstviya: proyekt nadkorpusnoy bazy dannykh [German constructions with modal verbs and their Russian correlates: A supracorpora database project]. *Komp’yuternaya lingvistika i intellektual’nyye tekhnologii: po mat-lam Mezhdunar. konf. “Dialog”* [Computational Linguistics and Intellectual Technologies. Papers from the Annual Conference (International) “Dialogue”]. Moscow. 17(24):172–184.
4. Dobrovolskiy, D. O. ed. 2019 (in press). *Nemetsko-russkiy slovar’: aktual’naya leksika* [German–Russian dictionary: Actual vocabulary]. Moscow: Leksrus.
5. Zatsman, I. M. 2018. Implitsirovannye znaniya: osnovaniya i tekhnologii izvlecheniya [Implied knowledge:

- Foundations and technologies of explication]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(3):74–82.
6. Zatsman, I. M. 2018. Stadii tselenapravlenno go izvlecheniya znaniy, implitsirovannykh v parallel'nykh tekstakh [Stages of goal-oriented discovery of knowledge implied in parallel texts]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 28(3):175–188.
 7. Zatsman, I. M. 2019. Tselenapravlennoe razvitie sistem lingvisticheskikh znaniy: vyavlenie i zapolnenie lakun [Goal-oriented development of linguistic knowledge systems: Identifying and filling lacunae]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 13(1):91–98.
 8. Zatsman, I. M. 2018. Goal-oriented creation of individual knowledge: Model and information technology. *19th European Conference on Knowledge Management Proceedings*. Reading: Academic Publishing International Ltd. 2:947–956.
 9. Zatsman, I. M. 2019. Finding and filling lacunas in knowledge systems. *20th European Conference on Knowledge Management Proceedings*. Reading: Academic Publishing International Ltd. 2:1143–1151.
 10. Kruzhkov, M. G., N. V. Buntman, E. Ju. Loshchilova, D. V. Sitchinava, A. A. Zalizniak, and I. M. Zatsman. 2014. A database of Russian verbal forms and their French translation equivalents. *Komp'yuternaya lingvistika i intellektual'nyye tekhnologii: po mat-lam Mezhdunar. konf. "Dialog"* [Computational Linguistics and Intellectual Technologies. Papers from the Annual International Conference "Dialogue"]. Moscow. 13(20):275–287.
 11. Zalizniak, Anna A. 2015. Lingvospetsifichnye edinitsy russkogo yazyka v svete kontrastivnogo korpusnogo analiza [Russian language-specific words as an object of contrastive corpus analysis]. *Komp'yuternaya lingvistika i intellektual'nyye tekhnologii: po mat-lam Mezhdunar. konf. "Dialog"* [Computational Linguistics and Intellectual Technologies. Papers from the Annual International Conference "Dialogue"]. Moscow. 13(20):683–695.
 12. Inkova, O. Yu., and M. G. Kruzhkov. 2016. Nadkorpusnyye russko-frantsuzskie bazy dannykh glagol'nykh form i konnektorov [Supracorpora databases of Russian and French verbal forms and connectors]. *Lingue slave a confro*. Eds. O. Inkova and A. Trovesi. Bergamo: Bergamo University Press. 365–392.
 13. Zatsman, I. M., O. Yu. Inkova, M. G. Kruzhkov, and N. A. Popkova. 2016. Predstavlenie kross-yazykovykh znaniy o konnektorakh v nadkorpusnykh bazakh dannykh [Representation of cross-lingual knowledge about connectors in supracorpora databases]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 10(1):106–118.
 14. Zaliznyak, Anna A., and M. G. Kruzhkov. 2016. Baza dannykh bezlichnykh glagol'nykh konstruksiy russkogo yazyka [Database of Russian impersonal verbal constructions]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 10(4):132–141.
 15. Nuriev, V., N. Buntman, and O. Inkova. 2018. Machine translation of Russian connectives into French: Errors and quality failures. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(2):105–113.
 16. Buntman, N. V., A. A. Goncharov, I. M. Zatsman, and V. A. Nuriev. 2018. Kolichestvennyy analiz rezul'tatov mashinnogo perevoda s ispol'zovaniem nadkorpusnykh baz dannykh [Using supracorpora databases for quantitative analysis of machine translations]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(4):96–105.
 17. Zatsman, I. M., O. Yu. Inkova, and V. A. Nuriev. 2017. The construction of classification schemes: Methods and technologies of expert formation. *Autom. Doc. Math. Linguist.* 51(1):27–41.
 18. Selegey, V. P. *Komp'yuternaya leksikografiya* [Computational lexicography]. Available at: <https://www.abbyy.com/ru-ru/science/technologies/lexicography/> (accessed September 6, 2019).
 19. Belyaeva, L. N. 2010. Potentsial avtomatizirovannoy leksikografii i prikladnaya lingvistika [Automatic lexicography scope and applied linguistics]. *Izvestiya Rossiyskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. A. I. Gertsena* [Izvestiya: Herzen University J. Humanities Sciences] 134:70–79.
 20. Dobrovol'skiy, D. O. 2013. *Besedy o nemetskom slove* [Studies on German lexis]. Moscow: Yazyki slavyanskoy kul'tury. 744 p.
 21. Baranov, A. N. 2001. *Vvedenie v prikladnuyu lingvistiku* [Introductory handbook on applied linguistics]. Moscow: Editorial URSS. 360 p.

Received October 1, 2019

Contributors

Goncharov Alexander A. (b. 1994) — junior scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; a.gonch48@gmail.com

Zatsman Igor M. (b. 1952) — Doctor of Science in technology, Head of Department, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; izatsman@yandex.ru

Kruzhkov Mikhail G. (b. 1975) — senior scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; magnit75@yandex.ru

КОДИРОВАНИЕ КОНЦЕПТОВ В ЦИФРОВОЙ СРЕДЕ

И. М. Зацман¹

Аннотация: Задачи кодирования концептов знания человека в цифровой среде компьютеров и сетей приобретают особую актуальность в связи с широким распространением в мире систем искусственного интеллекта (СИИ). В процессе расширения сферы их применения увеличивается и спектр категорий кодируемых концептов. Кроме конвенциональных концептов, которые имеют устойчивые формы их представления, например словами естественных языков (ЕЯ), нередко возникает необходимость кодировать в цифровой среде личностные и коллективные концепты. При этом иногда необходимо учитывать степень их социализации (термин Вежбицкого–Накамори) и отражать динамику их изменения во времени, а также этапы их преобразования в конвенциональные концепты. Во временном измерении расширился спектр шкал для описания динамики концептов знания человека. Если раньше использовались шкалы с единицами измерения динамики концептов в сотни и десятки лет (реже использовались шкалы с точностью до года и месяца), то для личностных и коллективных концептов необходимо использовать шкалу, фиксирующую их динамику с точностью до дней, а иногда часов и минут. Цель статьи состоит в описании проблемы асимметрии кодирования в цифровой среде концептов, которая существенно усложняет процессы представления знания человека в ССИ. Для решения этой проблемы предлагается использовать кодирование в цифровой среде одновременно и концептов перечисленных категорий, и форм их выражения. Предлагаемый подход иллюстрируется примером интеллектуальной словарной системы (ИСС), использующей кодирование одновременно и концептов, и слов, являющихся вербальными формами выражения этих концептов.

Ключевые слова: кодирование знания; полиадический компьютеринг; цифровая среда; искусственный интеллект; категории концептов; социализация концептов знания

DOI: 10.14357/19922264190416

1 Введение

Раздел «Проблематика представления знаний в 7-й Рамочной программе» в работе [1] содержит обзор трудов семинара приглашенных экспертов «Knowledge Anywhere Anytime: “The Social Life of Knowledge”», который состоялся 29–30 апреля 2004 г. в Брюсселе. Материалы этого семинара включают описание перспективных направлений исследований по проблематике генерации и представления концептов знания. Это описание и сейчас актуально. В материалах отмечается, что исследование процессов генерации нового знания, методов и средств влияния на эти процессы является актуальной проблемой, которая до сих пор остается во многом нерешенной. Участники семинара определили четыре направления исследований в рамках этой проблемы.

1. Формирование научного понимания того, как знание появляется, каким образом на этот процесс и его результаты влияет совместная деятельность участников процесса, как формируется конвенциональное знание, которое имеет

устойчивые формы представления, например словами ЕЯ. Одна из задач этого направления заключается в том, чтобы создать методы и средства описания различий в личностном понимании участниками совместной деятельности смысла одного и того же текста, графика, диаграммы, карты, изображения и т. д.

2. Исследование многообразия форм представления одних и тех же концептов как «квантов» ментального знания человека. Кроме форм представления конвенциональных концептов предметом исследования являются формы представления личностных и коллективных концептов. В рамках этого направления предполагается исследование процессов и этапов формирования конвенциональных концептов на основе личностных и коллективных.

3. Создание нового поколения СИИ, которые должны отражать эволюцию личностных и коллективных концептов во времени, этапы формирования на их основе конвенционального знания, а также обеспечивать семантическую

¹Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, izatsman@yandex.ru

интероперабельность в процессе совместной работы пользователей этих систем. В рамках этого направления исследуются стадии генерации и эволюции знания, представленного в виде классификационных систем, словарей, тезаурусов и других видов онтологий с разной степенью формализации методов представления знания в СИИ.

- Исследование принципиальных возможностей и средств влияния на генерацию новых или эволюцию существующих систем знания в процессе совместной деятельности коллективов специалистов. Наиболее актуальные вопросы этого направления исследований связаны с пространственно распределенными коллективами специалистов, совместная деятельность которых по генерации нового знания обеспечивается сетевыми технологиями.

Статья по своей тематике относится к третьему из четырех перечисленных направлений. Ее цель состоит в применении интерфейсов третьего порядка, описанных в работе [2], для разработки подхода к кодированию в цифровой среде СИИ личностных и коллективных концептов знания человека с отражением их эволюции во времени. Этот подход может быть также использован как теоретическая основа решения проблемы асимметрии, возникающей при кодировании в СИИ концептов знания и форм их представления в разных модальностях (вербальной, пространственной, логико-математической, вербально-образной и т. д.). Предлагаемый подход иллюстрируется примером ИСС, использующей кодирование одновременно и концептов, и слов, являющихся вербальными формами выражения этих концептов, на двух языках с учетом как степени социализации знания пользователей системы (термин Вежбицкого–Накамори [3, 4]), так и отражения его эволюции на временной шкале.

2 Интерфейсы третьего порядка

В работе [2] было дано описание нового понятия «интерфейсы 3-го порядка» на основе деления на среды разной природы предметной области информатики как полиадического компьютеринга [5] и категоризации границ между средами по числу смежных сред. Были рассмотрены пять сред: нейросреда (сигналы активности мозга в нейрокоммуникационных технологиях), ментальная (концепты в технологиях представления знания человека), социо-информационная (тексты на ЕЯ, таблицы, рисунки, растровые и векторные изображения и т. д. в технологиях их компьютерного кодирования),

ДНК-среда (представление информации и данных с помощью синтезированных цепочек ДНК) и цифровая среда (компьютерные коды). При этом было отмечено, что теоретическое описание интерфейсов в технологиях будущих поколений может потребовать включения в рассмотрение и сред другой природы, отличной от пяти перечисленных.

Основное отличие выделения сред разной природы в предметной области информатики от деления всей науки на отрасли знания [6] состоит в том, что объекты одной и той же среды могут изучаться одновременно в разных научных дисциплинах. Например, концепты встречаются в задачах представления знаний в информатике [1, 7, 8], они являются объектами исследований в науках о жизни [9] и социо-гуманитарных науках [10], но все они относятся только к одной ментальной среде знания человека.

Для описания нового понятия «интерфейсы 3-го порядка» использовались четыре из пяти сред, кроме ДНК-среды (рис. 1), так как этих четырех сред достаточно для их описания. На рис. 1 на границах между двумя смежными средами кружками условно обозначены интерфейсы 2-го порядка шести разных видов (они пронумерованы от 1 до 6), а на границах между тремя смежными средами обозначены интерфейсы 3-го порядка четырех видов, которые по определению обеспечивают связи между объектами трех сред разной природы (7–10). В этой статье интерфейсы 4-го порядка на границе четырех сред не рассматриваются.

Если направление информационных трансформаций на границах сред не учитывать, то для четырех сред число видов интерфейсов 2-го порядка равно шести. Все они были описаны в работах [2, 8]. Число видов интерфейсов 3-го порядка равно четырем. Интерфейсы вида № 7 связывают объекты нейросреды, ментальной и цифровой сред, № 8 — ментальной, социо-информационной и цифровой сред, № 9 — нейросреды, ментальной и социо-информационной сред, № 10 — нейросреды, социо-информационной и цифровой сред. Отметим, что в работе [2] на рис. 2 интерфейсы третьего порядка видов № 9 и № 10 не показаны.

Интерфейсы вида № 7 были описаны в работе [2] на примере процессов управления роботизированной рукой сигналами головного мозга с использованием интерфейсов «мозг–компьютер» [11, 12], иллюстрирующих возможности интерфейсов 3-го порядка. Данная статья посвящена интерфейсам вида № 8, на основе которого и предлагается новый подход к кодированию концептов знания человека в цифровой среде с отражением их эволюции во времени. Интерфейсы 3-го порядка, относящиеся к видам № 9 и № 10, в статье не рассматриваются.

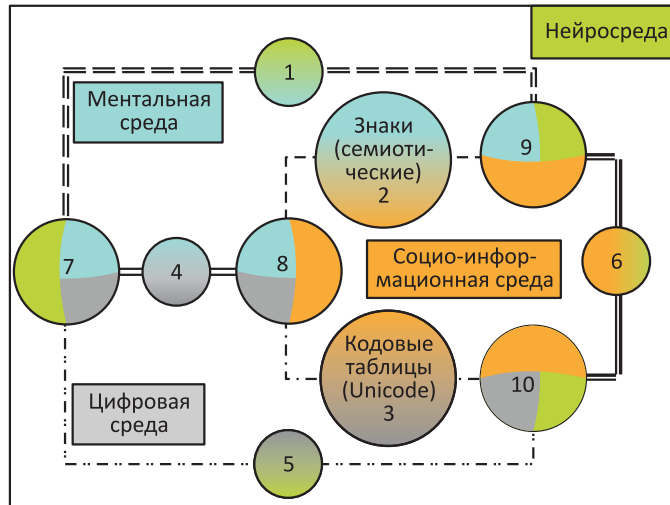


Рис. 1 Четыре среды разной природы и границы между ними

3 Традиционное кодирование концептов

Из шести видов интерфейсов 2-го порядка наиболее известными и широко используемыми в информационных технологиях, системах и средствах информатики являются следующие: интерфейсы вида № 2 на границе ментальной и социо-информационной сред, описывающие взаимосвязи между концептами и формами их выражения, например словами ЕЯ [10], и интерфейсы вида № 3 на границе социо-информационной и цифровой сред, включающие компьютерное кодирование растровых или векторных карт и других изображений, а также символов текстовой информации, например, с помощью таблиц Unicode (см. рис. 1).

При разработке СИИ одной из наиболее трудных является проблема представления в цифровой среде лингвистического знания [13]¹. Одна из основных причин сложности решения этой проблемы заключается в свойстве асимметрии, которое присуще интерфейсам вида № 2. С одной стороны, при реализации этих интерфейсов необходимо учитывать, что концепт может иметь несколько форм его представления (синонимия). С другой стороны, одна и та же словоформа может выражать разные концепты (омонимия). Свойство асимметрии рассмотрим на примере концептов системы лингвистического знания о логико-семантических отношениях (ЛСО) в текстах, таких как ЛСО причины²,

альтернативы, несоответствия, следствия, условия, генерализации, спецификации и т. д. [15–17]. Рассмотрим концепты ЛСО в текстах на двух ЕЯ: русском и французском (рис. 2). На этом рисунке показаны две среды, поскольку интерфейсы этого вида описываются с помощью лингвистических знаков как отношения между концептами, принадлежащими ментальной среде, и словоформами (что будем называть вербальной модальностью представления концептов) в социо-информационной среде. Отметим, что асимметрия интерфейсов вида № 2 встречается и в тех случаях, когда некоторая система знания представлена в формах невербальных модальностей, например в геоязыковой форме [18].

Лингвистические знаки, каждый из которых является двухприродной сущностью, принадлежат к границе между ментальной и социо-информационной средами (см. штриховую линию на рис. 2).

Они условно обозначены на этой границе двумя кружками: один с двумя русскими словами «а то» и один с французским словом «саг». Они выражают ЛСО причины в текстах на русском и французском языках соответственно. Лингвистические знаки являются наиболее известными примерами сущностей, имеющих двойственную природу, так как интегрируют в себе концепты и словоформы. Эти знаки и обеспечивают интерфейсы второго порядка в традиционных технологиях вербального представления знания.

В рассматриваемом примере каждому концепту соответствует значение только одного ЛСО. Более

¹См. табл. 1-1 в [13], сопоставляющую разные виды интеллекта человека согласно подходу к его категоризации, который предложил Говард Гарднер, на лингвистический, пространственный, логико-математический и другие виды [14], а также описывающую степень сложности компьютерного моделирования каждого из видов интеллекта человека.

²В предложениях «Самая, — говорит, — дорогая вещь на земле — это глупость. Потому как за нее всего дороже приходится платить. . .» (А. Вайнер, Г. Вайнер. Эра милосердия) ЛСО причины выражено с помощью слов «Потому как».

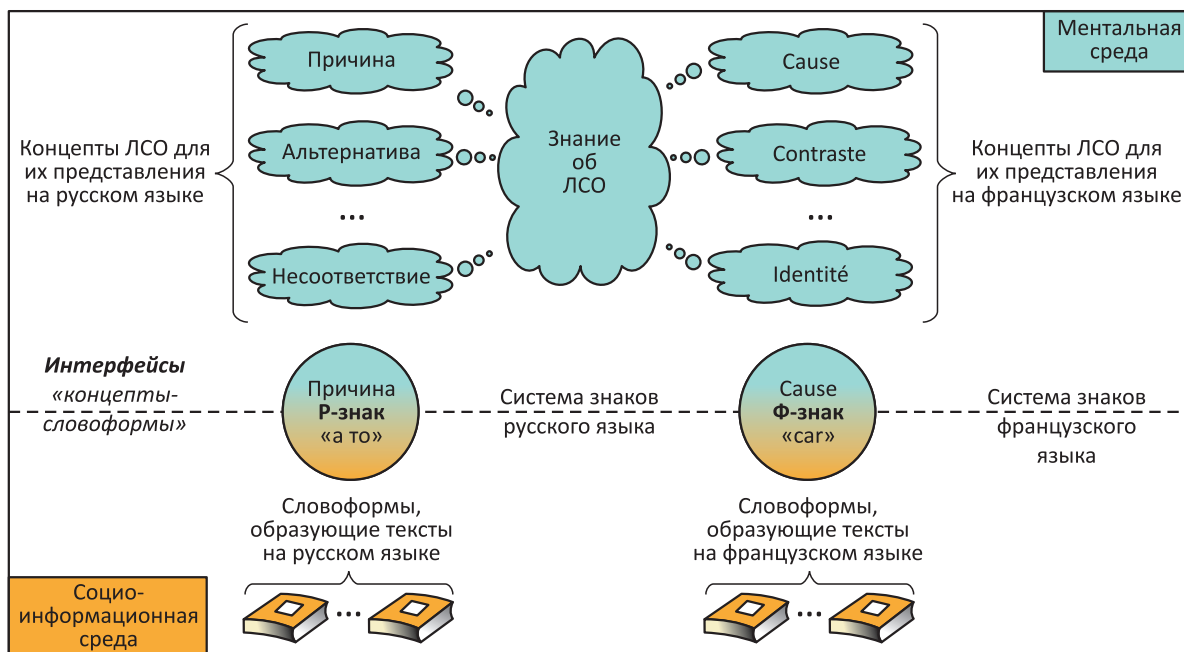


Рис. 2 Интерфейсы вида № 2

сложные случаи сочетания двух ЛСО [19] здесь не рассматриваются. Важно отметить, что существуют несколько вариантов членения знания об ЛСО на концепты [20–23]. На рис. 2 условно обозначены только два разных варианта: один для русского языка и один для французского. При этом предполагается, что в обоих вариантах присутствует концепт ЛСО причины, на примере которого проиллюстрируем асимметрию интерфейсов 2-го порядка вида № 2. Как будет показано далее, асимметрия в технологиях представления знания может быть снята с помощью интерфейсов 3-го порядка вида № 8.

Один и тот же концепт ЛСО причины в русском языке может быть выражен несколькими коннекторами¹ (*a то, ибо, потому что, поскольку, так как* и т. д.). Во французском языке этот концепт также может быть выражен несколькими коннекторами (*car, parce que, puisque, comme* и т. д.). Иногда один и тот же коннектор в разных предложениях может выражать разные ЛСО. Например, коннектор *a то* может выражать несколько разных ЛСО, включая три, приведенных слева на рис. 2:

- (1) *Причина*: «Ты щетку смочи водой, а то пылешь здорово» (М. А. Булгаков. Белая гвардия).
- (2) *Альтернатива*: «Вот отлично! Непременно съезжу к ним, — сказал Левин. — А то поедем вместе. Она такая славная. Не правда ли?» (Л. Н. Толстой. Анна Каренина).

¹ Коннекторами называются лексические единицы, основная функция которых состоит в выражении одного или нескольких ЛСО между фрагментами текста [15, 16].

- (3) *Несоответствие*: «Он женится! Хочешь об заклад, что не женится? — возразил он. — Да ему Захар и спать-то помогает, а то жениться!» (И. А. Гончаров. Обломов).

Таким образом, интерфейсы 2-го порядка вида № 2 являются в общем случае асимметричными и не обеспечивают однозначного представления концептов с помощью словоформ, что существенно усложняет задачи компьютерного кодирования концептов знания в СИИ. Более того, иногда концепт ЛСО может быть имплицитован в тексте. Например, в предложении «Не просите меня петь, я не спою уже больше так. . .» (И. А. Гончаров. Обломов) концепт ЛСО причины не выражен словом или устойчивым словосочетанием. В этом предложении он может быть извлечен только при семантическом анализе соотношения содержания двух его частей.

В приведенных выше примерах 1–3 коннектор «а то» можно закодировать как последовательность из четырех символов, используя, например, шестнадцатеричные коды таблиц Юникода: «а» (0430), « » (0020), «т» (0442), «о» (043E). Однако соответствующие компьютерные коды представляют только эти символы, а не концепты, для кодирования которых используются другие подходы.

Рассмотрим один из подходов к кодированию концептов, выражаемых словами английского языка [24]. Авторы этого подхода исходили из того, что

Семь значений слова *face* по НТЕ [25, 26]

Номер концепта в НТЕ	Концепт	Слово и год появления концепта
01.02.03.08.01.04	The body :: Face	Matching word(s): face (1290—)
01.02.03.08.01.04 04	The body :: Face :: with reference to beauty	Matching word(s): face (1591—)
01.02.03.08.01.04.01	The body :: Face with expression/expression	Matching word(s): face (1330—)
01.02.03.08.01.04.01 01	The body :: Face with expression/expression :: grimace/distortion	Matching word(s): face (1602—)
01.12.05.03.01 13	Relative position :: Surface :: one of several surfaces of a thing	Matching word(s): face (1340—)
01.12.05.03.01 19	Relative position :: Surface :: front surface	Matching word(s): face (1611 + 1820—)
01.12.05.03.01 19.01	Relative position :: Surface :: front surface :: specifically of a coin/medal/seal/die, etc.	Matching word(s): face (1515—)

Примечание. Если в третьем столбце после «—» не указан год, то это говорит о том, что это значение встречается в текстах до настоящего времени.

в ЕЯ используется конечное число слов, обозначающих концепты, и они должны выражать значительно большее число концептов, чем число слов в языке. Отметим, что это является одной из причин асимметрии интерфейсов 2-го порядка вида № 2 при вербальном представлении концептов.

Авторы этого подхода поставили задачу разработать ретроспективную модель, описывающую процесс появления в прошлом концептов, исследуя эволюцию английского языка на протяжении нескольких столетий [24]. В этой модели есть ось времени, на которой указаны моменты появления новых значений у исследуемых слов. Эти моменты времени определялись по Историческому тезаурусу английского языка (The Historical Thesaurus of English — НТЕ), в котором содержится информация о годах появления новых концептов слов, начиная с 1000 года [25].

Ретроспективная модель описывает связи между концептами (= значениями) исследуемых слов, а также степень их семантической близости, которая определяется на основе иерархического номера, присвоенного каждому концепту в НТЕ. В качестве примера приведем семь концептов слова *face* по НТЕ [26] с указанием их номеров и года появления в текстах Британского национального корпуса (British National Corpus — BNC) [27] (см. таблицу). Отметим, что для всех семи концептов не указаны годы их исчезновения из текстов, т. е. они встречаются и в современных текстах BNC.

Если в этом примере кодировать в цифровой среде не последовательность из четырех символов (*face*), а сочетание двух параметров (номер концепта в НТЕ, словоформа «*face*»), то это будет означать применение интерфейсов 3-го порядка вида № 8 в задачах кодирования. Их использование и позволяет снять асимметрию, свойственную интерфейсам 2-го порядка вида № 2 (см. рис. 2).

В заключение этого раздела приведем пример регистрации конвенциональных концептов рубрик

Международной патентной классификации (МПК) с указанием их номеров, а также года и *месяца* введения каждой рубрики. Начиная с января 2007 г. вновь вводимые или изменяемые рубрики расширенного уровня МПК подготавливаются Специальным подкомитетом Всемирной организации интеллектуальной собственности (ВОИС) по пересмотру расширенного уровня. Рубрики расширенного уровня на этапе рассмотрения этим подкомитетом и согласования их смыслового содержания выражают личностные и/или коллективные концепты участников обсуждения. После принятия согласованного решения и его утверждения они приобретают конвенциональный характер в пределах патентной сферы как институциональной системы [1].

4 Предлагаемый подход

Сформулируем подход к кодированию концептов знания человека в цифровой среде СИИ, который использует понятие интерфейсов 3-го порядка и обобщает принцип трехкомпонентной кодировки концептов геоизображений [28, 29]. Предполагается, что СИИ включает онтологию, которая позволяет описывать концепты и разнообразие форм их представления в предметной области СИИ.

Основная идея этого подхода, которую опишем на примере вербальной модальности форм представления знания, состоит в следующем: для каждого концепта (ментальная среда) и N вербальных форм его представления (социо-информационная среда) на одном ЕЯ, зарегистрированных в СИИ (указывается дата и время регистрации), образуются последовательности, включающие четыре параметра: `code.date.time.formV1`, `code.date.time.formV2`, ..., `code.date.time.formVN`, где `code` — номер этого концепта в тезаурусе или словаре СИИ, а буква «V» перед 1, 2 и N обознача-

ет вербальную модальность N форм представления этого концепта. Для каждой такой последовательности параметров предлагается назначать в СИИ уникальный компьютерный код (цифровая среда). В случае необходимости могут добавляться и другие параметры, например формы представления одного и того же концепта на двух и большем числе ЕЯ или в нескольких модальностях, например одновременно в вербальной и геоязыковой.

Сама идея одновременного кодирования концептов, их форм представления и временных параметров не нова. Например, в неявной форме она используется в проекте анализа процесса возникновения новых концептов слов английского языка (вместо даты и времени указывается только год) [24], а также применяется ВОИС с января 2007 г. (указываются год и месяц) [1].

Отличительная черта предлагаемого подхода состоит в добавлении параметра степени социализации знания, что дает возможность кодировать в цифровой среде личностные, коллективные и конвенциональные концепты знания человека, а также отражать этапы их эволюции с помощью следующих параметров:

- код концепта знания человека, принадлежащий ментальной среде;
- формы представления этого концепта с помощью ЕЯ или одновременно в нескольких модальностях, принадлежащие социо-информационной среде;
- степень социализации концептов знания (в случае необходимости можно измерять и степень социализации форм представления концептов);
- тезаурусные связи концепта, отражаемые в СИИ косвенно через его код;
- момент времени фиксирования в СИИ дефиниции концепта, его форм представления, связей и степени социализации с точностью до часов и минут.

Новизна предлагаемого подхода состоит в использовании степени социализации знания, описанной в работах [3, 4]. Вариант кодирования степени социализации, детализирующий понятие коллективного концепта, описан в работе [30]. Согласно этому варианту, каждому концепту присваивается идентификатор, принимающий значения ноль, единица (личностные концепты), целое положительное число $N > 1$ (коллективные концепты, где N — число членов коллектива, согласовавших дефиницию концепта и формы его представления)

¹ В разработке и обсуждении концепции принимали участие А. А. Гончаров, Д. О. Добровольский, А. А. Дурново, Анна А. Зализняк, В. И. Карпов, М. Г. Кружков и А. В. Шарандин.

или символ бесконечности « ∞ » (конвенциональные концепты). Нулевое значение идентификатора необходимо для обозначения тех «бывших» личностных концептов, от которых в некоторый момент времени отказались их авторы. Описанную в работе [30] шкалу социализации и предлагается использовать для кодирования степени согласованности концептов. Применение этой шкалы дает возможность добавить в перечисленные выше последовательности еще один параметр, который обозначим как `id: code.id.date.time.form`, где `id` может быть равен 0, 1, $N > 1$ или ∞ .

5 Макет интеллектуальной словарной системы

Предлагаемый подход к кодированию знания на основе интерфейсов 3-го порядка вида № 8, включающий шкалу социализации, был востребован при разработке концепции создания макета ИСС¹, включающей лексикографическую базу знаний (ЛБЗ) [31]. Интеллектуальная словарная система является видом информационной системы, обеспечивающей формирование и регулярное обновление двуязычных электронных словарей. Лексикографическая база знаний предназначена для систематизации знаний о словах. Именно ЛБЗ обеспечивают работу лексикографов по созданию словарных статей и их обновление в случае необходимости. Концепция создания макета включает перечень из пяти следующих задач, решение которых предполагает применение современных методов и средств информатики.

1. Систематизировать в ЛБЗ знания о словах, включая личностные и коллективные знания лексикографов, создающих словари, используя лексические единицы двух ЕЯ.
2. Разработать персонализированный интерфейс пользователя двуязычных электронных словарей, сгенерированных с помощью ЛБЗ.
3. Установить в электронных словарях тезаурусные связи между значениями лексических единиц (отношения «часть—целое», родовидовые отношения, синонимы и др.) с возможностью навигации по этим связям.
4. Реализовать в двуязычных словарях поиск словарных статей по лексическим, грамматическим и семантическим критериям поиска.
5. Включить в словарные статьи необходимые мультимедийные данные.

Интеллектуальная словарная система предоставит расширенные функциональные возможности как лексикографам, так и пользователям словарей. В ИСС предполагается реализовать следующие фильтры и виды поиска:

- синтаксический фильтр, когда при поиске могут использоваться признаки синтаксических конструкций, в которые входит искомое слово;
- статистический фильтр по частотности слов, что позволит отображать или, наоборот, исключать при отображении в словаре низкочастотные слова (частотности слов являются корпусно-ориентированными), т. е. выше или ниже заданного порога;
- хронологический фильтр, который позволит использовать датировку текстов, т. е. в словарной статье могут отображаться примеры переводов только в тех текстах, которые относятся к заданному пользователем периоду времени;
- поиск по лексикографически значимым категориям: семантические группы слов (времена года, страны света, части речи, дни недели и др.), функциональные группы слов (например, коннекторы, выражающие ЛСО в тексте [17]), типы устойчивых словосочетаний и т. д.

6 Заключение

Для демонстрации реализуемости предлагаемого подхода запланировано выполнение серии проектов. Задача первого из них состоит в разработке и экспериментальной апробации метода извлечения лингвистического знания из параллельных текстов и кодирование в цифровой среде извлеченных, в первую очередь личностных концептов лексикографа, а также вербальных форм представления таких концептов с помощью двух ЕЯ: немецкого и русского. Результаты проведенных экспериментов позволяют говорить о реализуемости предлагаемого подхода для форм вербальной модальности и двух ЕЯ [32–35]. При реализации этого проекта использовался предлагаемый подход к кодированию концептов лингвистического знания, извлекаемых при анализе параллельных текстов, на основе интерфейсов 3-го порядка вида № 8 (см. рис. 2). В процессе их извлечения иногда возникала необходимость пополнения СИИ новыми, ранее не описанными концептами [33, 34]. Отметим, что нередко в текстах встречались и имплицитные концепты, не выраженные отдельными словами или устойчивыми словосочетаниями, извлекаемые только при семантическом анализе одного или нескольких предложений [15].

В заключение отметим, что более сложные проблемы кодирования знания возникают в тех случаях, когда СИИ должна обеспечивать представление знания одновременно в нескольких модальностях. Например, когда одновременно используются вербальная и пространственная модальности и ставится задача поиска в СИИ концептов, тогда модальность их форм представления при поиске может быть неизвестна [28]. Для решения подобных проблем необходимо разрабатывать мультимодальные онтологии, например вербально-образные геотегаурусы.

Литература

1. *Зацман И. М., Косарик В. В., Курчавова О. А.* Задачи представления личностных и коллективных концептов в цифровой среде // Информатика и её применения, 2008. Т. 2. Вып. 3. С. 54–69.
2. *Зацман И. М.* Интерфейсы третьего порядка в информатике // Информатика и её применения, 2019. Т. 13. Вып. 3. С. 82–89.
3. *Wierzbicki A. P., Nakamori Y.* Basic dimensions of creative space // *Creative space: Models of creative processes for knowledge civilization age.* — Berlin—Heidelberg: Springer Verlag, 2006. P. 59–90.
4. *Wierzbicki A. P., Nakamori Y.* Knowledge sciences: Some new developments // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 2007. Vol. 77. Iss. 3. P. 271–295.
5. *Rosenbloom P.* On computing: The fourth great scientific domain. — Cambridge: MIT Press, 2013. 308 p.
6. *Denning P., Rosenbloom P.* Computing: The fourth great domain of science // *Commun. ACM*, 2009. Vol. 52. Iss. 9. P. 27–29.
7. *Zatsman I.* Tracing emerging meanings by computer: Semiotic framework // 13th European Conference on Knowledge Management Proceedings. — Reading: Academic Publishing International Ltd., 2012. Vol. 2. P. 1298–1307.
8. *Зацман И. М.* Таблица интерфейсов информатики как информационно-компьютерной науки // Научно-техническая информация. Сер. 1: Организация и методика информационной работы, 2014. № 11. С. 1–15.
9. *Baars B., Gage N.* Cognition, brain, and consciousness: Introduction to cognitive neuroscience. — Amsterdam: Academic Press/Elsevier, 2010. 677 p.
10. *Eco U.* A theory of semiotics. — Bloomington, IN, USA: Indiana University Press, 1976. 356 p.
11. *Schalk G., Leuthardt E. C.* Brain–computer interfaces using electrocorticographic signals // *IEEE Rev. Biomed. Eng.*, 2011. Vol. 4. Iss. 1. P. 140–154.
12. *Sunny T. D., Aparna T., Neethu P., Venkateswaran J., Vishnupriya V., Vyas P. S.* Robotic arm with brain–computer interfacing // *Proc. Tech.*, 2016. Vol. 24. P. 1089–1096.

13. *Mueller J. P., Massaron L.* Artificial intelligence for dummies. — Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2018. 316 p.
14. *Гарднер Г.* Структура разума: теория множественного интеллекта / Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007. 512 с. (*Gardner H.* Frames of mind: The theory of multiple intelligences. — New York, NY, USA: Basic Books, 2004. 440 p.)
15. *Гончаров А. А., Инькова О. Ю.* Методика поиска имплицитных логико-семантических отношений в тексте // Информатика и её применения, 2019. Т. 13. Вып. 3. С. 100–107.
16. *Гончаров А. А., Инькова О. Ю.* Способы выражения причинных отношений в русском языке: опыт анализа с использованием кросслингвистической надкорпусной базы данных // Русская грамматика: активные процессы в языке и речи: Сб. научных трудов Междунар. научного симпозиума. — Ярославль: РИО ЯГПУ, 2019. С. 385–396.
17. *Инькова О., Манзотти Э.* Связность текста: мерологические логико-семантические отношения. — М.: Языки славянских культур, 2019 (в печати).
18. *Лютый А. А.* Язык карты: сущность, система, функции. — М.: ИГ РАН, 2002. 327 с.
19. *Инькова О. Ю., Кружков М. Г.* Сочетаемость логико-семантических отношений: количественные методы анализа // Информатика и её применения, 2019. Т. 13. Вып. 2. С. 83–91.
20. *Mann W. C., Thompson S. A.* Rhetorical structure theory: Toward a functional theory of text organization // Text, 1988. Vol. 8. Iss. 3. P. 243–281.
21. *Breindl E., Volodina A., Waßner U. H.* Handbuch der deutschen Konnektoren 2. Semantik der deutschen Satzverknüpfen. — Berlin: Walter de Gruyter, 2014. 1327 p.
22. *Bunt H., Prasad R.* ISO DR-Core (ISO 24617-8): Core concepts for the annotation of discourse relations // 12th Joint ACL-ISO Workshop on Interoperable Semantic Annotation Proceedings. — Portoroz, 2016. P. 45–54.
23. *Sanders T. J. M., Demberg V., Hoek J., Scholman M. C. J., Torabi A. F., Zufferey S., Evers-Vermeul J.* Unifying dimensions in coherence relations. How various annotation frameworks are related // Corpus Linguist. Ling., 2018 (ahead of print). 71 p. <https://www.degruyter.com/view/j/cllt.ahead-of-print/cllt-2016-0078/cllt-2016-0078.xml?rskey=Vr3MhX&result=1>.
24. *Ramiro C., Srinivasan M., Malt B. C., Xu Y.* Algorithms in the historical emergence of word senses // P. Natl. Acad. Sci. USA, 2018. Vol. 115. Iss. 10. P. 2323–2328.
25. *Kay C., Roberts J., Samuels M., Wotherspoon I., Alexander M.* The historical thesaurus of English. Version 4.2. — Glasgow, U.K.: University of Glasgow, 2015. <https://historicalthesaurus.arts.gla.ac.uk>.
26. *Kay C., Roberts J., Samuels M., Wotherspoon I., Alexander M.* The historical thesaurus of English: Face. <http://historicalthesaurus.arts.gla.ac.uk/category-selection/?qsearch=face>.
27. The British National Corpus (Oxford University Computing Services). www.natcorp.ox.ac.uk.
28. *Зацман И. М.* Концептуальный поиск и качество информации. — М.: Наука, 2003. 272 с.
29. *Зацман И. М.* Семиотическая модель взаимосвязей концептов, информационных объектов и компьютерных кодов // Информатика и её применения, 2009. Т. 3. Вып. 2. С. 65–81.
30. *Зацман И. М.* Процессы целенаправленной генерации и развития кросс-языковых экспертных знаний: семиотические основания моделирования // Информатика и её применения, 2015. Т. 9. Вып. 3. С. 106–123.
31. *Вакуленко В. В., Зацман И. М.* Принципы создания и функции интеллектуальной словарной системы // Системы и средства информатики, 2019. Т. 29. № 4. С. 96–105.
32. *Зацман И. М.* Имплицированные знания: основания и технологии извлечения // Информатика и её применения, 2018. Т. 12. Вып. 3. С. 74–82.
33. *Зацман И. М.* Стадии целенаправленного извлечения знаний, имплицитных в параллельных текстах // Системы и средства информатики, 2018. Т. 28. № 3. С. 175–188.
34. *Зацман И. М.* Целенаправленное развитие систем лингвистических знаний: выявление и заполнение лакун // Информатика и её применения, 2019. Т. 13. Вып. 1. С. 91–98.
35. *Гончаров А. А., Зацман И. М.* Информационные трансформации параллельных текстов в задачах извлечения знаний // Системы и средства информатики, 2019. Т. 29. № 1. С. 180–193.

Поступила в редакцию 01.10.19

DIGITAL ENCODING OF CONCEPTS

I. M. Zatsman

Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Sciences and Control” of the Russian Academy of Sciences; 44–2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation

Abstract: The tasks of encoding concepts of human knowledge in the digital medium of computers and networks are of particular relevance in connection with the widespread use of artificial intelligence systems in the world. In the process of expanding the scope of their applications, the range of categories of encoded concepts is increasing. In addition to conventional concepts, which have stable forms of their presentation, for example, by the words of natural languages, it is often necessary to encode personal and collective concepts in the digital medium. Moreover, sometimes, it is necessary to take into account the degree of their socialization (the Wierzbicki&Nakamori’s term) and reflect the dynamics of their change over time, as well as the stages of their transformation into conventional concepts. In the time dimension, the spectrum of scales has expanded for describing the dynamics of concepts of human knowledge. If earlier scales were used with units of measuring the dynamics of concepts in hundreds and tens of years (less often scales with accuracy up to a year and a month were used), then for personal and collective concepts, it is necessary to use a scale that fixes their dynamics up to days, and sometimes hours and minutes. The goal of the paper is to describe the asymmetry problem encountered in the encoding process of concepts in the digital medium. The asymmetry significantly complicates the processes of representing human knowledge in artificial intelligence systems. To solve this problem, it is proposed to use at the same time encoding of both concepts of the listed categories and forms of their expression in the digital medium. The proposed approach is illustrated by the example of an intelligent vocabulary system that uses encoding of both concepts and words, which are verbal forms of concept representation.

Keywords: knowledge encoding; polyadic computing; digital medium; artificial intelligence; categories of concepts; socialization of knowledge concepts

DOI: 10.14357/19922264190416

References

- Zatsman, I. M., V. V. Kosarik, and O. A. Kurchavova. 2008. Zadachi predstavleniya lichnostnykh i kollektivnykh kontseptov v tsifrovoy srede [Representation of individual and collective concepts in digital medium]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 2(3):54–69.
- Zatsman, I. M. 2019. Interfeysy tret’ego poryadka v informatike [Third-order interfaces in informatics]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 13(3):82–89.
- Wierzbicki, A. P., and Y. Nakamori. 2006. Basic dimensions of creative space. *Creative space: Models of creative processes for knowledge civilization age*. Berlin—Heidelberg: Springer Verlag. 59–90.
- Wierzbicki, A. P., and Y. Nakamori. 2007. Knowledge sciences: Some new developments. *Betriebswirtschaftl.* 77(3):271–295.
- Rosenbloom, P. 2013. *On computing: The fourth great scientific domain*. Cambridge: MIT Press. 308 p.
- Denning, P., and P. Rosenbloom. 2009. Computing: The fourth great domain of science. *Commun. ACM* 52(9):27–29.
- Zatsman, I. 2012. Tracing emerging meanings by computer: Semiotic framework. *13th European Conference on Knowledge Management Proceedings*. Reading: Academic Publishing International Ltd. 2:1298–1307.
- Zatsman, I. 2014. Table of interfaces of informatics as computer and information science. *Sci. Tech. Inf. Proc.* 41(4):233–246.
- Baars, B., and N. Gage. 2010. *Cognition, brain, and consciousness: Introduction to cognitive neuroscience*. Amsterdam: Academic Press/Elsevier. 677 p.
- Eco, U. 1976. *A theory of semiotics*. Bloomington, IN: Indiana University Press. 356 p.
- Schalk, G., and E. C. Leuthardt. 2011. Brain–computer interfaces using electrocorticographic signals. *IEEE Rev. Biomed. Eng.* 4(1):140–154.
- Sunny, T. D., T. Aparna, P. Neethu, J. Venkateswaran, V. Vishnupriya, and P. S. Vyas. 2016. Robotic arm with brain–computer interfacing. *Proc. Tech.* 24:1089–1096.
- Mueller, J. P., and L. Massaron. 2018. *Artificial intelligence for dummies*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons. 316 p.
- Gardner, H. 2004. *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. New York, NY: Basic Books. 440 p.
- Goncharov, A., and O. Inkova. 2019. Metodika poiska implitsitnykh logiko-semanticheskikh otnosheniy v tekste [Methods for identification of implicit logical-semantic relations in texts]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 13(3):100–107.
- Goncharov, A., and O. Inkova. 2019. Sposoby vyrazheniya prichinnykh otnosheniy v russkom yazyke: opyt analiza s ispol’zovaniem krosslingvisticheskoy nadkorpusnoy bazy dannykh [Means of expressing causal relations in Russian: Analysis using a cross-linguistic supracorpora database]. *Russkaya grammatika: aktivnye protsessy v yazyke i rechi: Sb. nauchnykh trudov Mezhdunar. nauchnogo simpoziuma* [Russian Grammar: Active Processes in Language

- and Discourse. Scientific Symposium (International) Proceedings]. Yaroslavl: RIO YAGPU. 385–396.
17. Inkova, O., and E. Manzotti. 2019 (in press). *Svyaznost' teksta: mereologicheskie logiko-semanticheskie otnosheniya* [Text coherence: Mereological logical semantic relations]. Moscow: LRC Publishing House.
 18. Lyuty, A. A. 2002. *Yazyk karty: sushchnost', sistema, funktsii* [Map language: Essence, system, functions]. Moscow: GI RAS. 327 p.
 19. Inkova, O., and M. G. Kruzhkov. 2019. Sochetanost' logiko-semanticheskikh otnosheniy: kolichestvennye metody analiza [Compatibility of logical semantic relations: Methods of quantitative analysis]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 13(2):83–91.
 20. Mann, W. C., and S. A. Thompson. 1988. Rhetorical structure theory: Toward a functional theory of text organization. *Text* 8(3):243–281.
 21. Breindl, E., A. Volodina, and U. H. Waßner. 2014. *Handbuch der deutschen Konnektoren 2. Semantik der deutschen Satzverknüpfers*. Berlin: Walter de Gruyter. 1327 p.
 22. Bunt, H., and R. Prasad. 2016. ISO DR-Core (ISO 24617-8): Core concepts for the annotation of discourse relations. *12th Joint ACL-ISO Workshop on Interoperable Semantic Annotation Proceedings*. Portoroz. 45–54.
 23. Sanders, T. J. M., V. Demberg, J. Hoek, M. C. J. Scholman, A. F. Torabi, S. Zufferey, and J. Evers-Vermeul. 2018. Unifying dimensions in coherence relations: How various annotation frameworks are related. *Corpus Linguist. Ling.* 71 p. Available at: <https://www.degruyter.com/view/j/cllt.ahead-of-print/cllt-2016-0078/cllt-2016-0078.xml?rskey=Vr3MhX&result=1> (accessed September 30, 2019).
 24. Ramiro, C., M. Srinivasan, B. C. Malt, and Y. Xu. 2018. Algorithms in the historical emergence of word senses. *P. Natl. Acad. Sci. USA* 115(10): 2323–2328.
 25. Kay, C., J. Roberts, M. Samuels, I. Wotherspoon, and M. Alexander. 2015. The historical thesaurus of English. Version 4.2. Glasgow, U.K.: University of Glasgow. Available at: <https://historicalthesaurus.arts.gla.ac.uk> (accessed September 30, 2019).
 26. Kay, C., J. Roberts, M. Samuels, I. Wotherspoon, and M. Alexander. 2015. The historical thesaurus of English. Version 4.2: Face. Available at: <https://historicalthesaurus.arts.gla.ac.uk/category-selection/?qsearch=face> (accessed September 30, 2019).
 27. The British National Corpus (Oxford University Computing Services). Available at: <http://www.natcorp.ox.ac.uk> (accessed September 30, 2019).
 28. Zatsman, I. 2003. *Kontseptual'nyy poisk i kachestvo informatsii* [Conceptual retrieval and quality of information]. Moscow: Nauka. 272 p.
 29. Zatsman, I. 2009. Semioticheskaya model' vzaimosvyazey kontseptov, informatsionnykh ob"ektov i komp'yuternykh kodov [Semiotic model of relationships of concepts, information objects, and computer codes]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 3(2):65–81.
 30. Zatsman, I. 2015. Protsessy tselenapravlennoy generatsii i razvitiya kross-yazykovykh ekspertnykh znaniy: semioticheskie osnovaniya modelirovaniya [Goal-oriented processes of cross-lingual expert knowledge creation: Semiotic foundations for modeling]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 9(3):106–123.
 31. Vakulenko, V., and I. Zatsman. 2019. Printsipy sozdaniya i funktsii intellektual'noy slovarnoy sistemy [Framework for the design of intellectual dictionary systems and their primary functions]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 29(4):96–105.
 32. Zatsman, I. M. 2018. Implitsirovannyye znaniya: osnovaniya i tekhnologii izvlecheniya [Implied knowledge: Foundations and technologies of explication]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 12(3):74–82.
 33. Zatsman, I. M. 2018. Stadii tselenapravlennoy izvlecheniya znaniy, implitsirovannykh v parallel'nykh tekstakh [Stages of goal-oriented discovery of knowledge implied in parallel texts]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 28(3):175–188.
 34. Zatsman, I. M. 2019. Tselenapravlennoe razvitiye sistem lingvisticheskikh znaniy: vyyavlenie i zapolnenie lakun [Goal-oriented development of linguistic knowledge systems: Identifying and filling of lacunae]. *Informatika i ee Primeneniya — Inform. Appl.* 13(1):91–98.
 35. Goncharov, A. A., and I. M. Zatsman. 2019. Informatsionnyye transformatsii parallel'nykh tekstov v zadachakh izvlecheniya znaniy [Information transformations of parallel texts in knowledge extraction]. *Sistemy i Sredstva Informatiki — Systems and Means of Informatics* 29(1):180–193.

Received October 1, 2019

Contributor

Zatsman Igor M. (b. 1952) — Doctor of Science in technology, Head of Department, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str., Moscow 119333, Russian Federation; izatsman@yandex.ru

ЗАКОНЫ ИНФОРМАТИКИ И СИНЕРГЕТИКИ В ПОЗНАНИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Р. Б. Сейфуль-Мулюков¹

Аннотация: В статье основные законы информатики и синергетики применены для объяснения возникновения и развития такой сложной природной системы, какой представляется нефть. Законы информатики предполагают неопределенность проявления квантового поведения электронов при создании матрицы углеводородной молекулы. Динамическая и статическая неопределенность проявляется при поиске месторождений нефти. Рассматриваются законы синергетики, показывающие способность молекул к самоорганизации. Новые молекулы в углеводородном флюиде образуются вблизи точек бифуркации, ассоциированных с изменением термодинамики, структуры и состава пород геологической среды. В приложении к образованию нефти рассматривается понятие аттрактора. Он представляется как бассейн притяжения всех образовавшихся молекул флюида, в котором формируется состав нефти конкретного месторождения.

Ключевые слова: синергетика и образование нефти; информатика и образование и поиски нефти; бифуркация и образование молекул углеводородов; аттрактор и формирование состава нефти

DOI: 10.14357/19922264190417

1 Информатика и сложные системы (на примере нефти)

Информатика понимается в России как научно-прикладная дисциплина. Прикладная часть примерно соответствует Information Science в западной терминологии. Она имеет дело с информацией в ее историческом значении как данных, сведений, фактов, которые используются, хранятся, обрабатываются, распространяются, передаются с помощью информационных технологий, средств связи и компьютерных систем. Научная часть, наряду с использованием ее исторического значения, представляет информацию как категорию, сопоставимую с материей, энергией, временем, движением и пространством и выражающую их соотношение и меру, количество и качество в данном природном или социальном сложном явлении или системе. Связь этих категорий реальности с информацией впервые всесторонне обосновал и применил для объяснения образования и развития сложных природных систем И. Гуревич [1].

Впоследствии законы информатики были применены к нефти как сложной системе неорганической природы [2, с. 104–124]. Ее свойства, вытекающие из законов информатики, включая *существование, развитие, познаваемость, простоту, неопределенность и необходимое разнообразие*, дают возможность понять природу нефти. Ниже рас-

смотрены только два свойства, наиболее важных в данном случае.

Неопределенность — понятие математики, философии, кибернетики, физики и базовое понятие квантовой механики, которое показывает взаимодействие между сопряженными переменными состояниями элементарных частиц. Неопределенность нефти выражает квантовое поведение электронов атомов углерода и водорода, проявляющееся при их соединении в молекулу углеводорода (УВ). При гибридизации перекрываются волновые функции электронов, создается скрепляющее атомы облако электронов с общим зарядом. Формируется электронно-волновая (квантовая) матрица, своеобразный генетический код молекулы [3]. Она сохраняет структурную идентичность данного типа молекулы УВ при всех изменениях геологических условий, в которых осуществляется ее миграция к поверхности. Матрица — физическое явление субатомного уровня, поэтому в изучении процессов создания сложной системы макроуровня это неопределенность.

Неопределенность проявляется и при поиске промышленного скопления нефти. При этом необходимо установить наличие нефти в обязательной для аккумуляции совокупности трех элементов геологической среды (ловушка, порода-коллектор и экран плохо проницаемых пород). Это своеобразная квартира для месторождения нефти. Неопре-

¹ Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, rust@ipiran.ru

деленность в том, что не во всякой квартире, точно установленной в недрах геофизическими методами, аккумулируется нефть. Эту проблему можно решить разными техническими и математическими методами, разделив неопределенность на динамическую и статическую [4].

Необходимое разнообразие как закон ввел Эшби [5, с. 202–216]. Он справедлив для сложных природных систем, включая нефть. Закон устанавливает сопряженность сложности и разнообразия управляющей и управляемой систем. Нефть не образуется и не существует сама по себе, автономно и независимо от состояния и состава окружающей геологической среды, в которой она развивается. Взаимодействие и развитие ее частей на всех этапах развития определяется совокупностью факторов среды, которая является управляющей для системы нефти. Современное разнообразие условий среды — это основа сложного состава, химического и структурного разнообразия углеводородных молекул. Согласно закону Эшби соответствие необходимого разнообразия и сложности управляемой системы разнообразию управляющей есть непрерывное условие самоорганизации и, следовательно, создания сложной системы.

Для понимания роли законов информатики и синергетики в познании сложной системы нефти приведем краткое описание состава и строения ее частей, т. е. молекул УВ. Нефть на 95% состоит из атомов углерода и водорода. Они образуют молекулы трех структурных типов: цепные и разветвленные алканы, алкановые циклы (циклоалканы или нафтены) и арены (ароматические кольца), а также их гомологи и комбинации трех основных типов молекул [6, с. 34–175]. Следовательно, эти атомы — исходное вещество для образования нефти. Проблема в том, как и где из них образовалась первая молекула УВ. Автор считает¹, что это произошло при ковалентном соединении этих атомов на глубине с температурой не более 1200 °С и давлением 1150 Мпа (см. рисунок).

Первая молекула УВ — метан CH_4 — образовалась при гибридизации четырех электронных орбиталей ($2s$, $2p_x$, $2p_y$ и $2p_z$) атома углерода с $1s$ -орбиталями четырех атомов водорода (см. рисунок). При этом образовалась матрица (см. выше). Образование метана — современный процесс геосферного масштаба, вызывающий его глобальную увеличивающуюся эмиссию в атмосферу [7]. Метан известен в залежах недр суши и скоплениях на дне океана в виде газогидратов в количестве триллионов кубометров. Он родоначальник генерации миллиардов

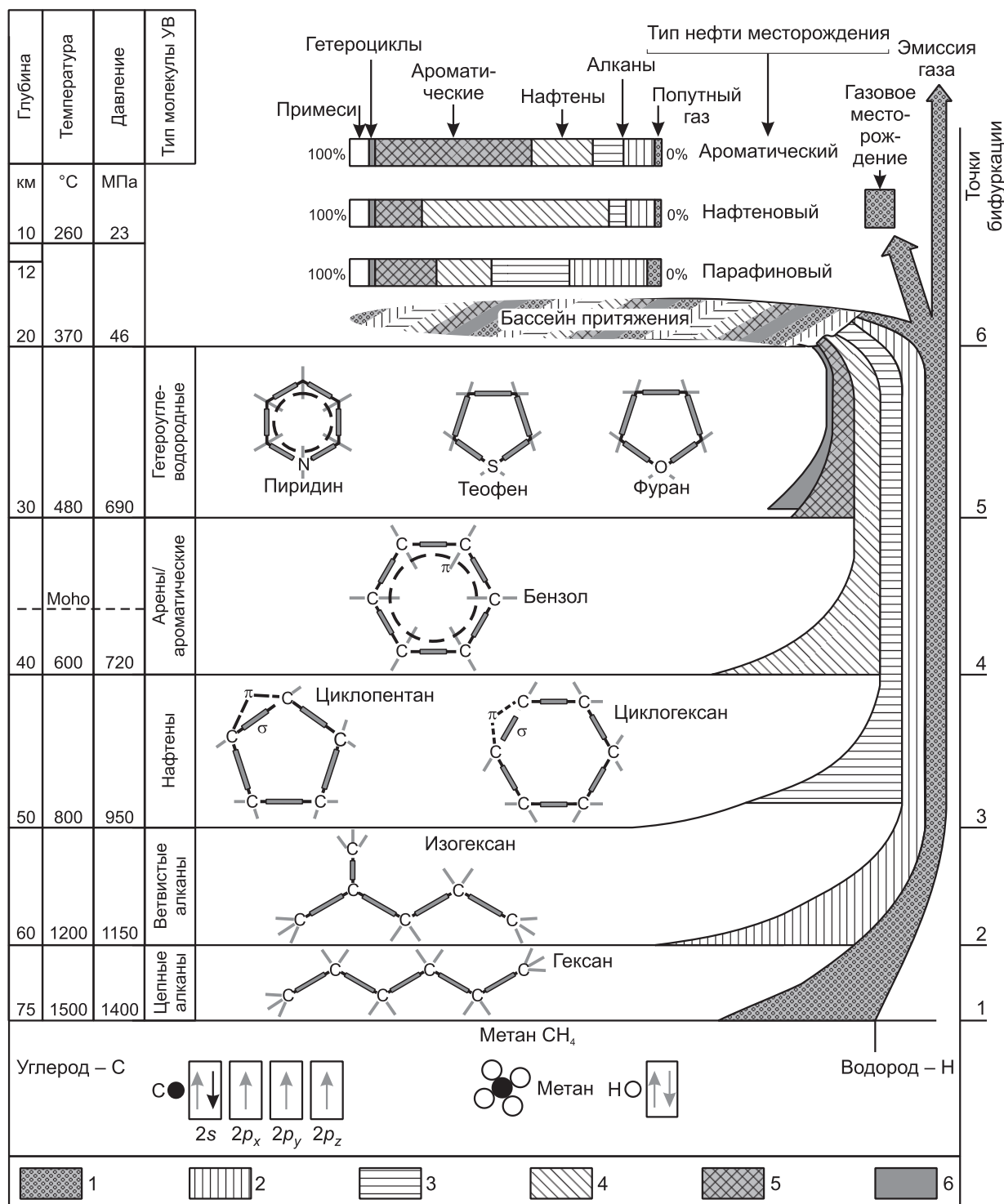
тонн нефти, установленных в месторождениях на всех континентах и их шельфах. Образование метана знаменует переход от состояния беспорядка отдельных атомов углерода и водорода в мантии Земли к их порядку в молекуле в верхней астеносфере. По Николису и Пригожину, это первый шаг к созданию сложности и сложному поведению частей (молекул) и способности развиваться в иное, более сложное состояние [8, с. 25–35].

В данном случае переход к созданию сложности означает изменение состояния самой молекулы метана. На глубинах с температурой более +1200 °С и давлением 1150 МПа незначительный сдвиг равновесия в сторону температуры или давления служит импульсом для метана. Импульс давления, не изменяя метан, выдавливает его в область более низких давлений. Он мигрирует в первозданном составе к поверхности между кристаллами или по трещинам в породах размером более 0,56 нм (максимальный размер молекул *n*-алканов). Встретив на пути миграции в земной коре ловушку, породу-коллектор и экран (плохо проницаемые породы), газ аккумулируется в залежи преимущественно метанового состава.

Термический импульс вызывает гомолитический разрыв $2p_z$ -связи атома углерода и связи атома водорода, последний удаляется. Молекула метана преобразуется в метильный радикал $-\text{CH}_3$, активную частицу с одной свободной валентной $2p_z$ -связью. В дальнейших преобразованиях частица играет роль матрицы. К ней присоединяется другая подобная частица. Так образуется молекула этана C_2H_6 ($\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_3$). Из этана при разрыве связи $\text{C}-\text{H}$ образуется новая свободная частица — этильный радикал $-\text{C}_2\text{H}_5$, одновалентная свободная частица, к которой присоединяется радикал. Так образуется пропан C_3H_8 ($\text{H}_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$). Начинается жизнь метана как совокупности метильного и других радикалов, составляющих молекулы УВ. Раздвоение потока метана на его миграцию в чистом виде и в форме сцепленных радикалов в цепи алканов происходит вблизи второго уровня усложнения системы УВ-флюида (см. рисунок).

На глубинах 60–50 км миграция УВ-флюида происходит при снижении температуры от 1200 до 800 °С, а давления геологической среды — от 1150 до 950 МПа. Это создает условия для роста цепи алканов и одновременного присоединения к ней, в строго определенном порядке, радикалов, но уже сбоку цепи. Так появляются разветвленные алканы. Начало их формирования знаменует третью

¹Значения температуры и давления вычислены по геотермическому градиенту (+30 °С на 100 м) и геостатическому градиенту (2,31 МПа на 100 м при средней плотности пород 2,3 г/см³ и 3,1 МПа на 100 м при плотности 3,1 г/см³), отнесенным к платформенным областям. (Прим. автора.)



Точки бифуркации и положение бассейна притяжения в схеме последовательности генерации молекул углеводородов нефти: 1 – метан; 2 – цепные алканы (парафины); 3 – ветвистые алканы (изоалканы); 4 – циклоалканы (нафтенны); 5 – ароматические (арены); 6 – гетероуглеводородные соединения

точку резкого изменения состава углеводородного флюида и сложной системы в целом (см. рисунок).

На глубинах **50–40** км температура литосферы Земли снижается с 800 до 600 °С, а давление — с 950 до 720 МПа. Внутренний механизм самоорганизации системы создает молекулу с более плотной упаковкой атомов, более прочными межмолекулярными связями, энергоемкую и мобильную. Для этого замыкается цепь с четырьмя, пятью или шестью атомами углерода в цикл. Формируются молекулы циклоалканов, называемые нафтенами (см. рисунок). При появлении нафтенов ранее сформированные молекулы цепных и разветвленных алканов сохраняются в углеводородном флюиде.

На глубинах **40–30** км температура среды снижается с 600 до 480 °С, а давление — с 720 до 690 МПа. Это позволяет системе создавать особый, ароматический тип связи и одноименную молекулу — бензол C_6H_6 . Каждый из шести атомов углерода бензольного кольца сохраняет три равные σ -связи — две с соседними атомами углерода и одну σ -связь с атомом водорода. Четвертый p -электрон каждого из шести атомов углерода не связан ни с одним атомом. Эти электроны образуют π -связи в виде двух электронных облаков, над и под кольцом, которые выполняют роль валентных орбиталей. К ним могут присоединяться радикалы и другие типы молекул УВ (см. рисунок).

В интервале **30–20** км температура среды снижается с 480 до 370 °С, а давление — с 690 до 460 МПа. На этих глубинах более разнородная структура и текстура пород, меньшие температуры и давление и большая подвижность блоков земной коры создают условия для более свободного взаимодействия молекул и их совместной миграции. Открывается возможность усложнять ранее созданные молекулы путем соединения цепных алканов с нафтеновыми циклами и бензольными кольцами, соединять нафтены и ароматические УВ в гетероциклы и гетероароматические молекулы. Примером преобразования молекул может служить электрофильное замещение. В молекулах циклического или ароматического типа атом углерода или водорода замещается по π -типу связи гетероатомами (электрофилами). Ими могут быть атомы серы, азота или кислорода, поскольку имеют свободный валентный электрон на внешней орбитали (см. рисунок).

2 Синергетика и сложные системы (на примере нефти)

Синергетика, представленная Хакеном [9], — это наука о сложности как феномене, самоорганизации частей в сложные системы. Признание нефти

сложной природной системой открывает возможность использовать законы и положения синергетики для того, чтобы наряду с информатикой, геологией и геохимией представить дополнительные доказательства неорганической, глубинной природы нефти.

Одно из основных положений синергетики — *самоорганизация* частей в сложную систему. Как феномен ее показал Эшби [10]. Хакен определил самоорганизацию как процесс упорядочения в пространстве и времени открытой системы за счет взаимодействия составляющих ее частей [11, с. 147]. Самоорганизация создает порядок из беспорядка [12, с. 235–240]. В общем виде самоорганизация в приложении к углеводородным молекулам нефти знаменует начало их сложного поведения. Это означает корреляцию между молекулами в междузерновом пространстве и трещинах в породах геологической среды (до десятых долей миллиметра). Это расстояния, на многие порядки превышающие короткодействующие (доли нанометра) межмолекулярные силы. Сложное поведение и корреляция между частями — это и есть самоорганизация ради достижения какой-то цели. Достижение как процесс — это миграция флюида, состоящего из УВ (но не нефти!) в геологической среде.

Н. Винер считал, что существование и развитие сложной системы имеет цель. Согласно этой идее углеводородный флюид имеет цель, т. е. конечное состояние, достигнув которого совокупность молекул УВ превращается в сложную систему. Появление новых молекул УВ прекращается.

С другой стороны, имеет место нелинейность саморазвития; преобразование и усложнение молекул не совершается без смысла, просто так. Изменением состояния системы углеводородного флюида и отбором молекул для дальнейшей миграции к цели руководит *системный разум*. В системе жидкого углеводородного флюида системный разум — это алгоритм считывания природных кодов, своеобразный выбор типов молекул, которые в точках изменения состояния системы привлекаются (допускаются) для дальнейших преобразований или продолжают миграцию в прежнем виде. Природными кодами служат квантовые матрицы и информация молекул (см. рисунок). Их совокупность формирует каждый тип молекул УВ. Природный алгоритм оценивает смысл (необходимость) и условия наращивания цепи атомов углерода, необходимость и последовательность присоединения к цепи радикалов, а также смысл преобразования цепи в циклы, объединения циклов и бензольных колец в полициклические структуры.

Когерентное (согласованное, коррелированное) поведение молекул в данном случае означа-

ет обмен информацией (сигналами) молекул друг с другом. Молекула построена по квантовой матрице [3] и имеет объем информации в битах [2, с. 129–132]. Это набор природных кодов, по которым молекулы распознаются в точках бифуркации (см. ниже). Роль информации в создании сложности раскрыта в [8, с. 212–217].

Закон синергетики определяет *нелинейность* развития сложных систем. На пути миграции возникают переломные точки, в которых постепенные изменения в системе и в окружающей среде переходят в скачкообразное изменение качества системы. В синергетике это *точки бифуркации*. Феномен бифуркации имеет прямое отношение к процессу формирования состава углеводородного флюида. На схеме (см. рисунок) показано, что на определенных глубинных уровнях (точках бифуркации) система переходит в новое, количественно и качественно иное состояние. Наряду с ранее созданными в системе углеводородного флюида образуются новые типы молекул, более приспособленные для преобразований и дальнейшей миграции.

Нелинейность развития системы флюида проявляется в непропорциональности результата и причины, вызвавшей бифуркацию. Небольшой, практически не регистрируемый тепловой или/и динамический импульс среды, вызванный геотектоническими процессами в литосфере, начинает процесс генерации нового качества системы, несопоставимый по масштабу с импульсом.

К понятиям синергетики относится *аттрактор* (attractor), применяемый в математике, метеорологии, экономике и многих других дисциплинах. Соответственно, существует множество его определений и толкований. В зависимости от области приложения аттрактором может быть точка, линия, фигура сложной конфигурации или некая область фазового пространства. Их развернутая характеристика дана в работе [13]. Для представления значения аттрактора для системы углеводородного флюида вернемся к понятию «цель», которой является его конечное состояние, к которому он стремится, — это и есть аттрактор (attraction — притяжение).

В данном случае это сравнительно тонкая сфера геологической среды на глубинах не более 20 км, своеобразный бассейн притяжения (attractor basin), к которому направлены траектории миграции всех типов и разновидностей молекул углеводородного флюида. Это своеобразный природный склад, в котором аккумулируются все части, и одновременно цех сборки уже конкретной системы, т. е. месторождения с определенным набором молекул УВ. Схематично три их основных типа показаны на схеме (см. рисунок). Углеводородный флюид в бас-

сейне притяжения, как и на любой стадии миграции в литосфере, — еще не нефть в залежи в обычном, тривиальном смысле, а полная совокупность всех ранее образованных молекул УВ, некий молекулярный хаос.

Необходим отбор, чтобы их совокупность соответствовала геологическому строению, составу пород, геотектонике, гидрогеологии, тепловому режиму и многим другим факторам геологической среды данного, конкретного региона. Это будет означать, что сложность и разнообразие нефти в данном месторождении соответствуют сложности и разнообразию среды недр, где расположено месторождение. Соотношение показателей сложности и разнообразия двух системы будут соответствовать закону необходимого разнообразия Эшби (см. выше). В этом кроется причина уникальности углеводородного состава нефти в месторождениях — преимущественно парафиновый, нафтеновый, ароматический или смешанный.

Бассейн притяжения, в котором аккумулируются созданные в литосфере все типы молекул УВ, с точки зрения второго закона классической термодинамики — это молекулярный хаос с повышенной энтропией. Однако в синергетике энтропия сложных систем может быть мерой их разнообразия, или многоуровневых состояний со сложным порядком [12, с. 79–80]. В бассейне притяжения из всего молекулярного хаоса происходит выбор их совокупности, которая соответствует всем геологическим условиям недр данного конкретного региона. Месторождения нефти — это более высокий уровень самоорганизации, поскольку каждое из них имеет уникальный набор частей сложной системы. Поэтому бассейн притяжения представляет высшую точку бифуркации, за которой формируются новые сложные системы в виде месторождений, каждое из которых — уникальная сложность.

3 Заключение

Основные теоретические положения и законы информатики и синергетики развиты создателями этих наук во второй половине XX в. Они открыли законы и сформулировали положения, по которым стало понятно, что биты информации, атомы кристаллов, молекулы веществ, клетки живых организмов, физические предметы макроуровня, социальные и экономические категории и явления трансформируются/самоорганизуются в сложность и сложные системы. В статье действие этих законов показано на примере конкретной природной сложной системы, состоящей из частей — молекул УВ. Ее природа, изучаемая только по законам геоло-

гии и геохимии, ошибочно трактуется в нефтяной геологии мира как продукт термализации биосферного мусора в верхних горизонтах земной коры. Законы и положения информатики и синергетики в совокупности с законами геологии и геохимии позволяют раскрыть иную, минеральную природу нефти, подтверждая идею, высказанную еще Менделеевым [14] и показанную Кудрявцевым [15].

Казалось бы, геологические, экономические и иные аспекты науки о нефти далеки от информатики и синергетики. Однако, как показано выше, только конвергенция далеких друг от друга наук дает возможность понять истинную природу и законы развития нефти как сложной системы.

Литература

1. Гуревич И. М. Законы информатики — основа строения и познания сложных систем. — М.: ТОРУС ПРЕСС, 2007. 399 с.
2. Сейфуль-Мулюков Р. Б. Нефть и газ, глубинная природа и ее прикладное значение. — М.: ТОРУС ПРЕСС, 2012. 215 с.
3. Сейфуль-Мулюков Р. Б. Квантовая матрица и информация углеводородной молекулы // Докл. Акад. наук. Сер. Геология, 2016. Т. 467. № 3. С. 311–313.
4. Сейфуль-Мулюков Р. Б. Образование нефти и газа, теория и прикладные аспекты // Геология нефти и газа, 2017. № 4. С. 89–95.
5. Ashby W. R. An introduction to cybernetics. — London: Chapman & Hall, Ltd., 1957. 289 p.
6. Петров А. А. Углеводороды нефти. — М.: Наука, 1984. 264 с.
7. Earth's methane emissions are rising // New scientist, May 24, 2019. <https://www.newscientist.com/article/2204466-earths-methane-emissions-are-rising-and-we-dont-know-why>.
8. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. Введение / Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. 344 с. (Nicolis G., Prigogine I. Exploring complexity: An introduction. — 1st ed. — St. Martin's Press, 1989. 328 p.)
9. Haken H. Information and self-organization: A macroscopic approach to complex system. — New York, NY, USA: Springer-Verlag, 2000. 276 p.
10. Ashby W. R. Principles of the self-organizing dynamic system // J. Gen. Psychol., 1947. Vol. 37. P. 125–128.
11. Haken H. The Brain as a synergetic and physical system // Symposium (International) "Selforganization in Complex Systems: The Past, Present, and Future of Synergetics" Proceedings. — Delmenhorst, 2012. P. 147–165.
12. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой / Пер. с англ. — М.: Прогресс, 1986. 432 с. (Prigogine I., Stengers I. Order out of chaos: Man's new dialogue with nature. — Bantam Books, 1984. 349 p.)
13. Бекман И. Н. Нелинейная динамика сложных систем: теория и практика. — М.: МГУ, 2018. 89 с. <http://profbeckman.narod.ru/NelDin/NelDinText2.pdf>.
14. Менделеев Д. И. Неорганическое происхождение нефти: Доклад на заседании Русского химического общества // Rev. Sci., 1876. Ser. VIII. P. 409–416.
15. Кудрявцев Н. А. Генезис нефти и газа. — Л.: Недра, 1973. 216 с.

Поступила в редакцию 15.10.19

UNDERSTANDING OF COMPLEX SYSTEMS USING THE LAWS OF SYNERGETICS AND INFORMATICS

R. B. Seyful-Mulyukov

Institute of Informatics Problems, Federal Research Center "Computer Sciences and Control" of the Russian Academy of Sciences; 44-2 Vavilov Str., Moscow 119133, Russian Federation

Abstract: The author shows how the laws of informatics and synergetics can be used to explain the genesis and evolution of such a complex natural system as petroleum. When one creates the matrix of hydrocarbon molecules using the laws of informatics, the latter imply the ambiguity in the quantum behavior of the electrons. This dynamic and static uncertainty comes into play during the oil field location process. Consideration is given to the laws of synergetics, which demonstrate the self-organization ability of the molecules. A new type of molecules is formed in the hydrocarbon fluid near the bifurcation points, associated with the variation of the thermodynamics, structure, and mixture of the geological environment. In the analysis of the petroleum formation process, consideration is also given to the notion of attractor. It serves as the basin of attraction for all hydrocarbon molecules, in which the exact petroleum molecular composition is formed.

Keywords: synergetics; petroleum formation; informatics and oil location; bifurcation and composition of hydrocarbon molecules; attractor and petroleum molecular composition

DOI: 10.14357/19922264190417

References

1. Gurevich, I. M. 2007. *Zakony informatiki — osnova stroeniya i poznaniya slozhnykh sistem* [The laws of computer science are the basis of the structure and knowledge of complex systems]. Moscow: TORUS PRESS. 399 p.
2. Seyful-Mulyukov, R. B. 2012. *Neft' i gaz, glubinnaya priroda i ee prikladnoe znachenie* [Petroleum and gas, the underlying nature and its practical significance]. Moscow: TORUS PRESS. 215 p.
3. Seyful-Mulyukov, R. B. 2016. The quantum matrix and information from the hydrocarbon oil molecule. *Dokl. Earth Sci.* 467(1):246–248.
4. Seyful-Mulyukov, R. B. 2017. Obrazovanie nefiti i gaza, teoriya i prikladnye aspekty [Oil and gas formation. Theory and practical aspects]. *Geologiya nefiti i gaza* [Geology of Oil and Gas] 6:89–96.
5. Ashby, W. R. 1957. *An introduction to cybernetics*. London: Chapman & Hall, Ltd. 289 p.
6. Petrov, A. A. 1984. *Uglevodorody nefiti* [Petroleum hydrocarbons]. Moscow: Nauka. 264 p.
7. Earth's methane emissions are rising. May 24, 2019. Available at: <https://www.newscientist.com/article/2204466-earths-methane-emissions-are-rising-and-we-dont-know-why/> (accessed September 12, 2019).
8. Nicolis, G., and I. Prigogine. 1989. *Exploring complexity: An introduction*. 1st ed. St. Martin's Press. 328 p.
9. Haken, H. 2000. *Information and self-organization: A macroscopic approach to complex system*. New York, NY: Springer-Verlag. 276 p.
10. Ashby, W. R. 1947. Principles of the self-organizing dynamic system. *J. Gen. Psychol.* 37:125–128.
11. Haken, H. 2012. The brain as a synergetic and physical system. *Symposium (International) "Selforganization in Complex Systems: The Past, Present, and Future of Synergetics" Proceedings*. Delmenhorst. 147–165.
12. Prigogine, I., and I. Stengers. 1984. *Order out of chaos: Man's new dialogue with nature*. Bantam Books. 349 p.
13. Bekman, I. N. 2018. Nelineynaya dinamika slozhnykh sistem: teoriya i praktika [Nonlinear dynamics of a complex systems]. Moscow: MSU. 89 p. Available at: <http://profbeckman.narod.ru/NelDin/NelDinText2.pdf> (accessed September 29, 2019).
14. Mendeleev, D. I. 1876. Neorganicheskoe proiskhozhdenie nefiti: Doklad na zasedanii russkogo khimicheskogo obshchestva [Inorganic origin of oil: Report at a meeting of the Russian chemical society]. *Rev. Sci. Ser. VIII*:409–416.
15. Kudryavtsev, N. A. 1973. *Genezis nefiti i gaza* [Genesis of oil and gas]. Leningrad: Nedra. 216 p.

Received October 15, 2019

Contributor

Seyful-Mulyukov Rustem B. (b. 1928) — Doctor of Science in geology, professor, principal scientist, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, 44-2 Vavilov Str, Moscow 119333, Russian Federation; rust@ipiran.ru

Агасандян Геннадий Аршавинович (р. 1941) — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Бондаренко Николай Николаевич (р. 1990) — аспирант Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова

Борисов Андрей Владимирович (р. 1965) — доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Босов Алексей Вячеславович (р. 1969) — доктор технических наук, главный научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Виноградов Александр Петрович (р. 1951) — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Вышинский Леонид Леонидович (р. 1941) — кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Гончаров Александр Анатольевич (р. 1994) — младший научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Грушо Александр Александрович (р. 1946) — доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Грушо Николай Александрович (р. 1982) — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Докукин Александр Александрович (р. 1980) — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Журавлев Юрий Иванович (р. 1935) — доктор физико-математических наук, академик РАН, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук; заслуженный профессор Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, заведующий кафедрой математических методов прогнозирования Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова

Забейхайло Михаил Иванович (р. 1956) — доктор физико-математических наук, доцент, главный научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Зацман Игорь Моисеевич (р. 1952) — доктор технических наук, заведующий отделом Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Коновалов Михаил Григорьевич (р. 1950) — доктор технических наук, главный научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Кривенко Михаил Петрович (р. 1946) — доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Кружков Михаил Григорьевич (р. 1975) — старший научный сотрудник Института проблем информатики

матики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Кудрявцев Алексей Андреевич (р. 1978) — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова

Курьянский Михаил Кириллович (р. 1955) — заместитель директора Департамента перспективных исследований Научно-технического центра Публичного акционерного общества «Объединенная авиастроительная корпорация»

Ланге Михаил Михайлович (р. 1945) — кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Мейханаджян Лусине Акобовна (р. 1990) — кандидат физико-математических наук, доцент Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий Финансового университета при Правительстве РФ

Мхитарян Георгий Араикович (р. 1995) — аспирант кафедры теории вероятностей и компьютерного моделирования факультета информационных технологий и прикладной математики Московского авиационного института (национального исследовательского университета)

Наумов Андрей Викторович (р. 1966) — доктор физико-математических наук, доцент, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета)

Разумчик Ростислав Валерьевич (р. 1984) — кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук; доцент Российского университета дружбы народов

Рязанов Владимир Васильевич (р. 1950) — доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Сапунова Анастасия Павловна (р. 1998) — студентка магистратуры кафедры теории вероятностей и компьютерного моделирования факультета информационных технологий и прикладной математики

Московского авиационного института (национального исследовательского университета)

Сейфуль-Мулюков Рустем Бадриевич (р. 1928) — доктор геолого-минералогических наук, профессор, главный научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Сенько Олег Валентинович (р. 1957) — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Тимонина Елена Евгеньевна (р. 1952) — доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Ушаков Владимир Георгиевич (р. 1952) — доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова; старший научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Ушаков Николай Георгиевич (р. 1954) — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института проблем технологии микроэлектроники и особо чистых материалов Российской академии наук (Черноголовка); профессор Норвежского научно-технологического университета (г. Тронхейм)

Флеров Юрий Арсениевич (р. 1942) — член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Вычислительного центра им. А. А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Шестаков Олег Владимирович (р. 1976) — доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова; старший научный сотрудник Института проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ ЗА 2019 г.

	Вып.	Стр.
Абгарян К. К., Осипова В. А. Применение методов поддержки принятия решений для многокритериальной задачи отбора многомасштабных композиций	2	47–53
Агаларов Я. М., Коновалов М. Г. Доказательство унимодальности целевой функции в задаче порогового управления нагрузкой на сервер	2	2–6
Агаларов Я. М., Ушаков В. Г. Об унимодальности функции дохода системы массового обслуживания типа $G M s$ с управляемой очередью	1	55–61
Агасандян Г. А. Вычисление показателей оптимальных по CC-VaR портфелей на рынках опционов	3	72–81
Агасандян Г. А. Теоретические основы оптимизации по континуальному критерию VaR на совокупности рынков	4	36–41
Анашин В. С. О теоретико-автоматных моделях блокчейн-среды	2	29–36
Аникеев Д. А., Пенкин Г. О., Стрижов В. В. Классификация физической активности человека с помощью локальных аппроксимирующих моделей	1	40–48
Арутюнов Е. Н., Кудрявцев А. А., Титова А. И. Байесовские модели баланса факторов, имеющих априорные распределения Вейбулла и Накагами	2	71–75
Бахтеев О. Ю. см. Грабовой А. В.		
Бондаренко Н. Н. см. Журавлев Ю. И.		
Борисов А. В. Численные схемы фильтрации марковских скачкообразных процессов по дискретизованным наблюдениям I: характеристики точности	4	68–75
Босов А. В., Миллер Г. Б. О развитии концепции условно-минимаксной нелинейной фильтрации: модифицированный фильтр и его анализ	2	7–15
Босов А. В., Мхитарян Г. А., Наумов А. В., Сапунова А. П. Использование модели гамма-распределения в задаче формирования ограниченного по времени теста в системе дистанционного обучения	4	11–17
Босов А. В., Стефанович А. И. Управление выходом стохастической дифференциальной системы по квадратичному критерию. II. Численное решение уравнений динамического программирования	1	9–15
Босов А. В., Стефанович А. И. Управление выходом стохастической дифференциальной системы по квадратичному критерию. III. Анализ свойств оптимального управления	3	41–49
Бурлуцкий В. В., Якимчук А. В., Мельников А. В., Царегородцев А. Л., Волошин С. В. Разработка метода формирования признакового пространства и модели для оценки и прогнозирования антропогенного влияния на окружающую среду (на примере лесного фонда нефтедобывающего региона)	3	131–136
Вахтанов Н. А. см. Шнурков П. В.		
Вахтанов Н. А. см. Шнурков П. В.		
Виноградов А. П. см. Журавлев Ю. И.		
Волошин С. В. см. Бурлуцкий В. В.		
Вышинский Л. Л., Курьянский М. К., Флеров Ю. А. Цифровая модель весового паспорта летательного аппарата	4	3–10
Гайдамака А. А., Чухно Н. В., Чухно О. В., Самуйлов К. Е., Шоргин С. Я. Формализация метода ранжирования альтернатив для процесса группового принятия решений при анализе социальных сетей	3	63–71
Гайдамака Ю. В. см. Горбунова А. В.		

	Вып.	Стр.
Гольская А. А. см. Маркова Е. В.		
Гончаров А. А., Зацман И. М., Кружков М. Г. Темпоральные данные в лексикографических базах знаний	4	90–96
Гончаров А. А., Инькова О. Ю. Методика поиска имплицитных логико-семантических отношений в тексте	3	97–104
Горбунова А. В., Наумов В. А., Гайдамака Ю. В., Самуйлов К. Е. Ресурсные системы массового обслуживания с произвольным обслуживанием	1	99–107
Горшенин А. К., Кузьмин В. Ю. Оптимизация гиперпараметров нейронных сетей с использованием высокопроизводительных вычислений для предсказания осадков	1	75–81
Горшенин А. К., Кузьмин В. Ю. Применение рекуррентных нейронных сетей для прогнозирования моментов конечных нормальных смесей	3	114–121
Горшенин А. К., Мартынов О. П. Гибридные модели экстремального градиентного бустинга для восстановления пропущенных значений в данных об осадках	3	34–40
Грабовой А. В., Бахтеев О. Ю., Стрижов В. В. Определение релевантности параметров нейросети	2	62–70
Гринченко С. Н. О генезисе информационного общества: информатико-кибернетическое модельное представление	2	100–108
Грушо А. А., Грушо Н. А., Тимонина Е. Е. Использование метаданных для реализации требований политики безопасности MLS	4	85–89
Грушо А. А., Грушо Н. А., Тимонина Е. Е. Методы выявления «слабых» признаков нарушений информационной безопасности	3	3–8
Грушо А. А., Забейайло М. И., Грушо Н. А., Тимонина Е. Е. Архитектурные решения в задаче выявления мошенничества при анализе информационных потоков в цифровой экономике	2	22–28
Грушо А. А., Забейайло М. И., Грушо Н. А., Тимонина Е. Е. Формирование концептов на основе малых выборок	4	81–84
Грушо Н. А. см. Грушо А. А.		
Грушо Н. А. см. Грушо А. А.		
Грушо Н. А. см. Грушо А. А.		
Грушо Н. А. см. Грушо А. А.		
Гудкова И. А. см. Маркова Е. В.		
Дзантиев И. Л. см. Маркова Е. В.		
Докукин А. А. см. Журавлев Ю. И.		
Дулин С. К., Дулина Н. Г., Кожунова О. С. Синтез геоданных в пространственных инфраструктурах на основе связанных данных	1	82–90
Дулина Н. Г. см. Дулин С. К.		
Дюкова Е. В., Масляков Г. О., Прокофьев П. А. О числе максимальных независимых элементов частичных порядков (случай цепей)	1	25–32
Журавлев Ю. И., Сенько О. В., Бондаренко Н. Н., Рязанов В. В., Докукин А. А., Виноградов А. П. Исследование возможности прогнозирования изменения финансового состояния кредитной организации на основе публикуемой отчетности	4	30–35
Забейайло М. И. см. Грушо А. А.		
Забейайло М. И. см. Грушо А. А.		
Захарова Т. В., Тархов А. А. Оценка уровня значимости критерия Шуирманна для проверки гипотезы биоэквивалентности при наличии пропущенных данных	3	58–62
Зацаринный А. А., Коротков В. В., Матвеев М. Г. Моделирование процессов сетевого планирования портфеля проектов с неоднородными ресурсами в условиях нечеткой информации	2	92–99
Зацман И. М. Интерфейсы третьего порядка в информатике	3	82–89
Зацман И. М. Кодирование концептов в цифровой среде	4	97–106
Зацман И. М. Целенаправленное развитие систем лингвистических знаний: выявление и заполнение лакун	1	91–98
Зацман И. М. см. Гончаров А. А.		

	Вып.	Стр.
Зейфман А. И., Сатин Я. А., Киселева К. М. Об оценках скорости сходимости для некоторых моделей массового обслуживания с неполно заданными интенсивностями	3	14–19
Инькова О. Ю., Кружков М. Г. Сочетаемость логико-семантических отношений: количественные методы анализа	2	83–91
Инькова О. Ю. см. Гончаров А. А.		
Кириков И. А. см. Румовская С. Б.		
Киселева К. М. см. Зейфман А. И.		
Ковалёв Д. Ю., Тарасов Е. А. Виртуальные эксперименты в исследованиях с интенсивным использованием данных	2	117–125
Кожунова О. С. см. Дулин С. К.		
Колесников А. В., Листопад С. В. Протокол гетерогенного мышления гибридной интеллектуальной многоагентной системы для решения проблемы восстановления распределительной электросети	2	76–82
Коновалов М. Г., Разумчик Р. В. Комплексное управление в одном классе систем с параллельным обслуживанием	4	54–59
Коновалов М. Г. см. Агаларов Я. М.		
Коротков В. В. см. Зацаринный А. А.		
Кривенко М. П. Выбор модели данных в задачах медицинской диагностики	4	27–29
Кружков М. Г. см. Гончаров А. А.		
Кружков М. Г. см. Инькова О. Ю.		
Кудрявцев А. А. Априорное обобщенное гамма-распределение в байесовских моделях баланса	3	27–33
Кудрявцев А. А. О представлении гамма-экспоненциального и обобщенного отрицательного биномиального распределений	4	76–80
Кудрявцев А. А., Палионная С. И., Шоргин В. С. Априорные Фреше и масштабированное обратное хи-распределение в байесовских моделях баланса	1	62–66
Кудрявцев А. А. см. Арутюнов Е. Н.		
Кузьмин В. Ю. см. Горшенин А. К.		
Кузьмин В. Ю. см. Горшенин А. К.		
Курьянский М. К. см. Вышинский Л. Л.		
Ланге М. М. О сравнительной эффективности схем классификации данных на ансамбле источников с использованием средней взаимной информации	4	18–26
Лебедев А. В. Нетранзитивные триплеты непрерывных случайных величин и их приложения	3	20–26
Листопад С. В. см. Колесников А. В.		
Логачев О. А., Сукаев А. А., Федоров С. Н. Об одном методе решения систем квадратичных булевых уравнений, использующем локальные аффинности булевых функций	2	37–46
Логачев О. А., Сукаев А. А., Федоров С. Н. Полиномиальные алгоритмы вычисления локальных аффинностей квадратичных булевых функций	1	67–74
Лукашенко О. В., Морозов Е. В., Пагано М. Гауссовская аппроксимация процесса распределенных вычислений	2	109–116
Малашенко Ю. Е., Назарова И. А., Новикова Н. М. Анализ уязвимости многополюсных сетей при структурных повреждениях	1	33–39
Маркова Е. В., Гольская А. А., Дзантиев И. Л., Гудкова И. А., Шоргин С. Я. Сравнительный анализ показателей эффективности модели беспроводной сети межмашинного взаимодействия, работающей в рамках двух политик разделения радиоресурсов	1	108–116
Мартынов О. П. см. Горшенин А. К.		
Масляков Г. О. см. Дюкова Е. В.		
Матвеев М. Г. см. Зацаринный А. А.		
Мейханаджян Л. А., Разумчик Р. В. Система массового обслуживания $Geo/G/1/\infty$ синверсионным порядком обслуживания и ресамплингом в дискретном времени	4	60–67

Вып. Стр.

Мельников А. В. см. Бурлуцкий В. В.		
Миллер Г. Б. см. Босов А. В.		
Морозов Е. В. см. Лукашенко О. В.		
Мхитарян Г. А. см. Босов А. В.		
Назарова И. А. см. Малашенко Ю. Е.		
Наумов А. В. см. Босов А. В.		
Наумов В. А. см. Горбунова А. В.		
Новикова Н. М. см. Малашенко Ю. Е.		
Нуриев В. А. Архитектура системы нейронного машинного перевода	3	90–96
Осипова В. А. см. Абгарян К. К.		
Павлов Ю. Л. Об асимптотике кластерного коэффициента конфигурационного графа с неизвестным распределением степеней вершин	3	9–13
Пагано М. см. Лукашенко О. В.		
Палионная С. И. см. Кудрявцев А. А.		
Панов А. И. см. Смирнов И. В.		
Пенкин Г. О. см. Анিকেев Д. А.		
Прокофьев П. А. см. Дюкова Е. В.		
Разумчик Р. В. см. Коновалов М. Г.		
Разумчик Р. В. см. Мейханаджян Л. А.		
Румовская С. Б., Кириков И. А. Методы моделирования и визуального представления конфликта в малом коллективе экспертов, решающих проблемы (обзор)	3	122–130
Рыбаков К. А. Об одном классе задач фильтрации на многообразиях	1	16–24
Рязанов В. В. см. Журавлев Ю. И.		
Самуйлов К. Е. см. Гайдамака А. А.		
Самуйлов К. Е. см. Горбунова А. В.		
Сапунова А. П. см. Босов А. В.		
Сатин Я. А. см. Зейфман А. И.		
Сейфуль-Мулюков Р. Б. Законы информатики и синергетики в познании сложных систем	4	107–113
Сенько О. В. см. Журавлев Ю. И.		
Синицын И. Н. Интерполяционное аналитическое моделирование распределений в сложных стохастических системах	1	2–8
Скрынник А. А. см. Смирнов И. В.		
Смирнов И. В., Панов А. И., Скрынник А. А., Чистова Е. В. Персональный когнитивный ассистент: концепция и принципы работы	3	105–113
Стефанович А. И. см. Босов А. В.		
Стефанович А. И. см. Босов А. В.		
Стрижов В. В. см. Анিকেев Д. А.		
Стрижов В. В. см. Грабовой А. В.		
Сукаев А. А. см. Логачев О. А.		
Сукаев А. А. см. Логачев О. А.		
Сучков А. П. Научный результат как информационный объект в контексте системы управления научными сервисами	3	137–144
Тарасов Е. А. см. Ковалёв Д. Ю.		
Тархов А. А. см. Захарова Т. В.		
Тимонина Е. Е. см. Грушо А. А.		
Тимонина Е. Е. см. Грушо А. А.		
Тимонина Е. Е. см. Грушо А. А.		
Тимонова Е. Е. см. Грушо А. А.		
Титова А. И. см. Арутюнов Е. Н.		
Ушаков В. Г., Ушаков Н. Г. Выходящие потоки в однолинейной системе с относительным приоритетом	4	42–47
Ушаков В. Г. см. Агаларов Я. М.		
Ушаков Н. Г. см. Ушаков В. Г.		

Федоров С. Н. см. Логачев О. А.		
Федоров С. Н. см. Логачев О. А.		
Флеров Ю. А. см. Вышинский Л. Л.		
Царегородцев А. Л. см. Бурлуцкий В. В.		
Чистова Е. В. см. Смирнов И. В.		
Чухно Н. В. см. Гайдамака А. А.		
Чухно О. В. см. Гайдамака А. А.		
Шестаков О. В. Обращение однородных операторов с помощью стабилизированной жесткой пороговой обработки при неизвестной дисперсии шума	1	49–54
Шестаков О. В. Свойства вейвлет-оценок сигналов, регистрируемых в случайные моменты времени	2	16–21
Шестаков О. В. Среднеквадратичный риск нелинейной регуляризации задачи обращения линейных однородных операторов при случайном объеме выборки	4	48–53
Шнурков П. В., Вахтанов Н. А. Исследование проблемы оптимального управления запасом дискретного продукта в стохастической модели регенерации с непрерывно происходящим потреблением и случайной задержкой поставки	2	54–61
Шнурков П. В., Вахтанов Н. А. О решении проблемы оптимального управления запасом дискретного продукта в стохастической модели регенерации с непрерывно происходящим потреблением	3	50–57
Шоргин В. С. см. Кудрявцев А. А.		
Шоргин С. Я. см. Гайдамака А. А.		
Шоргин С. Я. см. Маркова Е. В.		
Якимчук А. В. см. Бурлуцкий В. В.		

	Issue	Page
Abgaryan K. K. and Osipova V. A. Application of decision support methods for the multicriterial selection of multiscale compositions	2	47–53
Agalarov Ya. M. and Konovalov M. G. Proof of the unimodality of the objective function in $M/M/N$ queue with threshold-based congestion control	2	2–6
Agalarov Ya. M. and Ushakov V. G. On the unimodality of the income function of a type $G M s$ queueing system with controlled queue	1	55–61
Agasandyan G. A. Performance estimations for optimal-on-CC-VaR portfolios in option markets	3	72–81
Agasandyan G. A. Theoretical foundations of continuous VaR criterion optimization in the collection of markets	4	36–41
Anashin V. S. On automata models of blockchain	2	29–36
Anikeyev D. A., Penkin G. O., and Strijov V. V. Local approximation models for human physical activity classification	1	40–48
Arutyunov E. N., Kudryavtsev A. A., and Titova A. I. Bayesian models of factors balance with <i>a priori</i> Weibull and Nakagami distributions	2	71–75
Bakhteev O. Yu. see Grabovoy A. V.		
Bondarenko N. N. see Zhuravlev Yu. I.		
Borisov A. V. Numerical schemes of markov jump process filtering given discretized observations I: Accuracy characteristics	4	68–75
Bosov A. V. and Miller G. B. On the conditionally minimax nonlinear filtering concept development: Filter modification and analysis	2	7–15
Bosov A. V., Naumov A. V., Mkhitaryan G. A., and Sapunova A. P. Using the model of gamma distribution in the problem of forming a time-limited test in a distance learning system	4	11–17
Bosov A. V. and Stefanovich A. I. Stochastic differential system output control by the quadratic criterion. II. Dynamic programming equations numerical solution	1	9–15
Bosov A. V. and Stefanovich A. I. Stochastic differential system output control by the quadratic criterion. III. Optimal control properties analysis	3	41–49
Burlutskiy V. V., Yakimchuk A. V., Melnikov A. V., Tsaregorodtsev A. L., and Voloshin S. V. Development of a method for the formation of attribute space and a model for the assessment and prediction of anthropogenic influence on the environment (on the example of the forest fund of the oil-producing region)	3	131–136
Chistova E. V. see Smirnov I. V.		
Chukhno N. V. see Gaidamaka A. A.		
Chukhno O. V. see Gaidamaka A. A.		
Djukova E. V., Maslyakov G. O., and Prokofyev P. A. On the number of maximal independent elements of partially ordered sets (the case of chains)	1	25–32
Dokukin A. A. see Zhuravlev Yu. I.		
Dulin S. K., Dulina N. G., and Kozhunova O. S. Synthesis of geodata in spatial infrastructures based on related data	1	82–90
Dulina N. G. see Dulin S. K.		
Dzantiev I. L. see Markova E. V.		
Fedorov S. N. see Logachev O. A.		
Fedorov S. N. see Logachev O. A.		

	Issue	Page
Flerov Yu. A. see Vyshinsky L. L.		
Gaidamaka A. A., Chukhno N. V., Chukhno O. V., Samouylov K. E., and Shorgin S. Ya. Formalization of the alternatives ranking method for group decision making in social networks	3	63–71
Gaidamaka Yu. V. see Gorbunova A. V.		
Golskaia A. A. see Markova E. V.		
Goncharov A. A. and Inkova O. Yu. Methods for identification of implicit logical-semantic relations in texts	3	97–104
Goncharov A. A., Zatsman I. M., and Kruzhkov M. G. Temporal data in lexicographic databases	4	90–96
Gorbunova A. V., Naumov V. A., Gaidamaka Yu. V., and Samouylov K. E. Resource queuing systems with general service discipline	1	99–107
Gorshenin A. K. and Kuzmin V. Yu. Application of recurrent neural networks to forecasting the moments of finite normal mixtures	3	114–121
Gorshenin A. K. and Kuzmin V. Yu. Optimization of hyperparameters of neural networks using high-performance computing for prediction of precipitation	1	75–81
Gorshenin A. K. and Martynov O. P. Hybrid extreme gradient boosting models to impute the missing data in precipitation records	3	34–40
Grabovoy A. V., Bakhteev O. Yu., and Strijov V. V. Estimation of the relevance of the neural network parameters	2	62–70
Grinchenko S. N. On the genesis of the information society: Informatics-cybernetic model representation	2	100–108
Grusho A. A., Grusho N. A., and Timonina E. E. Methods of identification of “weak” signs of violations of information security	3	3–8
Grusho A. A., Grusho N. A., and Timonina E. E. Using metadata to implement multilevel security policy requirements	4	85–89
Grusho A. A., Zabezhalo M. I., Grusho N. A., and Timonina E. E. Architectural decisions in the problem of identification of fraud in the analysis of information flows in digital economy	2	22–28
Grusho A. A., Zabezhalo M. I., Grusho N. A., and Timonina E. E. Concepts forming on the basis of small samples	4	81–84
Grusho N. A. see Grusho A. A.		
Grusho N. A. see Grusho A. A.		
Grusho N. A. see Grusho A. A.		
Grusho N. A. see Grusho A. A.		
Gudkova I. A. see Markova E. V.		
Inkova O. Yu. and Kruzhkov M. G. Compatibility of logical semantic relations: Methods of quantitative analysis	2	83–91
Inkova O. Yu. see Goncharov A. A.		
Kirikov I. A. see Rumovskaya S. B.		
Kiseleva K. M. see Zeifman A. I.		
Kolesnikov A. V. and Listopad S. V. Heterogeneous thinking protocol of hybrid intelligent multiagent system for solving distributional power grid recovery problem	2	76–82
Konovalov M. G. and Razumchik R. V. Mixed policies for online job allocation in one class of systems with parallel service	4	54–59
Konovalov M. G. see Agalarov Ya. M.		
Korotkov V. V. see Zatsarinny A. A.		
Kovalev D. Y. and Tarasov E. A. Virtual experiments in data intensive research	2	117–125
Kozhunova O. S. see Dulin S. K.		
Krivenko M. P. Data model selection in medical diagnostic tasks	4	27–29
Kruzhkov M. G. see Goncharov A. A.		
Kruzhkov M. G. see Inkova O. Yu.		
Kudryavtsev A. A. <i>A priori</i> generalized gamma distribution in Bayesian balance models	3	27–33
Kudryavtsev A. A. On the representation of gamma-exponential and generalized negative binomial distributions	4	76–80

	Issue	Page
Kudryavtsev A. A., Palionnaia S. I., and Shorgin V. S. <i>A priori</i> Frechet and scaled inverse chi distribution in Bayesian balance models	1	62–66
Kudryavtsev A. A. see Arutyunov E. N.		
Kuryansky M. K. see Vyshinsky L. L.		
Kuzmin V. Yu. see Gorshenin A. K.		
Kuzmin V. Yu. see Gorshenin A. K.		
Lange M. M. On comparative efficiency of classification schemes in an ensemble of data sources using average mutual information	4	18–26
Lebedev A. V. Nontransitive triplets of continuous random variables and their applications	3	20–26
Listopad S. V. see Kolesnikov A. V.		
Logachev O. A., Sukayev A. A., and Fedorov S. N. On local affinity based method of solving systems of quadratic Boolean equations	2	37–46
Logachev O. A., Sukayev A. A., and Fedorov S. N. Polynomial algorithms for constructing local affinities of quadratic Boolean functions	1	67–74
Lukashenko O. V., Morozov E. V., and Pagano M. A Gaussian approximation of the distributed computing process	2	109–116
Malashenko Yu. E., Nazarova I. A., and Novikova N. M. Vulnerability analysis of multipolar networks after structural damages	1	33–39
Markova E. V., Golskaia A. A., Dzantiev I. L., Gudkova I. A., and Shorgin S. Ya. Comparative analysis of performance measures for a wireless machine-to-machine network model operating within two radio resource management policies	1	108–116
Martynov O. P. see Gorshenin A. K.		
Maslyakov G. O. see Djukova E. V.		
Matveev M. G. see Zatsarinny A. A.		
Melnikov A. V. see Burlutskiy V. V.		
Meykhanadzhyan L. A. and Razumchik R. V. Discrete-time $GEO/G/1/\infty$ LIFO queue with resampling policy	4	60–67
Miller G. B. see Bosov A. V.		
Mkhitaryan G. A. see Bosov A. V.		
Morozov E. V. see Lukashenko O. V.		
Naumov A. V. see Bosov A. V.		
Naumov V. A. see Gorbunova A. V.		
Nazarova I. A. see Malashenko Yu. E.		
Novikova N. M. see Malashenko Yu. E.		
Nuriev V. A. Architecture of a machine translation system	3	90–96
Osipova V. A. see Abgaryan K. K.		
Pagano M. see Lukashenko O. V.		
Palionnaia S. I. see Kudryavtsev A. A.		
Panov A. I. see Smirnov I. V.		
Pavlov Yu. L. On the asymptotics of clustering coefficient in a configuration graph with unknown distribution of vertex degrees	3	9–13
Penkin G. O. see Anikeyev D. A.		
Prokofyev P. A. see Djukova E. V.		
Razumchik R. V. see Konovalov M. G.		
Razumchik R. V. see Meykhanadzhyan L. A.		
Rumovskaya S. B. and Kirikov I. A. Methods of modeling and visual representation of a conflict in a small collective of experts solving problems (review)	3	122–130
Ryazanov V. V. see Zhuravlev Yu. I.		
Rybakov K. A. On a class of filtering problems on manifolds	1	16–24
Samouylov K. E. see Gaidamaka A. A.		
Samouylov K. E. see Gorbunova A. V.		
Sapunova A. P. see Bosov A. V.		
Satin Y. A. see Zeifman A. I.		

	Issue	Page
Sen'ko O. V. see Zhuravlev Yu. I.		
Seyful-Mulyukov R. B. Understanding of complex systems using the laws of synergetics and informatics	4	107–113
Shestakov O. V. Inversion of homogeneous operators using stabilized hard thresholding with unknown noise variance	1	49–54
Shestakov O. V. Properties of wavelet estimates of signals recorded at random time points	2	16–21
Shestakov O. V. The mean square risk of nonlinear regularization in the problem of inversion of linear homogeneous operators with a random sample size	4	48–53
Shnurkov P. V. and Vakhtanov N. A. On the solution of the optimal control problem of inventory of a discrete product in the stochastic model of regeneration with continuously occurring consumption	3	50–57
Shnurkov P. V. and Vakhtanov N. A. Research of the optimal control problem of inventory of a discrete product in the stochastic regeneration model with continuously occurring consumption and random delivery delay	2	54–61
Shorgin S. Ya. see Gaidamaka A. A.		
Shorgin S. Ya. see Markova E. V.		
Shorgin V. S. see Kudryavtsev A. A.		
Sinitsyn I. N. Interpolational analytical modeling in complex stochastic systems	1	2–8
Skrynnik A. A. see Smirnov I. V.		
Smirnov I. V., Panov A. I., Skrynnik A. A., and Chistova E. V. Personal cognitive assistant: Concept and key principals	3	105–113
Stefanovich A. I. see Bosov A. V.		
Stefanovich A. I. see Bosov A. V.		
Strijov V. V. see Anikeyev D. A.		
Strijov V. V. see Grabovoy A. V.		
Suchkov A. P. The scientific result as the information object in the context of the scientific services system management	3	137–144
Sukayev A. A. see Logachev O. A.		
Sukayev A. A. see Logachev O. A.		
Tarasov E. A. see Kovalev D. Y.		
Tarkhov A. A. see Zakharova T. V.		
Timonina E. E. see Grusho A. A.		
Timonina E. E. see Grusho A. A.		
Timonina E. E. see Grusho A. A.		
Timonina E. E. see Grusho A. A.		
Titova A. I. see Arutyunov E. N.		
Tsaregorodtsev A. L. see Burlutskiy V. V.		
Ushakov N. G. see Ushakov V. G.		
Ushakov V. G. and Ushakov N. G. The output streams in the single server queueing system with a head of the line priority	4	42–47
Ushakov V. G. see Agalarov Ya. M.		
Vakhtanov N. A. see Shnurkov P. V.		
Vakhtanov N. A. see Shnurkov P. V.		
Vinogradov A. P. see Zhuravlev Yu. I.		
Voloshin S. V. see Burlutskiy V. V.		
Vyshinsky L. L., Kuryansky M. K., and Flerov Yu. A. Digital model of the aircraft's weight passport	4	3–10
Yakimchuk A. V. see Burlutskiy V. V.		
Zabezhailo M. I. see Grusho A. A.		
Zabezhailo M. I. see Grusho A. A.		
Zakharova T. V. and Tarkhov A. A. Evaluation of the significance level in schuirmann's test for checking the bioequivalence hypothesis in missing data conditions	3	58–62

	Issue	Page
Zatsarinny A. A., Korotkov V. V., and Matveev M. G. Modeling the process of network planning of a portfolio of projects with heterogeneous resources under fuzziness	2	92–99
Zatsman I. M. Digital encoding of concepts	4	97–106
Zatsman I. M. Goal-oriented development of linguistic knowledge systems: Identifying and filling of lacunae	1	91–98
Zatsman I. M. Third-order interfaces in informatics	3	82–89
Zatsman I. M. see Goncharov A. A.		
Zeifman A. I., Satin Y. A., and Kiseleva K. M. On the bounds of the rate of convergence for some queueing models with incompletely defined intensities	3	14–19
Zhuravlev Yu. I., Sen'ko O. V., Bondarenko N. N., Ryazanov V. V., Dokukin A. A., and Vinogradov A. P. Research of the possibility to forecast changes in financial state of a credit organization on the basis of public financial statements	4	30–35

Правила подготовки рукописей для публикации в журнале «Информатика и её применения»

Журнал «Информатика и её применения» публикует теоретические, обзорные и дискуссионные статьи, посвященные научным исследованиям и разработкам в области информатики и ее приложений.

Журнал издается на русском языке. По специальному решению редколлегии отдельные статьи могут печататься на английском языке.

Тематика журнала охватывает следующие направления:

- теоретические основы информатики;
- математические методы исследования сложных систем и процессов;
- информационные системы и сети;
- информационные технологии;
- архитектура и программное обеспечение вычислительных комплексов и сетей.

1. В журнале печатаются статьи, содержащие результаты, ранее не опубликованные и не предназначенные к одновременной публикации в других изданиях.

Публикация предоставленной автором(ами) рукописи не должна нарушать положений глав 69, 70 раздела VII части IV Гражданского кодекса, которые определяют права на результаты интеллектуальной деятельности и средства индивидуализации, в том числе авторские права, в РФ.

Ответственность за нарушение авторских прав, в случае предъявления претензий к редакции журнала, несут авторы статей.

Направляя рукопись в редакцию, авторы сохраняют свои права на данную рукопись и при этом передают учредителям и редколлегии журнала неисключительные права на издание статьи на русском языке (или на языке статьи, если он отличен от русского) и на перевод ее на английский язык, а также на ее распространение в России и за рубежом. Каждый автор должен представить в редакцию подписанный с его стороны «Лицензионный договор о передаче неисключительных прав на использование произведения», текст которого размещен по адресу <http://www.ipiran.ru/publications/licence.doc>. Этот договор может быть представлен в бумажном (в 2-х экз.) или в электронном виде (отсканированная копия заполненного и подписанного документа).

Редколлегия вправе запросить у авторов экспертное заключение о возможности публикации предоставленной статьи в открытой печати.

2. К статье прилагаются данные автора (авторов) (см. п. 8). При наличии нескольких авторов указывается фамилия автора, ответственного за переписку с редакцией.
3. Редакция журнала осуществляет экспертизу присланных статей в соответствии с принятой в журнале процедурой рецензирования.

Возвращение рукописи на доработку не означает ее принятия к печати.

Доработанный вариант с ответом на замечания рецензента необходимо прислать в редакцию.

4. Решение редколлегии о публикации статьи или ее отклонении сообщается авторам. Редколлегия может также направить авторам текст рецензии на их статью. Дискуссия по поводу отклоненных статей не ведется.
5. Редактура статей высылается авторам для просмотра. Замечания к редакции должны быть присланы авторами в кратчайшие сроки.
6. Рукопись предоставляется в электронном виде в форматах MS WORD (.doc или .docx) или ЛАТЭК (.tex), дополнительно — в формате .pdf, на дискете, лазерном диске или электронной почтой. Предоставление бумажной рукописи необязательно.

7. При подготовке рукописи в MS Word рекомендуется использовать следующие настройки.

Параметры страницы: формат — А4; ориентация — книжная; поля (см): внутри — 2,5, снаружи — 1,5, сверху — 2, снизу — 2, от края до нижнего колонтитула — 1,3.

Основной текст: стиль — «Обычный», шрифт — Times New Roman, размер — 14 пунктов, абзацный отступ — 0,5 см, 1,5 интервала, выравнивание — по ширине.

Рекомендуемый объем рукописи — не свыше 15 страниц указанного формата. При превышении указанного объема редколлегия вправе потребовать от автора сокращения объема рукописи.

Сокращения слов, помимо стандартных, не допускаются. Допускается минимальное количество аббревиатур.

Все страницы рукописи нумеруются.

Шаблоны примеров оформления представлены в Интернете: <http://www.ipiran.ru/journal/template.doc>

8. Статья должна содержать следующую информацию на *русском и английском языках*:

- название статьи;
- Ф.И.О. авторов, на английском можно только имя и фамилию;
- место работы, с указанием почтового адреса организации и электронного адреса каждого автора;
- сведения об авторах, в соответствии с форматом, образцы которого представлены на страницах:
http://www.ipiran.ru/journal/issues/2013_07_01_rus/authors.asp и
http://www.ipiran.ru/journal/issues/2013_07_01_eng/authors.asp;
- аннотация (не менее 100 слов на каждом из языков). Аннотация — это краткое резюме работы, которое может публиковаться отдельно. Она является основным источником информации в информационных системах и базах данных. Английская аннотация должна быть оригинальной, может не быть дословным переводом русского текста и должна быть написана хорошим английским языком. В аннотации не должно быть ссылок на литературу и, по возможности, формул;
- ключевые слова — желательно из принятых в мировой научно-технической литературе тематических тезаурусов. Предложения не могут быть ключевыми словами;
- источники финансирования работы (ссылки на гранты, проекты, поддерживающие организации и т. п.).

9. Требования к спискам литературы.

Ссылки на литературу в тексте статьи нумеруются (в квадратных скобках) и располагаются в каждом из списков литературы в порядке первых упоминаний.

Списки литературы представляются в двух вариантах:

- (1) **Список литературы к русскоязычной части.** Русские и английские работы — на языке и в алфавите оригинала;
- (2) **References.** Русские работы и работы на других языках — в латинской транслитерации с переводом на английский язык; английские работы и работы на других языках — на языке оригинала.

Необходимо для составления списка “References” пользоваться размещенной на сайте <http://www.translit.net/ru/bgn/> бесплатной программой транслитерации русского текста в латиницу.

Список литературы “References” приводится полностью отдельным блоком, повторяя все позиции из списка литературы к русскоязычной части, независимо от того, имеются или нет в нем иностранные источники. Если в списке литературы к русскоязычной части есть ссылки на иностранные публикации, набранные латиницей, они полностью повторяются в списке “References”.

Ниже приведены примеры ссылок на различные виды публикаций в списке “References”.

Описание статьи из журнала:

Zagurenko, A. G., V. A. Korotovskikh, A. A. Kolesnikov, A. V. Timonov, and D. V. Kardymon. 2008. Tekhniko-ekonomicheskaya optimizatsiya dizayna gidrorazryva plasta [Technical and economic optimization of the design of hydraulic fracturing]. *Neftyanoe hozyaystvo [Oil Industry]* 11:54–57.

Zhang, Z., and D. Zhu. 2008. Experimental research on the localized electrochemical micromachining. *Rus. J. Electrochem.* 44(8):926–930. doi:10.1134/S1023193508080077.

Описание статьи из электронного журнала:

Swaminathan, V., E. Lepkoswka-White, and B. P. Rao. 1999. Browsers or buyers in cyberspace? An investigation of electronic factors influencing electronic exchange. *JCMC* 5(2). Available at: <http://www.ascusc.org/jcmc/vol5/issue2/> (accessed April 28, 2011).

Описание статьи из продолжающегося издания (сборника трудов):

Astakhov, M. V., and T. V. Tagantsev. 2006. Eksperimental'noe issledovanie prochnosti soedineniy “stal’–kompozit” [Experimental study of the strength of joints “steel–composite”]. *Trudy MGTU “Matematicheskoe modelirovanie slozhnykh tekhnicheskikh sistem” [Bauman MSTU “Mathematical Modeling of Complex Technical Systems” Proceedings]*. 593:125–130.

Описание материалов конференций:

Usmanov, T. S., A. A. Gusmanov, I. Z. Mullagalin, R. Ju. Muhametshina, A. N. Chervyakova, and A. V. Sveshnikov. 2007. Osobennosti proektirovaniya razrabotki mestorozhdeniy s primeneniem gidrorazryva plasta [Features of the design of field development with the use of hydraulic fracturing]. *Trudy 6-go Mezhdunarodnogo Simpoziuma "Novye resursoberegayushchie tekhnologii nedropol'zovaniya i povysheniya neftegazootdachi"* [6th Symposium (International) "New Energy Saving Subsoil Technologies and the Increasing of the Oil and Gas Impact" Proceedings]. Moscow. 267–272.

Описание книги (монографии, сборники):

Lindorf, L. S., and L. G. Mamikonians, eds. 1972. *Ekspluatatsiya turbogeneratorov s neposredstvennym okhlazhdeniem* [Operation of turbine generators with direct cooling]. Moscow: Energy Publ. 352 p.

Latyshev, V. N. 2009. *Tribologiya rezaniya. Kn. 1: Friksionnye protsessy pri rezanii metallov* [Tribology of cutting. Vol. 1: Frictional processes in metal cutting]. Ivanovo: Ivanovskii State Univ. 108 p.

Описание переводной книги (в списке литературы к русскоязычной части необходимо указать: / Пер. с англ. — после названия книги, а в конце ссылки указать оригинал книги в круглых скобках):

1. В русскоязычной части:

Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / Пер. с англ. — М.: Машиностроение, 1985. 472 с. (Timoshenko S. P., Young D. H., Weaver W. Vibration problems in engineering. — 4th ed. — N.Y.: Wiley, 1974. 521 p.)

2. В англоязычной части:

Timoshenko, S. P., D. H. Young, and W. Weaver. 1974. *Vibration problems in engineering*. 4th ed. N.Y.: Wiley. 521 p.

Описание неопубликованного документа:

Laturov, A. R., M. M. Khasanov, and V. A. Baikov. 2004. Geology and production (NGT GiD). Certificate on official registration of the computer program No. 2004611198. (In Russian, unpubl.)

Описание интернет-ресурса:

Pravila tsitirovaniya istochnikov [Rules for the citing of sources]. Available at: <http://www.scribd.com/doc/1034528/> (accessed February 7, 2011).

Описание диссертации или автореферата диссертации:

Semenov, V. I. 2003. Matematicheskoe modelirovaniye plazmy v sisteme kompaktnyy tor [Mathematical modeling of the plasma in the compact torus]. D.Sc. Diss. Moscow. 272 p.

Kozhunova, O. S. 2009. Tekhnologiya razrabotki semanticheskogo slovarya informatsionnogo monitoringa [Technology of development of semantic dictionary of information monitoring system]. PhD Thesis. Moscow: IPI RAN. 23 p.

Описание ГОСТа:

GOST 8.586.5-2005. 2007. Metodika vypolneniya izmereniy. Izmerenie raskhoda i kolichestva zhidkostey i gazov s pomoshch'yu standartnykh suzhayushchikh ustroystv [Method of measurement. Measurement of flow rate and volume of liquids and gases by means of orifice devices]. Moscow: Standardinform Publ. 10 p.

Описание патента:

Bolshakov, M. V., A. V. Kulakov, A. N. Lavrenov, and M. V. Palkin. 2006. Sposob orientirovaniya po krenu letatel'nogo apparata s opticheskoy golovkoy samonavedeniya [The way to orient on the roll of aircraft with optical homing head]. Patent RF No. 2280590.

10. Присланные в редакцию материалы авторам не возвращаются.
11. При отправке файлов по электронной почте просим придерживаться следующих правил:
 - указывать в поле subject (тема) название журнала и фамилию автора;
 - использовать attach (присоединение);
 - в состав электронной версии статьи должны входить: файл, содержащий текст статьи, и файл(ы), содержащий(е) иллюстрации.
12. Журнал «Информатика и её применения» является некоммерческим изданием. Плата за публикацию не взимается, гонорар авторам не выплачивается.

Адрес редакции журнала «Информатика и её применения»:

Москва 119333, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2, ФИЦ ИУ РАН

Тел.: +7 (499) 135-86-92 Факс: +7 (495) 930-45-05

e-mail: rust@ipiran.ru (Сейфуль-Мулюков Рустем Бадриевич)

<http://www.ipiran.ru/journal/issues/>

Requirements for manuscripts submitted to Journal “Informatics and Applications”

Journal “Informatics and Applications” (Inform. Appl.) publishes theoretical, review, and discussion articles on the research and development in the field of informatics and its applications.

The journal is published in Russian. By a special decision of the editorial board, some articles can be published in English.

The topics covered include the following areas:

- theoretical fundamentals of informatics;
- mathematical methods for studying complex systems and processes;
- information systems and networks;
- information technologies; and
- architecture and software of computational complexes and networks.

1. The Journal publishes original articles which have not been published before and are not intended for simultaneous publication in other editions. An article submitted to the Journal must not violate the Copyright law. Sending the manuscript to the Editorial Board, the authors retain all rights of the owners of the manuscript and transfer the nonexclusive rights to publish the article in Russian (or the language of the article, if not Russian) and its distribution in Russia and abroad to the Founders and the Editorial Board. Authors should submit a letter to the Editorial Board in the following form:

Agreement on the transfer of rights to publish:

“We, the undersigned authors of the manuscript “. . .”, pass to the Founder and the Editorial Board of the Journal “Informatics and Applications” the nonexclusive right to publish the manuscript of the article in Russian (or in English) in both print and electronic versions of the Journal. We affirm that this publication does not violate the Copyright of other persons or organizations.

Author(s) signature(s): (name(s), address(es), date).

This agreement should be submitted in paper form or in the form of a scanned copy (signed by the authors).

2. A submitted article should be attached with **the data on the author(s)** (see item 8). If there are several authors, the contact person should be indicated who is responsible for correspondence with the Editorial Board and other authors about revisions and final approval of the proofs.
3. The Editorial Board of the Journal examines the article according to the established reviewing procedure. If the authors receive their article for correction after reviewing, it does not mean that the article is approved for publication. The corrected article should be sent to the Editorial Board for the subsequent review and approval.
4. The decision on the article publication or its rejection is communicated to the authors. The Editorial Board may also send the reviews on the submitted articles to the authors. Any discussion upon the rejected articles is not possible.
5. The edited articles will be sent to the authors for proofread. The comments of the authors to the edited text of the article should be sent to the Editorial Board as soon as possible.
6. The manuscript of the article should be presented electronically in the MS WORD (.doc or .docx) or L^AT_EX (.tex) formats, and additionally in the .pdf format. All documents may be sent by e-mail or provided on a CD or diskette. A hard copy submission is not necessary.
7. The recommended typesetting instructions for manuscript.

Pages parameters: format A4, portrait orientation, document margins (cm): left — 2.5, right — 1.5, above — 2.0, below — 2.0, footer 1.3.

Text: font — Times New Roman, font size — 14, paragraph indent — 0.5, line spacing — 1.5, justified alignment.

The recommended manuscript size: not more than 15 pages of the specified format. If the specified size exceeded, the editorial board is entitled to require the author to reduce the manuscript.

Use only standard abbreviations. Avoid abbreviations in the title and abstract. The full term for which an abbreviation stands should precede its first use in the text unless it is a standard unit of measurement.

All pages of the manuscript should be numbered.

The templates for the manuscript typesetting are presented on site: <http://www.ipiran.ru/journal/template.doc>.

8. The articles should enclose data both in **Russian and English**:

- title;
- author’s name and surname;
- affiliation — organization, its address with ZIP code, city, country, and official e-mail address;
- data on authors according to the format: (see site)

http://www.ipiran.ru/journal/issues/2013_07_01/authors.asp and

http://www.ipiran.ru/journal/issues/2013_07_01_eng/authors.asp;

- abstract (not less than 100 words) both in Russian and in English. Abstract is a short summary of the article that can be published separately. The abstract is the main source of information on the article and it could be included in leading information systems and data bases. The abstract in English has to be an original text and should not be an exact translation of the Russian one. Good English is required. In abstracts, avoid references and formulae;
 - indexing is performed on the basis of keywords. The use of keywords from the internationally accepted thematic Thesauri is recommended.
Important! Keywords must not be sentences;
 - Acknowledgments.
9. References. Russian references have to be presented both in English translation and Latin transliteration (refer <http://www.translit.net/ru/bgn/>).
- Please take into account the following examples of Russian references appearance:
- Article in journal:**
Zhang, Z., and D. Zhu. 2008. Experimental research on the localized electrochemical micromachining. *Rus. J. Electrochem.* 44(8):926–930. doi:10.1134/S1023193508080077.
- Journal article in electronic format:**
Swaminathan, V., E. Lepkoswka-White, and B. P. Rao. 1999. Browsers or buyers in cyberspace? An investigation of electronic factors influencing electronic exchange. *JCMC* 5(2). Available at: <http://www.ascusc.org/jcmc/vol5/issue2/> (accessed April 28, 2011).
- Article from the continuing publication (collection of works, proceedings):**
Astakhov, M. V., and T. V. Tagantsev. 2006. Eksperimental’noe issledovanie prochnosti soedineniy “stal’–kompozit” [Experimental study of the strength of joints “steel–composite”]. *Trudy MGTU “Matematicheskoe modelirovanie slozhnykh tekhnicheskikh sistem” [Bauman MSTU “Mathematical Modeling of Complex Technical Systems” Proceedings]*. 593:125–130.
- Conference proceedings:**
Usmanov, T. S., A. A. Gusmanov, I. Z. Mullagalin, R. Ju. Muhametshina, A. N. Chervyakova, and A. V. Sveshnikov. 2007. Osobennosti proektirovaniya razrabotki mestorozhdeniy s primeneniem gidrorazryva plasta [Features of the design of field development with the use of hydraulic fracturing]. *Trudy 6-go Mezhdunarodnogo Simpoziuma “Novye resursoberegayushchie tekhnologii nedropol’zovaniya i povysheniya neftegazoidachi” [6th Symposium (International) “New Energy Saving Subsoil Technologies and the Increasing of the Oil and Gas Impact” Proceedings]*. Moscow. 267–272.
- Books and other monographs:**
Lindorf, L. S., and L. G. Mamikonians, eds. 1972. *Ekspluatatsiya turbogeneratorov s neposredstvennym okhlazhdeniem [Operation of turbine generators with direct cooling]*. Moscow: Energy Publs. 352 p.
- Dissertation and Thesis:**
Kozhunova, O. S. 2009. Tekhnologiya razrabotki semanticheskogo slovarya informatsionnogo monitoringa [Technology of development of semantic dictionary of information monitoring system]. PhD Thesis. Moscow: IPI RAN. 23 p.
- State standards and patents:**
GOST 8.586.5-2005. 2007. Metodika vypolneniya izmereniy. Izmerenie raskhoda i kolichestva zhidkostey i gazov s pomoshch’yu standartnykh suzhayushchikh ustroystv [Method of measurement. Measurement of flow rate and volume of liquids and gases by means of orifice devices]. M.: Standardinform Publs. 10 p.
Bolshakov, M. V., A. V. Kulakov, A. N. Lavrenov, and M. V. Palkin. 2006. Sposob orientirovaniya po krenu letatel’nogo apparata s opticheskoy golovkoy samonavedeniya [The way to orient on the roll of aircraft with optical homing head]. Patent RF No. 2280590.
- References in Latin transcription are presented in the original language.
References in the text are numbered according to the order of their first appearance; the number is placed in square brackets.
All items from the reference list should be cited.
10. Manuscripts and additional materials are not returned to Authors by the Editorial Board.
11. Submissions of files by e-mail must include:
- the journal title and author’s name in the “Subject” field;
 - an article and additional materials have to be attached using the “attach” function;
 - an electronic version of the article should contain the file with the text and a separate file with figures.
12. “Informatics and Applications” journal is not a profit publication. There are no charges for the authors as well as there are no royalties.

Editorial Board address:

FRC CSC RAS, 44, block 2, Vavilov Str., Moscow 119333, Russia
Ph.: +7 (499) 135 86 92, Fax: +7 (495) 930 45 05
e-mail: rust@ipiran.ru (to Prof. Rustem Seyful-Mulyukov)
<http://www.ipiran.ru/english/journal.asp>